

Mathematics-8

Domain 1

Numbers and Operations

اعداد اور عمل

Sub-Domain (I):

Real Numbers

حقیقی اعداد

Aslam explains the concept of negative numbers through the example of a water well. What is the use of negative number?

اسلم پانی کے کنویں کی گود سے حقیقی اعداد کے تصور کی تشریح کرتا ہے۔ حقیقی اعداد کے استعمالات کیا ہیں؟
 Ans. In the context of a water well, negative numbers can be used to represent the depth of the well below ground level. This allows for accurate measurement and monitoring of the water level in the well.

پانی کے کنویں کے تناظر میں حقیقی اعداد اور گود زمین سے نیچے کنویں کی گہرائی کی نمائندگی کرنے کے لیے استعمال کیا جاسکتا ہے۔ یہ کنویں میں پانی کی سطح کی درست پیمائش اور نگرانی کی اجازت دیتا ہے۔

خود آزمائیں!

The temperature of city "A" is 33°C and city "B" is 40°C. Can you find out the absolute difference between them?

شہر "A" کا درجہ حرارت 33°C اور شہر "B" کا درجہ حرارت 40°C ہے۔ کیا آپ ان کے درمیان مطلق فرق معلوم کر سکتے ہیں؟

Sol. The absolute difference between 33 and 40 is:
 33 اور 40 کے درمیان مطلق فرق ہے:

$$|33 - 40| = |-7| = 7$$

$$\text{or } |40 - 33| = |7| = 7$$

Solved Exercise 1.1

1. Identify which of the following fractions are terminating and which are recurring decimal fractions?

شناخت کریں کہ درج ذیل میں سے کن کن کس ختم اور کن کن متوالی متوالی کس متوالی ہے؟

(i) $\frac{4}{6}$

Sol. Since, $\frac{4}{6} = 0.666\text{---}$ چونکہ

So, it is a recurring decimal fraction.

(ii) $\frac{11}{12}$

Sol. Since, $\frac{11}{12} = 0.91666\text{---}$ چونکہ

So, it is a recurring decimal fraction.

لہذا یہ ایک غیر ختم کس متوالی ہے۔

(iii) $\frac{1}{3}$

Sol. Since $\frac{1}{3} = 0.333\text{---}$ چونکہ

So, it is a recurring decimal fraction.

لہذا یہ ایک متوالی کس متوالی ہے۔

(iv) $\frac{2}{5}$

Sol. Since $\frac{2}{5} = 0.4$ چونکہ

So, it is a terminating decimal fraction.

لہذا یہ ایک ختم کس متوالی ہے۔

(v) $\frac{8}{11}$

Sol. Since $\frac{8}{11} = 0.727272\text{---}$ چونکہ

So, it is a recurring decimal fraction.

لہذا یہ ایک متوالی کس متوالی ہے۔

(vi) $\frac{5}{12}$

Sol. Since $\frac{5}{12} = 0.4166\text{---}$ چونکہ

So, it is a recurring decimal fraction.

لہذا یہ ایک غیر ختم کس متوالی ہے۔

(vii) $\frac{5}{7}$

Sol. Since $\frac{5}{7} = 0.7142857142857\text{---}$ چونکہ

So, it is a recurring decimal fraction.

لہذا یہ ایک متوالی کس متوالی ہے۔

(viii) $\frac{6}{10}$

Sol. Since $\frac{6}{10} = 0.6$ چونکہ

So, it is a terminating decimal fraction.

لہذا یہ ایک ختم کس متوالی ہے۔

(ix) $\frac{16}{20}$

Sol. Since $\frac{16}{20} = 0.8$ چونکہ

So, it is a terminating decimal fraction.

لہذا یہ ایک ختم کس متوالی ہے۔

(x) $\frac{9}{10}$

Sol. Since $\frac{9}{10} = 0.9$ چونکہ

So, it is a terminating decimal fraction.

لہذا یہ ایک ختم کس متوالی ہے۔

(xi) $\frac{1}{8}$

Sol. Since $\frac{1}{8} = 0.125$ چونکہ

So, it is a terminating decimal fraction.

لہذا یہ ایک ختم کس متوالی ہے۔

(xii) $\frac{14}{20}$

Sol. Since $\frac{14}{20} = 0.7$ چونکہ

So, it is a terminating decimal fraction.

لہذا یہ ایک ختم کس متوالی ہے۔

(xiii) $\frac{2}{3}$

Sol. Since $\frac{2}{3} = 0.666\text{---}$ چونکہ

So, it is a recurring decimal fraction.

لہذا یہ ایک متوالی کس متوالی ہے۔

(xiv) $\frac{4}{5}$

Sol. Since $\frac{4}{5} = 0.8$ چونکہ

So, it is a terminating decimal fraction.

لہذا یہ ایک ختم کس متوالی ہے۔

(xv) $\frac{1}{4}$

Sol. Since $\frac{1}{4} = 0.25$ چونکہ

So, it is a terminating decimal fraction.

لہذا یہ ایک ختم کس متوالی ہے۔

(xvi) $\frac{7}{9}$

Sol. Since $\frac{7}{9} = 0.777\text{---}$ چونکہ

So, it is a recurring decimal fraction.

لہذا یہ ایک متوالی کس متوالی ہے۔

(xvii) $\frac{8}{10}$

Sol. Since $\frac{8}{10} = 0.8$ چونکہ

So, it is a terminating decimal fraction.

لہذا یہ ایک ختم کس متوالی ہے۔

(xviii) $\frac{3}{5}$

Sol. Since $\frac{3}{5} = 0.6$ چونکہ

So, it is a terminating decimal fraction.

لہذا یہ ایک ختم کس متوالی ہے۔

2. Separate rational and irrational numbers from the following:
 درج ذیل میں سے راقی اور غیر راقی اعداد الگ الگ کریں۔

(i) $\sqrt{5}$

Sol. Since 5 is not a perfect square and $\sqrt{5}$ is non-terminating non-recurring, it is irrational.
 چونکہ 5 ایک مکمل مربع نہیں ہے اور $\sqrt{5}$ غیر ختم غیر متوالی ہے لہذا یہ غیر راقی ہے۔

(ii) $\frac{1}{7}$

Sol. $\frac{1}{7}$ is in the form of rational number, it is a rational number.
 $\frac{1}{7}$ راقی عدد کی شکل میں ہے، لہذا یہ ایک راقی عدد ہے۔

(iii) 2.152

Sol. 2.152 is a terminating decimal number, it is an rational number.
 2.152 ختم کس متوالی ہے، لہذا یہ ایک راقی عدد ہے۔

(iv) 0.818281828182.....

Sol. 0.81828128... is recurring decimal number, so it can be written as $\frac{8182}{9999}$. Therefore it is a rational number.
 0.81828128... ایک متوالی کس متوالی ہے لہذا اسے $\frac{8182}{9999}$ لکھا جاسکتا ہے۔ اس لیے یہ ایک راقی عدد ہے۔

(v) 2.7521

Sol. 2.7521 is a terminating decimal number, it is an rational number.
 2.7521 ایک ختم کس متوالی ہے، لہذا یہ ایک راقی عدد ہے۔

(vi) $\frac{22}{7}$

Sol. $\frac{22}{7}$ is in the form of rational number, it is a rational number.
 $\frac{22}{7}$ راقی عدد کی شکل میں ہے، لہذا یہ ایک راقی عدد ہے۔

(vii) $\sqrt{14}$

Sol. Since 14 is not perfect square and $\sqrt{14}$ is non-terminating, non-recurring, it is irrational number.
 چونکہ 14 ایک مکمل مربع نہیں ہے اور $\sqrt{14}$ غیر ختم غیر متوالی ہے لہذا یہ غیر راقی عدد ہے۔

(viii) $\sqrt{25}$

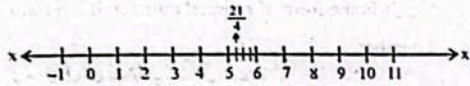
Sol. Since 25 is a perfect square, and $\sqrt{25}$ is terminating, it is rational number.
 چونکہ 25 ایک مکمل مربع ہے اور $\sqrt{25}$ ایک ختم کس متوالی ہے، لہذا یہ ایک راقی عدد ہے۔

3. Represent the following numbers on the number line.
 درج ذیل اعداد کو عددی لائن پر ظاہر کریں۔

(i) $\frac{21}{4}$
 Sol. $\frac{21}{4} = 5\frac{1}{4} = 5 + \frac{1}{4}$

To represent the rational number $\frac{21}{4}$ on the number line, divide the distance between 5 and 6 into four equal parts. Take 1 part to the right from 5.

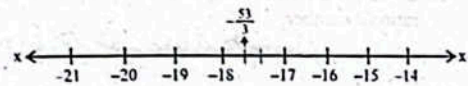
ماثل عدد $\frac{21}{4}$ کو عددی لائن پر ظاہر کرنے کے لیے 5 اور 6 کے درمیان فاصلے کو چار برابر حصوں میں تقسیم کریں۔ دائیں طرف حصے لیں۔



(ii) $-\frac{53}{3}$
 Sol. $-\frac{53}{3} = -17\frac{2}{3} = -17 - \frac{2}{3}$

To represent rational number $-\frac{53}{3}$ on the number line, divide the distance between -17 and -18 into three equal parts. Take 2 parts to the left from -17.

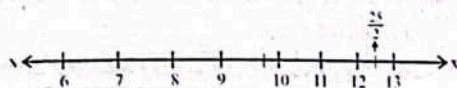
ماثل عدد $-\frac{53}{3}$ کو عددی لائن پر ظاہر کرنے کے لیے -17 اور -18 کے درمیان فاصلے کو تین برابر حصوں میں تقسیم کریں۔ دائیں طرف حصے لیں۔



(iii) $\frac{25}{2}$
 Sol. $\frac{25}{2} = 12\frac{1}{2} = 12 + \frac{1}{2}$

To represent the rational number $\frac{25}{2}$ on the number line, divide the distance between 12 and 13 into two equal parts. Take 1 part from the right.

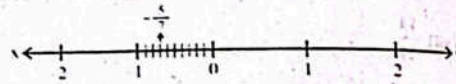
ماثل عدد $\frac{25}{2}$ کو عددی لائن پر ظاہر کرنے کے لیے 12 اور 13 کے درمیان فاصلے کو دو برابر حصوں میں تقسیم کریں۔ دائیں طرف سے پہلا حصہ لیں۔



(iv) $-\frac{5}{7}$
 Sol. $-\frac{5}{7} = -0.7$

To represent $-\frac{5}{7}$ on the number line, divide the distance between 0 and -1 into ten equal parts. Take 7 parts to the left from 0.

$-\frac{5}{7}$ کو عددی لائن پر ظاہر کرنے کے لیے 0 اور -1 کے درمیان فاصلے کو 10 برابر حصوں میں تقسیم کریں۔ 0 سے بائیں طرف حصے لیں۔



4. Find the absolute value of each of the following:

درج ذیل کی مطلق قیمت معلوم کریں۔

(i) 15

Sol. $|15| = 15$

(ii) -21

Sol. $|-21| = 21$

(iii) -36

Sol. $|-36| = 36$

(iv) -9

Sol. $|-9| = 9$

(v) -100

Sol. $|-100| = 100$

(vi) 88

Sol. $|88| = 88$

5. Find the absolute difference between each of the following:

درج ذیل کے درمیان مطلق فرق معلوم کریں۔

(i) -7 and -2

Sol. The absolute difference between -7 and -2 is 5.
 -7 اور -2 کے درمیان مطلق فرق ہے۔

$|-7 - (-2)| = |-7 + 2|$
 $= |-5| = 5$

(ii) 8 and -3
 Sol. The absolute difference between 8 and -3 is:

$|8 - (-3)| = |8 + 3| = |11| = 11$

(iii) -5 and 1
 Sol. The absolute difference between -5 and 1 is:

$|-5 - 1| = |-6| = 6$

(iv) 2 and 3
 Sol. The absolute difference between 2 and 3 is:

$|2 - 3| = |-1| = 1$

6. $50\frac{3}{4}$ kilograms of rice is to be packed equally in $5\frac{1}{2}$ kilograms packets. Find:

(a) how many packets of rice will be packed?

Sol. Total rice = $50\frac{3}{4}$ kg = $\frac{203}{4}$ kg

Weight of each packet = $5\frac{1}{2}$ kg = $\frac{11}{2}$ kg

To find the number of packets, we will have to divide $\frac{203}{4}$ by $\frac{11}{2}$

Number of packets = $\frac{203}{4} \div \frac{11}{2} = \frac{203}{4} \times \frac{2}{11} = \frac{203}{22} = 9.2 \approx 9$ packets

Thus approx. 10 packets will be packed.

(b) how much rice will be there in 8 packets of mass $5\frac{1}{2}$ kilograms?

Sol. Weight of each packet = $5\frac{1}{2}$ kg = $\frac{11}{2}$ kg

Total number of packets = 8

To find the quantity of rice, we will have to multiply $\frac{11}{2}$ by 8.

Quantity of rice = $8 \times \frac{11}{2} = 44$ kg

Thus, 44 kg rice are required.

Quantity of rice = $\frac{11}{2} \times 8 = 11 \times 4 = 44$

Thus, 44 kg rice are required.

7. To decorate a birthday party, Zara used ribbons of two colours. The length of blue ribbon is $15\frac{2}{3}$ metres.

The length of green ribbon is $\frac{4}{5}$ times of the length of blue ribbon.

(a) What is the length of green ribbon?

Sol. Length of blue ribbon = $15\frac{2}{3}$ metre

By given condition Length of green ribbon = $\frac{47}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{188}{15} = 12\frac{8}{15}$

Thus length of green ribbon is $12\frac{8}{15}$ metre.

(b) Find the total length of both the ribbons.

Sol. To find the total length of both the ribbons, we will have to add both lengths.

Length of both ribbons = $\frac{47}{3} + \frac{188}{15} = \frac{47 \times 5 + 188}{15} = \frac{235 + 188}{15} = \frac{423}{15} = 28\frac{1}{5}$

Thus, length of both the ribbons is $28\frac{1}{5}$ metre.

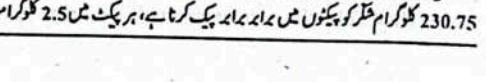
8. If 230.75 kilograms of jaggery powder is to be packed equally in the packets, each packet contains 2.5 kg of jaggery powder. Find the number of required packets. Also find how much jaggery powder will be there in 15 packets of mass 2.5 kg?

Number of packets = $\frac{230.75}{2.5} = 92.3 \approx 92$

Quantity of jaggery powder in 15 packets = $15 \times 2.5 = 37.5$ kg

Thus, 37.5 kg jaggery powder will be there in 15 packets.

9. A number line is shown below. Find the absolute difference between the numbers marked on the line.



موجود ہے۔ مطلوبہ بیٹوں کی تعداد معلوم کریں۔ نیز معلوم کریں کہ 2.5 کوگرام کیت کے بیٹوں میں کتنی کھربیک ہوگی؟

Sol. Total mass of jaggery powder = 230.75 kg
 Mass of each packet = 2.5 kg
 To find the total packets, we will have to divide 230.75 by 2.5.

بیٹوں کی کُل تعداد معلوم کرنے کے لیے ہمیں 230.75 کو 2.5 سے تقسیم کرنا ہوگا۔
 Number of required packets = 230.75 ÷ 2.5
 = 92.3 ≈ 93
 Thus, approx. 93 packets will be required.

اب
 Total number of packets = 15
 Mass of each packet = 2.5 kg
 To find the quantity of jaggery powder, we will have to multiply 15 by 2.5.

فلکی کُل مقدار معلوم کرنے کے لیے ہمیں 15 کو 2.5 سے ضرب دینی ہوگی۔

Quantity of jaggery powder = 15 × 2.5
 = 37.5
 Thus, 37.5 kg jaggery powder will be there in 15 packets.

9. Zeeshan wants to fill 137.5 litres of petrol in bottles. Find the number of bottles if:

(a) The capacity of each bottle is 5.5 litres.

Sol. Total petrol = 137.5 litre
 Capacity of each bottle = 5.5 litre
 To find the number of bottles, we will have to divide 137.5 by 5.5.

بیٹوں کی تعداد معلوم کرنے کے لیے ہمیں 137.5 کو 5.5 سے تقسیم کرنا ہوگا۔
 Number of bottles = 137.5 ÷ 5.5
 = 25
 Thus 25 bottles will be required.

(b) The capacity of each bottle is 6.25 litres.

Sol. Total petrol = 137.5 litre
 Capacity of each bottle = 6.25 litre
 To find the number of bottles we will have to divide 137.5 by 6.25.

بیٹوں کی تعداد معلوم کرنے کے لیے ہمیں 137.5 کو 6.25 سے تقسیم کرنا ہوگا۔
 Number of bottles = 137.5 ÷ 6.25
 = 22
 Thus 22 bottles will be required.

(c) Also tell how much petrol will be there in 18 bottles of capacity 6.25 litres each.

Sol. Capacity of each bottle = 6.25 litre
 Number of bottles = 18
 To find the quantity of petrol, we will have to multiply 6.25 by 18.

معلوم کرنے کے لیے ہمیں 6.25 کو 18 سے ضرب دینی ہوگی۔
 Quantity of petrol = 6.25 × 18
 = 112.5
 Thus, 112.5 litre petrol will be there in 18 bottles.

Try yours

• Write the multiplicative inverse of a. $\frac{1}{a}$
 If $a > b$ and $c > 0$, then $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$
 If $a > b$ and $c < 0$, then $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

• Write the additive inverse of a. $-a$
 If $a > b$ and $c > 0$, then $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$
 If $a > b$, and $c < 0$, then $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

Solved Exercise 1.2

1. Identify which property of real numbers is used in the following:

- (i) $11 + 0 = 11$
 Ans. Additive identity property.
- (ii) $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$
 Ans. Associative property w.r.t. "×"
- (iii) $12 + (-12) = 0$
 Ans. Additive inverse property.
- (iv) $14 + 20 = 20 + 14$
 Ans. Commutative property w.r.t. "+"
- (v) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} \in \mathbb{R}$
 Ans. Closure property w.r.t. "×"
- (vi) $2 \times \frac{1}{2} = 1$
 Ans. Multiplicative inverse property.
- (vii) $22 \times 1 = 22$
 Ans. Multiplicative identity property.

(iii) $\left(\frac{6}{10}\right) \cdot \left(-\frac{10}{6}\right) = 1$
 Ans. Multiplicative inverse property

(iv) $(19 + 12) + 8 = 19 + (12 + 8)$
 Ans. Associative property w.r.t. "+"

(v) $-3 + (23 + 48) = (-3 + 23) + 48$
 Ans. Associative property w.r.t. "+"

(vi) $89 \times 1 = 89$
 Ans. Multiplicative identity property.

(vii) $12 \times 46 = 46 \times 12$
 Ans. Commutative property w.r.t. "×"

(viii) $\sqrt{27} + 0 = \sqrt{27}$
 Ans. Additive identity property.

(ix) $xy = yx$
 Ans. Commutative property w.r.t. "×"

(x) $\pi + (-\pi) = 0$
 Ans. Additive inverse property.

2. Find the additive inverse and multiplicative inverse of the following.

Questions	Additive Inverse	Multiplicative Inverse
i. 15	-15	$\frac{1}{15}$
ii. -27	27	$-\frac{1}{27}$
iii. $\frac{7}{9}$	$-\frac{7}{9}$	$\frac{9}{7}$
iv. $-\frac{9}{16}$	$\frac{9}{16}$	$-\frac{16}{9}$
v. $\frac{20}{23}$	$-\frac{20}{23}$	$\frac{23}{20}$
vi. 1	-1	1
vii. $-\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{3}{2}$
viii. $\frac{7}{2}$	$-\frac{7}{2}$	$\frac{2}{7}$
ix. -7	7	$-\frac{1}{7}$
x. 12	-12	$\frac{1}{12}$

3. Identify which order property is used in the following:

- (i) $x < y$ or $x > y$ or $x = y$
 Ans. Trichotomy property.
- (ii) $a > b \Rightarrow \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$, $c < 0$
 Ans. Division property.
- (iii) $a > b \Rightarrow a - c > b - c$
 Ans. Subtraction property.

(iv) $5 > 2 \Rightarrow 5 \cdot c < 2 \cdot c$, $c < 0$
 Ans. Multiplicative property if $c < 0$.

(v) $7 > z$ and $z > 5 \Rightarrow 7 > 5$
 Ans. Transitive property.

(vi) $10 < 15 \Rightarrow 10 \cdot c > 15 \cdot c$, $c < 0$
 Ans. Multiplicative property if $c < 0$.

(vii) $x < y \Rightarrow x - w < y - w$
 Ans. Subtraction property.

(viii) $x < z \Rightarrow \frac{x}{\ell} < \frac{z}{\ell}$, $\ell > 0$
 Ans. Division property if $\ell > 0$.

Sub-Domain (ii): Estimation and Approximation

K-2 is the 2nd highest mountain in the world. It is situated in Gilgit Baltistan at the border of Pakistan and China. Its height is 8611 metres. Can you round the height of the K-2 to the 2 or 3 significant figures?

Sol. 2 significant figure
 8611 = 8600 (2 s.f.)

3 significant figure
 8611 = 8610 (3 s.f.)

Try yourself!

- How many significant figures does 0.00295 have?
 Ans. 0.00295 has three significant figures.
- Round 54285 to the 4 significant figures.
 Ans. 54285 = 54290

Solved Exercise 1.3

1. Round the following numbers to the given degree of accuracy.

- (i) 4763 (2 s.f.)
 Sol. 4763 = 4800 (2 s.f.)
- (ii) 785029 (3 s.f.)
 Sol. 785029 = 785000 (3 s.f.)
- (iii) 8095321 (4 s.f.)
 Sol. 8095321 = 8095000 (4 s.f.)
- (iv) 0.0289357 (5 s.f.)
 Sol. 0.0289357 = 0.028936 (5 s.f.)
- (v) 2345987 (5 s.f.)
 Sol. 2345987 = 2346000 (5 s.f.)
- (vi) 0.780247 (4 s.f.)
 Sol. 0.780247 = 0.7802 (4 s.f.)

2. Round the given decimal numbers to the stated number of decimal places or significant figures.

- (i) 2.785 (2 d.p.)
Sol. $2.785 = 2.79$ (2 d.p.)
- (ii) 88.9856 (4 s.f.)
Sol. $88.9856 = 88.99$ (4 s.f.)
- (iii) 15.3456 (2 d.p.)
Sol. $15.3456 = 15.35$ (2 d.p.)
- (iv) 10.4579 (3 s.f.)
Sol. $10.4579 = 10.5$ (3 s.f.)

3. Round the integers away from zero (0) as given.

- (i) -23.456 (1 d.p.)
Sol. If we round the number away from zero (0),
 $-23.456 = -23.5$
- (ii) -45325 (3 s.f.)
Sol. If we round the digit away from zero (0),
 $-45325 = -45300$
- (iii) -17.7898 (4 s.f.)
Sol. If we round the number away from zero (0),
 $-17.7898 = -17.79$
- (iv) 1172859 (5 s.f.)
Sol. If we round the number away from zero (0),
 $1172859 = 1172900$

4. Round the rational numbers to the stated number of decimal places or significant figures.

- (i) $\frac{23}{3}$ (3 d.p.)
Sol. $\frac{23}{3} = 7.666666 = 7.667$ (3 d.p.)
- (ii) $\frac{55}{3}$ (2 d.p.)
Sol. $\frac{55}{3} = 18.333333 = 18.33$ (2 d.p.)
- (iii) $\frac{47}{7}$ (2 d.p.)
Sol. $\frac{47}{7} = 6.71428 = 6.71$ (2 d.p.)
- (iv) $\frac{22}{6}$ (3 d.p.)
Sol. $\frac{22}{6} = 3.666666 = 3.667$ (3 d.p.)
- (v) $\frac{25}{29}$ (5 s.f.)
Sol. $\frac{25}{29} = 0.862068 = 0.86207$ (5 s.f.)
- (vi) $\frac{5}{521}$ (4 s.f.)
Sol. $\frac{5}{521} = 0.00959692 = 0.009597$ (4 s.f.)

5. Write the number of significant figures in each of the following:

- (i) 0.0028
Sol. 0.0028 (2 s.f.)
- (ii) 25901
Sol. 25901 (5 s.f.)
- (iii) 0.1080
Sol. 0.1080 (4 s.f.)
- (iv) 0.000235
Sol. 0.000235 (3 s.f.)

6. Compare your approximated value with the accurate value and also find an approximation error.

- (i) $3.78 + 1.98$
Sol. $3.78 \approx 4$ and $1.98 \approx 2$
 $4 + 2 = 2$
Approximate value = 2
Accurate value = $3.78 + 1.98 = 5.76$
Approximation error = Approximated value - Accurate value
 $= 2 - 5.76 = -3.76$
- (ii) $\frac{330 \times 7.62}{2.53}$
Sol. Approximated value = $7.62 \approx 8$; $330 \approx 300$; $2.53 \approx 3$
 $\frac{300 \times 8}{3} = 800$
Accurate value = $\frac{330 \times 7.62}{2.53} = 993.91$
Approximation error = $800 - 993.91 = -193.91$
- (iii) $\frac{28.35 + 30.15}{4593 - 3690}$
Sol. Approximated value = $28.35 \approx 28$; $30.15 \approx 30$;
 $4593 \approx 5000$; $3690 \approx 4000$
 $\frac{28 + 30}{5000 - 4000} = \frac{58}{1000} = 0.058$
Approximate value = 0.058
Accurate value = $\frac{28.35 + 30.15}{4593 - 3690} = \frac{58.5}{903} = 0.06$
Approximation error = Approximated value - Accurate value
 $= 0.058 - 0.06 = -0.002$
- (iv) $\frac{133 + 8.95}{5.36}$
Sol. Approximated value = $133 \approx 100$; $8.95 \approx 9$; $5.36 \approx 5$
 $\frac{100 + 9}{5} = \frac{109}{5} = 21.8$

Approximated value = 21.8
تحصیل کی قیمت

Accurate value = $\frac{133 + 8.95}{5.36} = \frac{141.95}{5.36} = 26.5$
درست قیمت

Approximation error = Approximated value - Accurate value
تحصیل کی قیمت = $21.8 - 26.5 = -4.7$

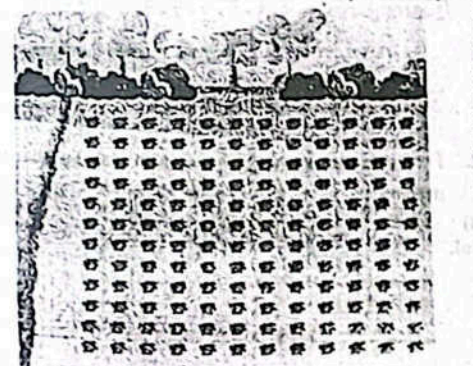
7. The total length of the Great Wall of China is 21196.18 km. Round the number to 1 decimal place and 5-significant figures.

- Sol. $21196.18 = 21196.2$ (1 d.p.)
 $21196.18 = 21196$ (5 s.f.)
- 8. The diameter of earth is 12742 km. Round the number to 3 and 4 significant figures.
زمین کا قطر 12742 کلومیٹر ہے۔ اس عدد کو 3 اور 4 اہم ہندسوں تک محدود کریں۔
Sol. $12742 = 12700$ (3 s.f.)
 $12742 = 12740$ (4 s.f.)

Sub-Domain (iii):
Square Roots and Cube Roots
جذر المربع اور جذور المکعب

Nida wants to plant 12 rose plants in rows and 12 rose plants in columns in her home garden as shown in figure. Can you tell how many number of rose plants Nida can grow?

پیدا اپنے گھر کے باغیچے میں 12 گلاب کے پودے تنہا اور 12 گلاب کے پھول کے پودے کاٹوں میں لگا چاہتی ہے۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ کچھ اگائے گلاب کے پھول کے پودے اگاسکتے ہیں؟



Sol. To find the total number of rose plants, we will find the perfect square of 12.

گلاب کے پھول کے پودوں کی کل تعداد معلوم کرنے کے لیے ہم 12 کا مکمل مربع معلوم کریں گے۔

The perfect square of 12 is
 $12^2 = 12 \times 12 = 144$

So, Nida can grow 144 rose plants.
ہنس بہ 144 گلاب کے پھول کے پودے اگاسکتی ہے۔

Try yourself! خود آزمائیں!

- Can you find out the perfect square of -4?
کیا آپ -4 کا مکمل مربع معلوم کر سکتے ہیں؟
Sol. The perfect square of -4 is:
 $(-4)^2 = -4 \times -4 = 16$

Solved Exercise 1.4 حل شدہ مشق 1.4

1. Find the square of the following numbers:
درج ذیل اعداد کا مربع معلوم کریں۔

- (i) 7
Sol. The perfect square of 7 is:
 $7^2 = 7 \times 7 = 49$
- (ii) 11
Sol. The perfect square of 11 is:
 $11^2 = 11 \times 11 = 121$
- (iii) 19
Sol. The perfect square of 19 is:
 $19^2 = 19 \times 19 = 361$
- (iv) 25
Sol. The perfect square of 25 is:
 $25^2 = 25 \times 25 = 625$
- (v) 37
Sol. The perfect square of 37 is:
 $37^2 = 37 \times 37 = 1369$
- (vi) 75
Sol. The perfect square of 75 is:
 $75^2 = 75 \times 75 = 5625$

2. Write the summation patterns for the following squares.
درج ذیل مربعوں کے جسی نمونے لکھیں۔

- (i) 6^2
Sol. $6^2 = 1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1 = 36$
- (ii) 7^2
Sol. $7^2 = 1+2+3+4+5+6+7+6+5+4+3+2+1 = 49$
- (iii) 4^2
Sol. $4^2 = 1+2+3+4+3+2+1 = 16$
- (iv) 5^2
Sol. $5^2 = 1+2+3+4+5+4+3+2+1 = 25$
- (v) 3^2
Sol. $3^2 = 1+2+3+2+1 = 9$
- (vi) 8^2
Sol. $8^2 = 1+2+3+4+5+6+7+8+7+6+5+4+3+2+1 = 64$

Try yourself! **خودتان کریں!**

Can you solve?

$$\sqrt{-81} = ?$$

We cannot solve it.

کیا آپ حل کر سکتے ہیں؟

ہم اسے حل نہیں کر سکتے۔

Solved Exercise 1.5 **حل شدہ مشق 1.5**

1. Find the square root of the following by prime factorization method: **درج ذیل کا ہندسہ اولیٰ عدد کے ذریعے طرز تجزیہ سے معلوم کریں۔**

(i) 784

Sol. 784 = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7$

$$\sqrt{784} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7}$$

$$= 2 \times 2 \times 7$$

$$= 28$$

$\therefore \sqrt{784} = 28$

(ii) 1225

Sol. 1225 = $5 \times 5 \times 7 \times 7$

$$\sqrt{1225} = \sqrt{5 \times 5 \times 7 \times 7}$$

$$= 5 \times 7$$

$\therefore \sqrt{1225} = 35$

(iii) 2500

Sol. 2500 = $2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

$$\sqrt{2500} = \sqrt{2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}$$

$$= 2 \times 5 \times 5$$

$$= 50$$

$\therefore \sqrt{2500} = 50$

(iv) 4225

Sol. 4225 = $5 \times 5 \times 13 \times 13$

$$\sqrt{4225} = \sqrt{5 \times 5 \times 13 \times 13}$$

$$= 5 \times 13$$

$$= 65$$

$\therefore \sqrt{4225} = 65$

(v) 5184

Sol. 5184 = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

$$\sqrt{5184} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$= 72$$

$\therefore \sqrt{5184} = 72$

(vi) 7744

Sol. 7744 = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 11$

$$\sqrt{7744} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 11}$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 11$$

$$= 88$$

$\therefore \sqrt{7744} = 88$

(vii) 1296

Sol. 1296 = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

$$\sqrt{1296} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$= 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$= 36$$

$\therefore \sqrt{1296} = 36$

(viii) 1764

Sol. 1764 = $2 \times 2 \times 21 \times 21$

$$\sqrt{1764} = \sqrt{2 \times 2 \times 21 \times 21}$$

$$= 2 \times 21$$

$$= 42$$

$\therefore \sqrt{1764} = 42$

(ix) 29241

Sol. 29241 = $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 19 \times 19$

$$\sqrt{29241} = \sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 19 \times 19}$$

$$= 3 \times 3 \times 19 = 171$$

$\therefore \sqrt{29241} = 171$

(x) 51529

Sol. 51529 = 227×227

$$\sqrt{51529} = \sqrt{227 \times 227}$$

$$= 227$$

$\therefore \sqrt{51529} = 227$

(xi) 418609

Sol. 418609 = 647×647

$$\sqrt{418609} = \sqrt{647 \times 647} = 647$$

$\therefore \sqrt{418609} = 647$

(xii) 240100

Sol. 240100 = $2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$

$$\sqrt{240100} = \sqrt{2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}$$

$$= 2 \times 5 \times 7 \times 7$$

$$= 490$$

$\therefore \sqrt{240100} = 490$

2. Find the square root of the following by division method. **درج ذیل کا ہندسہ اولیٰ عدد کے ذریعے تقسیم معلوم کریں۔**

(i) 1369

Sol. $\sqrt{1369}$

$$\begin{array}{r} 37 \\ 3 \overline{) 1369} \\ \underline{9} \\ 469 \\ \underline{469} \\ 0 \end{array}$$

(ii) 13689

Sol. $\sqrt{13689}$

$$\begin{array}{r} 117 \\ 1 \overline{) 13689} \\ \underline{1} \\ 268 \\ \underline{26} \\ 89 \\ \underline{81} \\ 89 \\ \underline{89} \\ 0 \end{array}$$

(iii) 50625

Sol. $\sqrt{50625}$

$$\begin{array}{r} 225 \\ 2 \overline{) 50625} \\ \underline{4} \\ 106 \\ \underline{106} \\ 225 \\ \underline{225} \\ 0 \end{array}$$

(iv) 103041

Sol. $\sqrt{103041}$

$$\begin{array}{r} 321 \\ 3 \overline{) 103041} \\ \underline{9} \\ 130 \\ \underline{124} \\ 641 \\ \underline{641} \\ 0 \end{array}$$

Solved Exercise 1.6 **حل شدہ مشق 1.6**

1. Find the square root of the following fractions by prime factorization. **درج ذیل کسور عام کا ہندسہ اولیٰ عدد کے ذریعے طرز تجزیہ سے معلوم کریں۔**

(i) $\frac{49}{64}$

Sol. $\frac{49}{64} = \frac{7 \times 7}{8 \times 8}$

$\sqrt{\frac{49}{64}} = \sqrt{\frac{7 \times 7}{8 \times 8}} = \frac{7}{8}$

(ii) $\frac{121}{625}$

Sol. $\frac{121}{625} = \frac{11 \times 11}{5 \times 5 \times 5 \times 5}$

$\sqrt{\frac{121}{625}} = \sqrt{\frac{11 \times 11}{5 \times 5 \times 5 \times 5}} = \frac{11}{5 \times 5}$

$= \frac{11}{25}$

(iii) $\frac{196}{441}$

Sol. $\frac{196}{441} = \frac{2 \times 2 \times 7 \times 7}{3 \times 3 \times 7 \times 7}$

$\sqrt{\frac{196}{441}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 7 \times 7}{3 \times 3 \times 7 \times 7}} = \frac{2 \times 7}{3 \times 7} = \frac{14}{21}$

(iv) $5\frac{13}{36}$

Sol. $5\frac{13}{36} = \frac{49}{36} = \frac{7 \times 7}{6 \times 6}$

$\sqrt{5\frac{13}{36}} = \sqrt{\frac{49}{36}} = \frac{7}{6}$

$= \sqrt{\frac{7 \times 7}{6 \times 6}} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$

(v) $\frac{676}{729}$

Sol. $\frac{676}{729} = \frac{2 \times 2 \times 13 \times 13}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$

$\sqrt{\frac{676}{729}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 13 \times 13}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}} = \frac{2 \times 13}{3 \times 3 \times 3} = \frac{26}{27}$

(vi) $12\frac{24}{25}$

Sol. $12\frac{24}{25} = \frac{324}{25} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{5 \times 5}$

$\sqrt{12\frac{24}{25}} = \sqrt{\frac{324}{25}}$

$= \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{5 \times 5}} = \frac{2 \times 3 \times 3}{5}$

$= \frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}$

2. Find the square root of the following fractions by division method. **درج ذیل کسور عام کا ہندسہ اولیٰ عدد کے ذریعے تقسیم معلوم کریں۔**

(i) $\frac{144}{225}$

Sol. $\frac{144}{225} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{225}}$

$= \frac{12}{15}$

$= \frac{4}{5}$

$\therefore \sqrt{\frac{144}{225}} = \frac{4}{5}$

(ii) $\frac{169}{256}$

Sol. $\frac{169}{256} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{256}}$

$= \frac{13}{16}$

$\therefore \sqrt{\frac{169}{256}} = \frac{13}{16}$

(iii) $5\frac{41}{64}$

Sol. $5\frac{41}{64} = \frac{361}{64}$

$\sqrt{5\frac{41}{64}} = \sqrt{\frac{361}{64}}$

$= \frac{\sqrt{361}}{\sqrt{64}}$

$= \frac{19}{8} = 2\frac{3}{8}$

$\therefore \sqrt{5\frac{41}{64}} = 2\frac{3}{8}$

Solved Exercise 1.7

1. Find the square root of the following decimals by prime factorization.

(i) 1.21
Sol. $1.21 = \frac{121}{100}$
 $\sqrt{\frac{121}{100}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{11 \times 11}}{\sqrt{2 \times 2 \times 5 \times 5}} = \frac{11}{2 \times 5} = \frac{11}{10} = 1.1$

(ii) 0.64
Sol. $0.64 = \frac{64}{100}$
 $\sqrt{\frac{64}{100}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}}{\sqrt{2 \times 2 \times 5 \times 5}} = \frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 5} = \frac{8}{10} = 0.8$

(iii) 7.29
Sol. $7.29 = \frac{729}{100}$
 $\sqrt{\frac{729}{100}} = \frac{\sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}}{\sqrt{2 \times 2 \times 5 \times 5}} = \frac{3 \times 3 \times 3}{2 \times 5} = \frac{27}{10}$

(iv) 1.44
Sol. $1.44 = \frac{144}{100}$
 $\sqrt{\frac{144}{100}} = \frac{\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}}{\sqrt{2 \times 2 \times 5 \times 5}} = \frac{2 \times 2 \times 3}{2 \times 5} = \frac{12}{5} = 2.4$

(v) 1.69
Sol. $1.69 = \frac{169}{100}$
 $\sqrt{\frac{169}{100}} = \frac{\sqrt{13 \times 13}}{\sqrt{2 \times 2 \times 5 \times 5}} = \frac{13}{2 \times 5} = \frac{13}{10}$

(vi) 12.25
Sol. $12.25 = \frac{1225}{100}$
 $\sqrt{\frac{1225}{100}} = \frac{\sqrt{5 \times 5 \times 7 \times 7}}{\sqrt{2 \times 2 \times 5 \times 5}} = \frac{5 \times 7}{2 \times 5} = \frac{35}{10} = 3.5$

2. Find the square root of the following decimals by division method:

(i) 0.3249
Sol. $\sqrt{0.3249} = 0.57$

(ii) 0.5184
Sol. $\sqrt{0.5184} = 0.72$

(iii) 10.24
Sol. $\sqrt{10.24} = 3.2$

(iv) 20.5209
Sol. $\sqrt{20.5209} = 4.53$

(v) 3856.41
Sol. $\sqrt{3856.41} = 62.1$

(vi) 1866.24
Sol. $\sqrt{1866.24} = 43.2$

(vii) 0.680625
Sol. $\sqrt{0.680625} = 0.825$

(viii) 0.797449
Sol. $\sqrt{0.797449} = 0.893$

(ix) 1281.64
Sol. $\sqrt{1281.64} = 35.8$

Solved Exercise 1.8

1. Find the square root of the following up to 3 decimal places:

(i) 2
Sol. $\sqrt{2} \approx 1.4142$

(ii) 3
Sol. $\sqrt{3} \approx 1.73205$

(iii) 5
Sol. $\sqrt{5} \approx 2.23606$

(iii) 5
Sol. $\sqrt{5} \approx 2.23606$, rounded to 2.236 (3 d.p.)

(iv) 7
Sol. $\sqrt{7} \approx 2.6457$

(v) 11
Sol. $\sqrt{11} \approx 3.3166$

(v) 11
Sol. $\sqrt{11} \approx 3.3166$, rounded to 3.317 (3 d.p.)

(v) 11
Sol. $\sqrt{11} \approx 3.3166$, rounded to 3.317 (3 d.p.)

(vi) 21

Sol.

	4.5825
4	21.00 00 00 00
	-16 ↓
85	500
	-425 ↓
908	7500
	-7264 ↓
9162	23 600
	-18 324 ↓
91645	52 76 00
	-45 82 25 ↓
	69375

$\therefore \sqrt{21} \approx 4.5825$, rounded to 4.583 (3 d.p.)

4.583 $\approx \sqrt{21}$ 3 درجہ اعشاریہ تک محدود کرنے سے

2. Find the square root of the following up to 2 decimal places.
درج ذیل اعداد کا جذور مربع 2 درجہ اعشاریہ تک معلوم کریں۔

(i) 3.6

Sol.

	1.897
1	3.60 00 00
	-1 ↓
28	260
	-224 ↓
369	3600
	-3321 ↓
3787	27900
	-26509 ↓
	1391

$\therefore \sqrt{3.6} \approx 1.897$, rounded to 1.90 (2 d.p.)

1.90 $\approx \sqrt{3.6}$ 2 درجہ اعشاریہ تک محدود کرنے سے

(ii) 6.4

Sol.

	2.529
2	6.40 00 00
	-4 ↓
45	240
	-225 ↓
502	1500
	-1004 ↓
5049	49600
	-45441 ↓
	4159

$\therefore \sqrt{6.4} \approx 2.529$, rounded to 2.53 (2 d.p.)

2.53 $\approx \sqrt{6.4}$ 2 درجہ اعشاریہ تک محدود کرنے سے

(iii) 28.9

Sol.

	5.375
5	28.90 00 00
	-25 ↓
103	390
	-309 ↓
1067	8100
	-7469 ↓
10745	63100
	-53725 ↓
	9375

$\therefore \sqrt{28.9} \approx 5.375$, rounded to 5.38 (2 d.p.)

5.38 $\approx \sqrt{28.9}$ 2 درجہ اعشاریہ تک محدود کرنے سے

(iv) 63.34

Sol.

	7.958
7	63.34 00 00
	-49 ↓
149	1434
	-1341 ↓
1585	9300
	-7925 ↓
15908	137500
	-127264 ↓
	10236

$\therefore \sqrt{63.34} \approx 7.958$, rounded to 7.96 (2 d.p.)

7.96 $\approx \sqrt{63.34}$ 2 درجہ اعشاریہ تک محدود کرنے سے

(v) 921.25

Sol.

	30.352
3	921.25 00 00
	-9 ↓
603	2125
	-1809 ↓
6065	31600
	-30325 ↓
60702	127500
	-121404 ↓
	6096

$\therefore \sqrt{921.25} \approx 30.352$, rounded to 30.35 (2 d.p.)

30.35 $\approx \sqrt{921.25}$ 2 درجہ اعشاریہ تک محدود کرنے سے

(vi) 5921.25

Sol.

	76.949
7	59 21.25 00 00
	-49 ↓
146	1021
	-876 ↓
1529	14525
	-13761 ↓
15384	76400
	-61536 ↓
153889	1486400
	-1385001 ↓
	101399

$\therefore \sqrt{5921.25} \approx 76.949$, rounded to 76.95 (2 d.p.)

76.95 $\approx \sqrt{5921.25}$ 2 درجہ اعشاریہ تک محدود کرنے سے

Solved Exercise 1.9

1. Find the number of digits in the square root of the following perfect square and verify it by finding square root:

درج ذیل مکمل مربعوں کے جذور میں ہندسوں کی تعداد معلوم کریں اور ہندسوں کی تعداد معلوم کرنے کے لیے تصدیق کریں۔

(i) 63504

Sol. Number of digits of the given number = 5

دے گئے عدد کے ہندسوں کی تعداد $n = 5$ ہے، اس لیے rule (ii) کا استعمال کریں گا۔

$n = 5$ is odd, so rule (ii) will be applied
Thus, the number of digits in the square root will be 3

$\frac{n+1}{2} = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$

Now, we can verify it. اب ہم اس کی تصدیق کر سکتے ہیں۔

	252
2	635 04
	-4 ↓
45	235
	-225 ↓
502	10 04
	-10 04 ↓
	0

$\therefore \sqrt{63504} = 252$

(ii) 66564

Sol. Number of digits of the given number = 5

دے گئے عدد کے ہندسوں کی تعداد $n = 5$ ہے، اس لیے rule (ii) کا استعمال کریں گا۔

$n = 5$ is odd, so rule (ii) will be applied
Thus, the number of digits in the square root will be 3

$\frac{n+1}{2} = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$

Now, we can verify it. اب ہم اس کی تصدیق کر سکتے ہیں۔

	258
2	665 64
	-4 ↓
45	265
	-225 ↓
508	40 64
	-40 64 ↓
	0

$\therefore \sqrt{66564} = 258$

(iii) 50625

Sol. Number of digits of the given number = 5

دے گئے عدد کے ہندسوں کی تعداد $n = 5$ ہے، اس لیے rule (ii) کا استعمال کریں گا۔

$n = 5$ is odd, so rule (ii) will be applied
Thus, the number of digits in the square root will be 3

	225
2	506 25
	-4 ↓
42	106
	-84 ↓
445	22 25
	-22 25 ↓
	0

Thus, the number of digits in the square root will be 3
جس جذور مربع میں ہندسوں کی تعداد ہوگی۔

$\frac{n+1}{2} = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$

Now, we can verify it. اب ہم اس کی تصدیق کر سکتے ہیں۔

	225
2	506 25
	-4 ↓
42	106
	-84 ↓
445	22 25
	-22 25 ↓
	0

$\therefore \sqrt{50625} = 225$

(iv) 837225

Sol. Number of digits of the given number = 6

دے گئے عدد کے ہندسوں کی تعداد $n = 6$ ہے، اس لیے rule (i) کا استعمال کریں گا۔

$n = 6$ is even; so part (i) of the rule will be applied
Thus, the number of digits in the square root will be 3

$\frac{n}{2} = \frac{6}{2} = 3$

Now, we can verify it. اب ہم اس کی تصدیق کر سکتے ہیں۔

	915
9	83 72 25
	-81 ↓
181	272
	-181 ↓
1825	91 25
	-91 25 ↓
	0

$\therefore \sqrt{837225} = 915$

(v) 839056

Sol. Number of digits of the given number = 6

دے گئے عدد کے ہندسوں کی تعداد $n = 6$ ہے، اس لیے rule (i) کا استعمال کریں گا۔

$n = 6$ is even, so part (i) of the rule will be applied
Thus, the number of digits in the square root will be 3

$\frac{n}{2} = \frac{6}{2} = 3$

Now, we can verify it. اب ہم اس کی تصدیق کر سکتے ہیں۔

	916
9	83 90 56
	-81 ↓
181	290
	-181 ↓
1826	10 956
	-10 956 ↓
	0

$\therefore \sqrt{839056} = 916$

(vi) 1054729

Sol. Number of digits of the given number = 7

دیے گئے عدد کے ہندسوں کی تعداد

$n = 7$ is odd, so rule (ii) will be applied

$n = 7$ طاق ہے لہذا رول (ii) لاگو ہوگا۔

Thus, the number of digits in the square root will be

ہم جذورالرقب میں ہندسوں کی تعداد ہوگی۔

$$\frac{n+1}{2} = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

To check the answer, we proceed as under.

جواب کی تصدیق کے لیے ہم اس طرح سے عمل کریں گے۔

	1027	
1	105 47 29	
	1 ↓	
	05 47	
202	- 4 04	
	143 29	
2047	-143 29	
	0	

$\therefore \sqrt{1054729} = 1027$

(vii) 1577536

Sol. Number of digits of the given number = 7

دیے گئے عدد کے ہندسوں کی تعداد

$n = 7$ is odd, so rule (ii) will be applied

$n = 7$ طاق ہے لہذا رول (ii) لاگو ہوگا۔

Thus, the number of digits in the square root will be

ہم جذورالرقب میں ہندسوں کی تعداد ہوگی۔

$$\frac{n+1}{2} = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

To check the answer, we proceed as under.

جواب کی تصدیق کے لیے ہم اس طرح سے عمل کریں گے۔

	1256	
1	1 57 75 36	
	-1 ↓	
	57	
22	- 44	
	13 75	
245	-12 25	
	150 36	
2506	-150 36	
	0	

$\therefore \sqrt{1577536} = 1256$

(viii) 2119936

Sol. Number of digits of the given number = 7

دیے گئے عدد کے ہندسوں کی تعداد

$n = 7$ is odd, so rule (ii) will be applied

$n = 7$ طاق ہے لہذا رول (ii) لاگو ہوگا۔

Thus, the number of digits in the square root will be

ہم جذورالرقب میں ہندسوں کی تعداد ہوگی۔

$$\frac{n+1}{2} = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

To check the answer, we proceed as under.

جواب کی تصدیق کے لیے ہم اس طرح سے عمل کریں گے۔

	1456	
1	2 11 99 36	
	-1 ↓	
	111	
24	- 96	
	15 99	
285	-14 25	
	174 36	
2906	-174 36	
	0	

$\therefore \sqrt{211996} = 1456$

(ix) 3283344

Sol. Number of digits of the given number = 7

دیے گئے عدد کے ہندسوں کی تعداد

$n = 7$ is odd, so rule (ii) will be applied

$n = 7$ طاق ہے لہذا رول (ii) لاگو ہوگا۔

Thus, the number of digits in the square root will be

ہم جذورالرقب میں ہندسوں کی تعداد ہوگی۔

$$\frac{n+1}{2} = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

Now, we can verify it.

ہم اس کی تصدیق کر سکتے ہیں۔

	1812	
1	3 28 33 44	
	-1 ↓	
	228	
28	-224	
	433	
361	-361	
	72 44	
3622	-72 44	
	0	

$\therefore \sqrt{3283344} = 1812$

(x) 614656

Sol. Number of digits of the given number = 6

دیے گئے عدد کے ہندسوں کی تعداد

$n = 6$ is even, so part (i) of the rule will be applied

$n = 6$ جفت ہے لہذا رول (i) لاگو ہوگا۔

Thus, the number of digits in the square root will be

ہم جذورالرقب میں ہندسوں کی تعداد ہوگی۔

$$\frac{n}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Now, we can verify it.

ہم اس کی تصدیق کر سکتے ہیں۔

	784	
7	61 46 56	
	-49 ↓	
	1246	
148	-1184	
	62 56	
1564	-62 56	
	0	

$\therefore \sqrt{614656} = 784$

(xi) 7778521

Sol. Number of digits of the given number = 7

دیے گئے عدد کے ہندسوں کی تعداد

$n = 7$ is odd, so rule (ii) will be applied

$n = 7$ طاق ہے لہذا رول (ii) لاگو ہوگا۔

Thus, the number of digits in the square root will be

ہم جذورالرقب میں ہندسوں کی تعداد ہوگی۔

$$\frac{n+1}{2} = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

To check the answer, we proceed as under.

جواب کی تصدیق کے لیے ہم اس طرح سے عمل کریں گے۔

	2789	
2	7 77 85 21	
	-4 ↓	
	377	
47	-329	
	4885	
548	-4384	
	50121	
5569	-50121	
	0	

$\therefore \sqrt{7778521} = 2789$

(xii) 12880921

Sol. Number of digits of the given number = 8

دیے گئے عدد کے ہندسوں کی تعداد

$n = 8$ is even, so part (i) of the rule will be applied

$n = 8$ جفت ہے لہذا رول (i) لاگو ہوگا۔

Thus, the number of digits in the square root will be

ہم جذورالرقب میں ہندسوں کی تعداد ہوگی۔

$$\frac{n}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

Now, we can verify it.

اب ہم اس کی تصدیق کر سکتے ہیں۔

	3589	
3	12 88 09 21	
	-9 ↓	
	388	
65	-325	
	6309	
708	-5664	
	64521	
7169	-64521	
	0	

$\therefore \sqrt{12880921} = 3589$

Solved Exercise 1.10

1. The length of a squared shaped box is 324cm. Find the area of the box.

ایک مربعی شکل کے ڈبے کی لمبائی 324cm ہے۔ ڈبے کا رقبہ معلوم کریں۔

Sol. Let 'x' be the area of the box.

فرض کیا ڈبے کا رقبہ 'x' ہے۔

As we know that ہم جانتے ہیں کہ

$$\begin{aligned} \text{Area رقبہ} &= (\text{Length of a side})^2 \\ x &= (324\text{cm})^2 = 324\text{cm} \times 324\text{cm} \\ x &= 104976\text{cm}^2 \end{aligned}$$

The area of the box is 104976cm².

(ڈبے کا رقبہ 104976cm² ہے۔)

2. The length of a square shaped field is 36m. Find the area of the square field.

ایک مربعی شکل کے میدان کی لمبائی 36m ہے۔ مربعی میدان کا رقبہ معلوم کریں۔

Sol. Let 'x' be the area of the field.

فرض کیا میدان کا رقبہ 'x' ہے۔

As we know that ہم جانتے ہیں کہ

$$\begin{aligned} \text{Area رقبہ} &= (\text{Length of a side})^2 \\ x &= (36\text{m})^2 = 36\text{m} \times 36\text{m} \\ x &= 1296\text{m}^2 \end{aligned}$$

The area of the field is 1296m².

3. The length of a square shaped lawn is 250 metres. What will be the area of the lawn and also tell what will be its cost of growing grass at the rate of Rs.75 per sq. metres?

ایک مربعی شکل کے گمن کی لمبائی 250 میٹر ہے۔ گمن کا رقبہ کیا ہوگا اور یہ بھی بتائیں کہ 75 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے گراس اگانے کا خرچ کیا ہوگا؟

Sol. Let 'x' be the area of the lawn.

فرض کیا گمن کا رقبہ 'x' ہے۔

As we know that ہم جانتے ہیں کہ

$$\begin{aligned} \text{Area رقبہ} &= (\text{Length of a side})^2 \\ x &= (250\text{m})^2 = 250\text{m} \times 250\text{m} \\ x &= 62500\text{m}^2 \end{aligned}$$

The area of the lawn is 62500sq. metre.

Rate of growing grass per sq. metre = Rs.75

گراس کا رقبہ 62500 میٹر ہے۔

Cost of growing grass = 62500 × 75

گراس اگانے کا خرچ

گراس اگانے کا خرچ = Rs.4687500 روپے

4. The area of a square shaped field is 14400sq.metres. Find the length of the side of the square.

ایک مربعی شکل کے میدان کا رقبہ 14400 مربع میٹر ہے۔ میدان کی لمبائی معلوم کریں۔

Sol. Since the length and width of a square is same, so, square root of 14400 will be found.

چونکہ مربع کی لمبائی اور چوڑائی ایک جیسی ہوتی ہے لہذا 14400 کا جذورالرقب معلوم کیا جائے گا۔

	120	
1	1 44 00	
	-1 ↓	
	44	
22	-44	
	0 00	
240	-0 00	
	0	

Thus, the length of the side of the square is 120metre.

مربع کی لمبائی 120 میٹر ہے۔

5. The area of a square shaped field is 422500 sq. metres. How much string is required for fixing along the sides as a fence?

ایک مربعی شکل کے میدان کا رقبہ 422500 مربع میٹر ہے۔ اس کے گرد باڑ لگانے کے لیے کتنی لمبی رسی درکار ہوگی؟

Sol. Since the length and width of a square is same, so square root of the 422500 will be found.

چونکہ مربع کی لمبائی اور چوڑائی ایک جیسی ہوتی ہے لہذا 422500 کا جذورالرقب معلوم کیا جائے گا۔

	650
6	42 25 00
	-36 ↓
125	625
	-625 ↓
1300	00 00
	-00 00
	0

Thus, the length of the side of the square is 650 metre.

Required length = 4 × length of a side = 4 × 650 = 2600 metre

Thus, 2600 metre string is required.

6. A gardener wants to plant 122500 trees in his field in such a way that the number of trees in a row is equal to the number of rows. How many trees will he plant in the each row?

Sol. Since the number of trees in a row is the same the number of rows. So, square root of 122500 will be found.

چونکہ ایک قطار میں درختوں کی تعداد اور قطاروں کی تعداد برابر ہے۔ لہذا 122500 کا جذور مربع معلوم کیا جائے گا۔

	350
3	12 25 00
	-9 ↓
65	325
	-325 ↓
700	0 00
	-0 00
	0

Thus gardenere will plant 350 trees in each row.

ہر باغبان ہر قطار میں 350 درخت لگائے گا۔

7. The area of a rectangular field is 10092 sq. metres. Its length is three times as long as its width. Find its perimeter.

Sol. Since the length of rectangular field is three times as long as its width. So this rectangular shape can be divided into three squares.

چونکہ مستطیل کی لمبائی چوڑائی کا تین گنا ہے۔ لہذا اس مستطیل کو تین مربعوں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے۔

Area of each square region = $\frac{10092}{3} = 3364m^2$

To find the length of its side, square root of 3364 will be found.

اس کے ضلع کی لمبائی معلوم کرنے کے لیے 3364 کا جذور مربع معلوم کیا جائے گا۔

	58
5	33 64
	-25 ↓
108	864
	-864 ↓
	0

∴ Length of square = 58m²

Width of rectangular field = 58m

Length of rectangular field = 58 × 3m = 174m

Perimeter = 2((length + width)) = 2(174 + 58) = 464 metre

Thus, perimeter of rectangular field is 464 metre.

8. A rectangular field has an area 28800 sq. metres. Its length is twice as long as its width. What is the length of its sides?

Sol. Since the length of rectangular field is twice as long as it width. So, this rectangular shape can be divided into two squares.

ایک مستطیل کی لمبائی چوڑائی سے دو گنا ہے۔ اس لیے اس مستطیل کو دو مربعوں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے۔

Area of each square region = $\frac{28800}{2} = 14400m^2$

To find the length of its sides, square root of 14400 will be found.

اس کے اضلاع کی لمبائی معلوم کرنے کے لیے 14400 کا جذور مربع معلوم کیا جائے گا۔

	120
1	1 44 00
	-1 ↓
22	44
	-44 ↓
240	0 00
	-0 00
	0

∴ Length of square = 120m

Width of rectangular field = 120m

Length of rectangular field = 120 × 2m = 240m

Thus, the length of each side of rectangular field is 240 metre.

9. Find that least number which, when subtracted from 109087, the answer is a complete square.

Sol. To find which number is subtracted from the given number we find the square root of 109087 and the remainder will be the required number.

پہلے 109087 کے مربع جذور معلوم کریں گے۔ جسے دے کر فرق نکالیں گے۔ وہی فرق مطلوبہ عدد ہوگا۔

	33
3	10 90 87
	-9 ↓
63	190
	-189 ↓
	187

Remaining number = Given number - Remainder = 109087 - 187 = 108900

Thus, if 187 is subtracted from 109087, the remaining number 108900 will be a complete square.

پہلے 109087 کے مربع جذور معلوم کریں گے۔ جسے دے کر فرق نکالیں گے۔ وہی فرق مطلوبہ عدد ہوگا۔

10. The cost of levelling the ground of a circular region at a rate of Rs.2 per square metre is Rs.4928. Find the radius of the ground.

Sol. Cost of levelling the ground = Rs. 4928

Rate per square metre = Rs. 2

Area of circular region = $\frac{\text{Cost}}{\text{Rate}}$

$\pi r^2 = \frac{4928}{2}$

$\frac{22}{7} \times r^2 = 2464m^2$

$r^2 = 2464 \times \frac{7}{22}$

$r^2 = 784$

To find the radius, square root of 784 will be found.

Thus, radius of the ground is 28 metre.

	28
2	7 84
	-4 ↓
48	384
	-384 ↓
	0

پہلے 784 کا جذور مربع معلوم کریں گے۔

11. The cost of ploughing in a square field is Rs.2450 at the rate of Rs. 2 per 100 sq. metres. Find the length of the side of the square.

Sol. Cost of ploughing the square field = Rs.2450

Rate per 100 square metre = Rs.2

Area of square field = $\frac{\text{Cost}}{\text{Rate}}$

$(\text{length})^2 = \frac{2450}{0.02}$

$(\text{length})^2 = 122500$

To find the length of the side of the square field, square root of 122500 will be found.

ہر مربع کھیت کے ضلع کی لمبائی معلوم کرنے کے لیے 122500 کا جذور مربع معلوم کیا جائے گا۔

	350
3	12 25 00
	-9 ↓
65	325
	-325 ↓
700	0 00
	-0 00
	0

Thus, length of the side of square is 350 metre.

12. The area of a square shaped lawn is 62500 sq. metres. A wooden fence is to be laid around the lawn. What is the length of a wooden fence required? What will be its cost at the rate of Rs.50 per metre?

Sol. Area of square lawn = 62500 m²

We know that Area of lawn = (Length of a side)²

$62500 = (\text{Length of the side})^2$

To the length of the side, square root of 62500 will be found.

اس کے ضلع کی لمبائی معلوم کرنے کے لیے 62500 کا جذور مربع معلوم کریں گے۔

250
6 25 00
-4 ↓
225
-225 ↓
0 00
-0 00
0

So, length of wooden fence is 250 metre.

ہذا برقی کے باز کی لمبائی 250 میٹر ہے۔

Now اب

Perimeter = 4 × length of a side
= 4 × 250m = 1000m

Cost of fencing at the rate of Rs.50 per metre

1000 روپے فی میٹر کے حساب سے باز کو لگانے کا خرچہ

= 1000 × 50

= Rs.50000 روپے

Try yourself! خود آزمائی

Can you find out the perfect cube of -5?

کیا آپ -5 کا مکمل مکعب معلوم کر سکتے ہیں؟

Sol. -5 × -5 × -5 = -125

-125 is a perfect cube of -5.

_____ is a perfect cube of 4.

Sol. 64 is the perfect cube of 4.

Can you solve? $\sqrt{-64} = ?$

Sol. $\sqrt{-64} = ((-4)^3)^{\frac{1}{3}}$
= -4

Solved Exercise 1.11 حل شدہ مشق 1.11

1. Which numbers are perfect cubes?

درج ذیل میں سے مکمل مکعب اعداد کون سے ہیں؟

- (i) 512 (ii) 1100 (iii) 6859 (iv) 729 (v) $\frac{1000}{125}$

Sol. (i), (iii), (iv) and (v) are perfect cubes.

(ii) اور (v) مکمل مکعب ہیں۔

2. Find the cube roots of the following.

درج ذیل اعداد کا جذور مکعب معلوم کریں۔

(i) 729

Sol. $729 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
= $3^3 \times 3^3$

$\therefore \sqrt[3]{729} = \sqrt[3]{3^3 \times 3^3}$

= $(3^3 \times 3^3)^{\frac{1}{3}}$

= $(3^3)^{\frac{1}{3}} \times (3^3)^{\frac{1}{3}}$

= 3 × 3 = 9

3 729
3 243
3 81
3 27
3 9
3 3
1 1

(ii) 15625

Sol. $15625 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

= $5^3 \times 5^3$

$\therefore \sqrt[3]{15625} = \sqrt[3]{5^3 \times 5^3}$

= $(5^3 \times 5^3)^{\frac{1}{3}}$

= $(5^3)^{\frac{1}{3}} \times (5^3)^{\frac{1}{3}}$

= 5 × 5 = 25

5 15625
5 3125
5 625
5 125
5 25
5 5
1 1

(iii) 13824

Sol. $13824 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

= $2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 3^3$

$\therefore \sqrt[3]{13824} = \sqrt[3]{2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 3^3}$

= $(2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 3^3)^{\frac{1}{3}}$

= $(2^3)^{\frac{1}{3}} \times (2^3)^{\frac{1}{3}} \times (2^3)^{\frac{1}{3}} \times (3^3)^{\frac{1}{3}}$

= 2 × 2 × 2 × 3

= 24

2 13824
2 6912
2 3456
2 1728
2 864
2 432
2 216
2 108
2 54
3 27
3 9
3 3
1 1

3. Find the cubes of the following:

(i) 1.4

Sol. $(1.4)^3 = (1.4) \times (1.4) \times (1.4)$

= $(1.96) \times (1.4)$

= 2.744

(ii) 0.4

Sol. $(0.4)^3 = (0.4) \times (0.4) \times (0.4)$

= $(0.16) \times (0.4)$

= 0.064

(iii) 0.8

Sol. $(0.8)^3 = (0.8) \times (0.8) \times (0.8)$

= $(0.64) \times (0.8)$

= 0.512

4. Find the cube roots of the following:

(i) $\frac{27}{216}$

Sol. $\frac{27}{216} = \frac{3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3}$

= $\frac{3^3}{2^3 \times 3^3}$

$\sqrt[3]{\frac{27}{216}} = \sqrt[3]{\frac{3^3}{2^3 \times 3^3}}$

= $(\frac{3^3}{2^3 \times 3^3})^{\frac{1}{3}}$

= $(\frac{3^3}{2^3 \times 3^3})^{\frac{1}{3}} = \frac{3}{2 \times 3}$

= $\frac{1}{2}$

3 27
3 9
3 3
1 1

2 216
2 108
2 54
2 27
3 9
3 3
1 1

(i) 35937

Sol. $35937 = 3 \times 3 \times 3 \times 11 \times 11 \times 11$

= $3^3 \times 11^3$

$\therefore \sqrt[3]{35937} = \sqrt[3]{3^3 \times 11^3}$

= $(3^3 \times 11^3)^{\frac{1}{3}}$

= $(3^3)^{\frac{1}{3}} \times (11^3)^{\frac{1}{3}}$

= 3 × 11

= 33

3 35937
3 11979
3 3993
11 1331
11 121
11 11
1 1

(ii) 3375

Sol. $3375 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$

= $3^3 \times 5^3$

$\therefore \sqrt[3]{3375} = \sqrt[3]{3^3 \times 5^3}$

= $(3^3 \times 5^3)^{\frac{1}{3}}$

= $(3^3)^{\frac{1}{3}} \times (5^3)^{\frac{1}{3}}$

= 3 × 5 = 15

3 3375
3 1125
3 375
5 125
5 25
5 5
1 1

5. If a cube has length of 6cm, then what will be the volume of the cube?

اگر ایک مکعب کی لمبائی 6cm ہو تو اس کا حجم کیا ہوگا؟

Sol. Let 'l' is the length of the cube.

Volume of the cube = $l \times l \times l$

= $6\text{cm} \times 6\text{cm} \times 6\text{cm}$

= 216 cm^3

Thus, the volume of the cube is 216 cm^3 .

اس مکعب کا حجم 216 cm^3 ہے۔

6. Find the volume of a cube if the length of one side is 8cm.

مکعب کا حجم معلوم کریں اگر ایک ضلع کی لمبائی 8cm ہے۔

Sol.

Let 'l' is the length of the cube.

Volume of the cube = $l \times l \times l$

= $8\text{cm} \times 8\text{cm} \times 8\text{cm}$

= 512 cm^3

Thus, the volume of the cube is 512 cm^3 .

اس مکعب کا حجم 512 cm^3 ہے۔

7. If the volume of a cube shape is 3375 cm^3 , then what is the measure of the edge of the cube?

اگر ایک مکعب شکل کا حجم 3375 cm^3 ہو تو اس کے کنارے کی لمبائی کیا ہوگی؟

Sol.

Let 'l' is the length of the cube shape

Volume of the cube = $l \times l \times l$

Volume of the cube = l^3

$3375 \text{ cm}^3 = l^3$

To find out the length of edge, we will take cube root on both sides.

کنارے کی لمبائی معلوم کرنے کے لیے ہم دونوں طرف جذور مکعب لیں گے۔

$l^3 = 3375 \text{ cm}^3$

$\sqrt[3]{l^3} = \sqrt[3]{3375}$

$l = (3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5)^{\frac{1}{3}}$

= $(3^3 \times 5^3)^{\frac{1}{3}}$

= $3^{\frac{1}{3}} \times 5^{\frac{1}{3}}$

= 15 cm

3 3375
3 1125
3 375
5 125
5 25
5 5
1 1

Thus the measure of the edge of the cube shape is 15 cm.

8. The volume of a cube is 729 m^3 . What will be the length of a side of the cube?

ایک مکعب کا حجم 729 m^3 ہے۔ اس کے ایک ضلع کی لمبائی کیا ہوگی؟

Sol.

Let 'l' is the length of the cube.

As we know that

Volume of the cube = $l \times l \times l$

Volume of the cube = l^3

$729 \text{ m}^3 = l^3$

To find out the length of the cube, we will take cube root on both sides.

ایک ضلع کی لمبائی معلوم کرنے کے لیے ہم دونوں طرف جذور مکعب لیں گے۔

$\sqrt[3]{l^3} = \sqrt[3]{729}$

$l = (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3)^{\frac{1}{3}}$

= $(3^3 \times 3^3)^{\frac{1}{3}}$

= $3^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}}$

= 3 × 3

= 9 m

3 729
3 243
3 81
3 27
3 9
3 3
1 1

Thus, the length of one side of the cube is 9 m.

اس مکعب کے ایک ضلع کی لمبائی 9m ہے۔

9. How many cubical boxes of dimensions 5cm × 5cm × 5cm can be packed in a large cubical case having volume 875 cm^3 ?

ایک بڑے مکعب نما ڈبے کے حجم 875 cm^3 ہے۔ اس میں 5cm × 5cm × 5cm سائز کے مکعب نما ڈبے کتنے جگہ پائے جاسکتے ہیں؟

Sol. Volume of a cubical box = 5cm × 5cm × 5cm

= 125 cm^3

Volume of large cubical case = 875 cm^3

Number of boxes = $\frac{875}{125} = 7$

To find out the number of cubical boxes, we will divide 875 by 125.

مکعب نما ڈبوں کی تعداد معلوم کرنے کے لیے ہم 875 کو 125 سے تقسیم کریں گے۔

Number of boxes = 875 ÷ 125 = 7

Thus, 7 cubical boxes can be packed in the large cubical case.

اس بڑے مکعب نما ڈبے میں 7 چھوٹے مکعب نما ڈبے یکے کے ساتھ پائے جاسکتے ہیں۔

Solved Review Exercise 1 (a) حل شدہ مشق

1. Four options are given against each statement. Encircle the correct one.

پہلیاں کے سامنے چار جملات دیے گئے ہیں۔ درست کے گرد لکھو۔

- (i) Real number is: حقیقی عدد ہے۔
 (a) Difference of rational numbers and irrational numbers
 (b) Intersection of rational numbers and irrational numbers
 (c) Union of rational numbers and irrational numbers
 (d) Complete set of natural numbers

(ii) Which of the following is true about $\sqrt{8}$?

- (a) Natural number
 (b) Whole number
 (c) Rational number
 (d) Irrational number

(iii) Irrational numbers are non-terminating and _____ numbers:

- (a) rational number
 (b) non-recurring
 (c) recurring
 (d) decimal

(iv) Round 0.0234589 to the 4 significant figures:

- (a) 0.02346 (b) 0.02345 (c) 2346 (d) 0.0235

(v) The difference between approximated value and actual accurate value is called:

- (a) round
 (b) significant figure
 (c) approximation error
 (d) estimated value

(vi) Which of the following is perfect square?

- (a) 25.6 (b) 0.256 (c) 2.56 (d) 2560

(vii) Square of 0.9 is:

- (a) 0.081 (b) 8.10 (c) 0.81 (d) 81.027

(viii) $(\frac{7}{9})^{-1} =$

- (a) $\frac{49}{6}$ (b) $\frac{7}{81}$ (c) $\frac{49}{81}$ (d) $\frac{7}{3}$

(ix) $1+2+3+4+5+6+7+8+7+6+5+4+3+2+1 = ?$

- (a) 8^2 (b) 9^2 (c) 65 (d) 81

(x) If the side length of a square is 0.5m, then its area is:

- (a) $0.50 m^2$ (b) $2.5 m^2$ (c) $0.25 m^2$ (d) $25 m^2$

(xi) $\sqrt{0.04} = ?$
 (a) 0.02 (b) 2.0 (c) 0.2 (d) 20

(xii) $\sqrt{1^2 \times 4^2} = ?$
 (a) 4 (b) 14 (c) 41 (d) 20

(xiii) $\sqrt{\frac{4}{9}} = ?$
 (a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{2}{9}$ (c) $\frac{4}{3}$ (d) $\frac{3}{2}$

(xiv) $\sqrt{\frac{a}{b}}$
 (a) $\frac{a}{b}$ (b) ab (c) $\sqrt{\frac{b}{a}}$ (d) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

2. Identify terminating, non-terminating and recurring decimal fractions from the following:

(i) $\frac{17}{5}$ (ii) $\frac{23}{3}$
 Sol. $\frac{17}{5} = 3.4$ Sol. $\frac{23}{3} = 7.666\text{---}$

Terminating Non-terminating
 Recurring

(iii) $\frac{49}{8}$ (iv) $\frac{8}{15}$
 Sol. $\frac{49}{8} = 6.125$ Sol. $\frac{8}{15} = 0.5333\text{---}$

Terminating Non-terminating
 Recurring

3. Separate rational and Irrational numbers.

(i) $\frac{25}{6}$
 Sol. $\frac{25}{6}$ is in the form of rational number, it is a rational number.

(ii) $\frac{55}{7}$
 Sol. $\frac{55}{7}$ is in the form of rational number, it is a rational number.

(iii) 8.111111
 Sol. 8.111111 is recurring decimal number, so it is a rational number.

(iv) $\sqrt{21}$
 Sol. Since 21 is not a perfect square and $\sqrt{21}$ is non-terminating non recurring, it is irrational.

(v) $\sqrt{21}$
 Sol. Since 21 is not a perfect square and $\sqrt{21}$ is non-terminating non recurring, it is irrational.

(vi) $\sqrt{21}$
 Sol. Since 21 is not a perfect square and $\sqrt{21}$ is non-terminating non recurring, it is irrational.

(vii) $\sqrt{21}$
 Sol. Since 21 is not a perfect square and $\sqrt{21}$ is non-terminating non recurring, it is irrational.

(viii) $\sqrt{21}$
 Sol. Since 21 is not a perfect square and $\sqrt{21}$ is non-terminating non recurring, it is irrational.

(ix) $\sqrt{21}$
 Sol. Since 21 is not a perfect square and $\sqrt{21}$ is non-terminating non recurring, it is irrational.

(x) $\sqrt{21}$
 Sol. Since 21 is not a perfect square and $\sqrt{21}$ is non-terminating non recurring, it is irrational.

(xi) $\sqrt{21}$
 Sol. Since 21 is not a perfect square and $\sqrt{21}$ is non-terminating non recurring, it is irrational.

(xii) $\sqrt{21}$
 Sol. Since 21 is not a perfect square and $\sqrt{21}$ is non-terminating non recurring, it is irrational.

(xiii) $\sqrt{21}$
 Sol. Since 21 is not a perfect square and $\sqrt{21}$ is non-terminating non recurring, it is irrational.

4. Identify the property of real numbers used in the following:

(i) $25 + (7 + 5) = (25 + 7) + 5$
 Ans. Associative property w.r.t. "+"

(ii) $17 + (-17) = 0$
 Ans. Additive inverse property

(iii) $\sqrt{x} + 0 = \sqrt{x}$
 Ans. Additive identity property

(iv) $25 \times 5 = 5 \times 25$
 Ans. Commutative property w.r.t. "x"

5. Round the following to the given degree of accuracy:

(i) 598235 (4 s.f.) (ii) 0.002859 (3 s.f.)
 Sol. 598200 Sol. 0.00286

(iii) 45.35946 (2 d.p.) (iv) $\frac{25}{8}$ (2 d.p.)
 Sol. 45.36 Sol. $\frac{25}{8} = 3.125 = 3.13$

(v) $\frac{15}{7}$ (2 d.p.)
 Sol. $\frac{15}{7} = 2.14285 = 2.14$

(vi) 0.078952 (4 s.f.)
 Sol. 0.07895 (4 s.f.)

6. Javeria bought 25.75 metres of cloth and Salma bought 78.28 metres of cloth. Find the total length of cloth. Also round the answer too.

جیریہ نے 25.75 میٹر کپڑا اور سلمیٰ نے 78.28 میٹر کپڑا خریدا۔ کپڑے کی کل لمبائی معلوم کریں۔ جواب کو گھور دیکھ کر رول کریں۔

(i) 3 s.f. (ii) 1 d.p.
 Sol. To find the total length of cloth, we will to add both the length.

Total length of cloth = $25.75 + 78.28 = 104.03$ metre

Thus, the total length of the cloth is 104.03 metre

Now (i) $104.03 = 104$ m (3s.f.)
 (ii) $104.03 = 104.0$ m = 104 m (1d.p.)

7. The cost of 10 kg rice is Rs. 1557 and the cost of 15kg sugar is Rs. 1278. What will be cost of both the items. Also round the answer up to 2 significant figures.

10 kg چاول کی قیمت 1557 روپے ہے اور 15 kg شکر کی قیمت 1278 روپے ہے۔ دونوں چیزوں کی قیمت کیا ہوگی؟ جواب کو 2 اہم اعداد تک گھور دیکھ کر رول کریں۔

Sol. To find the total cost of both items, we will have to add both values.

1557 + 1278 = Rs 2835
 So, total cost of both items is Rs. 2835.

8. Find the number of digits in the square root of the following numbers. Also find the square root.

(i) 9604
 Sol. Number of digits in the square root = 4
 $n = 4$ is even, so part (i) of the rule will be applied.

(ii) 30625
 Sol. Number of digits in the square root = 5
 $n = 5$ is odd, so rule (ii) will be applied.

(iii) 12544
 Sol. Number of digits in the square root = 5
 $n = 5$ is odd, so rule (ii) will be applied.

1557 + 1278 = Rs 2835
 So, total cost of both items is Rs. 2835.

8. Find the number of digits in the square root of the following numbers. Also find the square root.

(i) 9604
 Sol. Number of digits in the square root = 4
 $n = 4$ is even, so part (i) of the rule will be applied.

(ii) 30625
 Sol. Number of digits in the square root = 5
 $n = 5$ is odd, so rule (ii) will be applied.

(iii) 12544
 Sol. Number of digits in the square root = 5
 $n = 5$ is odd, so rule (ii) will be applied.

(iv) 12544
 Sol. Number of digits in the square root = 5
 $n = 5$ is odd, so rule (ii) will be applied.

(v) 12544
 Sol. Number of digits in the square root = 5
 $n = 5$ is odd, so rule (ii) will be applied.

(vi) 12544
 Sol. Number of digits in the square root = 5
 $n = 5$ is odd, so rule (ii) will be applied.

(vii) 12544
 Sol. Number of digits in the square root = 5
 $n = 5$ is odd, so rule (ii) will be applied.

(viii) 12544
 Sol. Number of digits in the square root = 5
 $n = 5$ is odd, so rule (ii) will be applied.

(ix) 12544
 Sol. Number of digits in the square root = 5
 $n = 5$ is odd, so rule (ii) will be applied.

(x) 12544
 Sol. Number of digits in the square root = 5
 $n = 5$ is odd, so rule (ii) will be applied.

(xi) 12544
 Sol. Number of digits in the square root = 5
 $n = 5$ is odd, so rule (ii) will be applied.

(xii) 12544
 Sol. Number of digits in the square root = 5
 $n = 5$ is odd, so rule (ii) will be applied.

(xiii) 12544
 Sol. Number of digits in the square root = 5
 $n = 5$ is odd, so rule (ii) will be applied.

(xiv) 12544
 Sol. Number of digits in the square root = 5
 $n = 5$ is odd, so rule (ii) will be applied.

(xv) 12544
 Sol. Number of digits in the square root = 5
 $n = 5$ is odd, so rule (ii) will be applied.

(xvi) 12544
 Sol. Number of digits in the square root = 5
 $n = 5$ is odd, so rule (ii) will be applied.

(xvii) 12544
 Sol. Number of digits in the square root = 5
 $n = 5$ is odd, so rule (ii) will be applied.

(xviii) 12544
 Sol. Number of digits in the square root = 5
 $n = 5$ is odd, so rule (ii) will be applied.

(xix) 12544
 Sol. Number of digits in the square root = 5
 $n = 5$ is odd, so rule (ii) will be applied.

(xx) 12544
 Sol. Number of digits in the square root = 5
 $n = 5$ is odd, so rule (ii) will be applied.

(xxi) 12544
 Sol. Number of digits in the square root = 5
 $n = 5$ is odd, so rule (ii) will be applied.

(xxii) 12544
 Sol. Number of digits in the square root = 5
 $n = 5$ is odd, so rule (ii) will be applied.

Thus, the number of digits in the square root will be.

ہیں ہندسوں کی تعداد ہوگی۔

$$\frac{n+1}{2} = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

To check the answer, we proceed as under.

جواب کی تصدیق کے لیے ہم اس طرح عمل کریں گے۔

$$\begin{array}{r} 112 \\ 1 \overline{) 125 \ 44} \\ \underline{-1} \\ 25 \\ 21 \overline{) 25} \\ \underline{-21} \\ 44 \\ 222 \overline{) 444} \\ \underline{-444} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{12544} = 112$$

(iv) 422500

Sol. Number of digits in the square root (n) = 6

Now n = 6 is even, so part (i) of the rule will be applied.

اب n = 6 بنت ہے پس زوں کا حصہ (i) لا کر ہوگا۔

The number of digits in the square root will be:

ہندسوں کی تعداد ہوگی۔

$$\frac{n}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Now, we can verify it. اب ہم اس کی تصدیق کر سکتے ہیں۔

$$\begin{array}{r} 650 \\ 6 \overline{) 42 \ 25 \ 00} \\ \underline{-36} \\ 625 \ 00 \\ \underline{-625 \ 00} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{422500} = 650$$

9. Find the square root of the following:

درج ذیل کا ہندسوں کا مربع معلوم کریں۔

(i) $28 \frac{4}{9}$

Sol. $28 \frac{4}{9} = \frac{256}{9}$

$$\sqrt{28 \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{256}{9}}$$

$$= \frac{\sqrt{256}}{\sqrt{9}}$$

$$= \frac{16}{3} = 5 \frac{1}{3}$$

$$\therefore \sqrt{28 \frac{4}{9}} = 5 \frac{1}{3}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 1 \overline{) 256} \\ \underline{-1} \\ 156 \\ 13 \overline{) 156} \\ \underline{-156} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ 3 \overline{) 9} \\ \underline{-9} \\ 0 \end{array}$$

(ii) $17 \frac{128}{289}$

Sol. $17 \frac{128}{289} = \frac{5041}{289}$

$$\sqrt{17 \frac{128}{289}} = \sqrt{\frac{5041}{289}}$$

$$= \frac{\sqrt{5041}}{\sqrt{289}}$$

$$= \frac{71}{17} = 4 \frac{3}{17}$$

$$\therefore \sqrt{17 \frac{128}{289}} = 4 \frac{3}{17}$$

$$\begin{array}{r} 71 \\ 7 \overline{) 50 \ 41} \\ \underline{-49} \\ 141 \\ 141 \overline{) 141} \\ \underline{-141} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 17 \\ 1 \overline{) 289} \\ \underline{-1} \\ 189 \\ 189 \overline{) 189} \\ \underline{-189} \\ 0 \end{array}$$

(iii) $101 \frac{92}{169}$

Sol. $101 \frac{92}{169} = \frac{17161}{169}$

$$\sqrt{101 \frac{92}{169}} = \sqrt{\frac{17161}{169}}$$

$$= \frac{\sqrt{17161}}{\sqrt{169}}$$

$$= \frac{131}{13}$$

$$= 10 \frac{1}{13}$$

$$\therefore \sqrt{101 \frac{92}{169}} = 10 \frac{1}{13}$$

$$\begin{array}{r} 131 \\ 1 \overline{) 171 \ 61} \\ \underline{-1} \\ 71 \\ 71 \overline{) 71} \\ \underline{-71} \\ 61 \\ 61 \overline{) 61} \\ \underline{-61} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 13 \\ 1 \overline{) 169} \\ \underline{-1} \\ 69 \\ 69 \overline{) 69} \\ \underline{-69} \\ 0 \end{array}$$

(iv) 0.053361

$$\begin{array}{r} 0.231 \\ 2 \overline{) 0.05 \ 33 \ 61} \\ \underline{-4} \\ 133 \\ 43 \overline{) 133} \\ \underline{-129} \\ 461 \\ 461 \overline{) 461} \\ \underline{-461} \\ 0 \end{array}$$

(v) 152.7696

$$\begin{array}{r} 12.36 \\ 1 \overline{) 152 \ 76 \ 96} \\ \underline{-1} \\ 52 \\ 22 \overline{) 52} \\ \underline{-44} \\ 876 \\ 243 \overline{) 876} \\ \underline{-729} \\ 14796 \\ 2466 \overline{) 14796} \\ \underline{-14796} \\ 0 \end{array}$$

(v) 0.204304

$$\begin{array}{r} 0.452 \\ 4 \overline{) 0.20 \ 43 \ 04} \\ \underline{-16} \\ 443 \\ 85 \overline{) 443} \\ \underline{-425} \\ 1804 \\ 902 \overline{) 1804} \\ \underline{-1804} \\ 0 \end{array}$$

(vii) 0.316406

$$\begin{array}{r} 0.56249 \\ 5 \overline{) 0.31 \ 64 \ 06 \ 00 \ 00} \\ \underline{-25} \\ 664 \\ 106 \overline{) 664} \\ \underline{-636} \\ 2806 \\ 1122 \overline{) 2806} \\ \underline{-2244} \\ 56200 \\ 11244 \overline{) 56200} \\ \underline{-44976} \\ 112400 \\ 112489 \overline{) 112400} \\ \underline{-1012401} \\ 109999 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{0.316406} = 0.5625$$

(iii) 38.01 (2 d.p.)

$$\begin{array}{r} 6.165 \\ 6 \overline{) 38.01 \ 00 \ 00} \\ \underline{-36} \\ 201 \\ 121 \overline{) 201} \\ \underline{-121} \\ 8000 \\ 1226 \overline{) 8000} \\ \underline{-7356} \\ 64000 \\ 12325 \overline{) 64000} \\ \underline{-61625} \\ 2775 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{38.01} = 6.165 \text{ rounded to } 6.17 \text{ (2 d.p.)}$$

$$(2 \text{ d.p.}) 6.17 \text{ سے چھوڑ کر } \sqrt{38.01} = 6.165$$

(ix) 6422.53 (2 d.p.)

$$\begin{array}{r} 80.1406 \\ 8 \overline{) 64 \ 22 \ 53 \ 00 \ 00 \ 00} \\ \underline{-64} \\ 2253 \\ 1601 \overline{) 2253} \\ \underline{-1601} \\ 65200 \\ 16024 \overline{) 65200} \\ \underline{-64096} \\ 11040000 \\ 1602806 \overline{) 11040000} \\ \underline{-9616836} \\ 1423164 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{6422.53} = 80.1406, \text{ rounded to } 80.14 \text{ (2 d.p.)}$$

$$(2 \text{ d.p.}) 80.14 \text{ سے چھوڑ کر } \sqrt{6422.53} = 80.1406$$

10. If the area of a square field is 161604 m^2 . Find the length of its one side.

اگر ایک مربعی زمین کا رقبہ 161604 m^2 ہے تو اس کے ایک ضلع کی لمبائی معلوم کریں۔

Sol. To find the length of a side, we will have to find the square root. ایک ضلع کی لمبائی معلوم کرنے کے لیے ہمیں ہندسوں کا مربع معلوم کرنا ہوگا۔

$$\begin{array}{r} 402 \\ 4 \overline{) 16 \ 16 \ 04} \\ \underline{-16} \\ 1604 \\ 802 \overline{) 1604} \\ \underline{-1604} \\ 0 \end{array}$$

Thus length of a side of square field is 402 m.

ہمیں پتا چلتا ہے کہ ایک ضلع کی لمبائی 402 m ہے۔

11. Saeeda has 196 marbles that she is using to make a square formation. How many marbles should be in each row?

سعیدہ کے پاس 196 ماربلز ہیں جو وہ ایک مربع بنانے کے لیے استعمال کر رہی ہے۔ ہر قطار میں کتنے ماربلز ہونے چاہئیں؟

Sol. To find the number of marbles in each row, we will have to find the square root.

ہر قطار میں ماربلز کی تعداد معلوم کرنے کے لیے ہمیں ہندسوں کا مربع معلوم کرنا ہوگا۔

$$\begin{array}{r} 14 \\ 1 \overline{) 196} \\ \underline{-1} \\ 96 \\ 24 \overline{) 96} \\ \underline{-96} \\ 0 \end{array}$$

Thus, there should be 14 marbles in each row.

ہر قطار میں 14 ماربلز ہونے چاہئیں۔

12. Find the cube root of the following numbers:

درج ذیل اعداد کا ہندسوں کا مکعب معلوم کریں۔

(i) 1728

Sol. $1728 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$$= 2^6 \times 3^3$$

$$\therefore \sqrt[3]{1728} = \sqrt[3]{2^6 \times 3^3}$$

$$= (2^2 \times 3)^3$$

$$= (2^2)^1 \times (3^1)^1 \times (3^1)^1$$

$$= 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$\begin{array}{r} 2 \mid 1728 \\ 2 \overline{) 864} \\ 2 \overline{) 432} \\ 2 \overline{) 216} \\ 2 \overline{) 108} \\ 2 \overline{) 54} \\ 3 \overline{) 27} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \overline{) 3} \\ 1 \end{array}$$

(ii) 3375

Sol. $3375 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$

$$= 3^3 \times 5^3$$

$$\therefore \sqrt[3]{3375} = \sqrt[3]{3^3 \times 5^3} = (3 \times 5)^3$$

$$= (3^1)^1 \times (5^1)^1 = 3 \times 5 = 15$$

$$\begin{array}{r} 3 \mid 3375 \\ 3 \overline{) 1125} \\ 3 \overline{) 375} \\ 5 \overline{) 125} \\ 5 \overline{) 25} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array}$$

(iii) $\frac{216}{125}$

Sol. $\frac{216}{125} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3}{5 \times 5 \times 5}$

$$= \frac{2^3 \times 3^3}{5^3}$$

$$\therefore \sqrt[3]{\frac{216}{125}} = \sqrt[3]{\frac{2^3 \times 3^3}{5^3}} = \left(\frac{2^3 \times 3^3}{5^3}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{(2^1)^1 \times (3^1)^1}{(5^1)^1} = \frac{2 \times 3}{5} = \frac{6}{5}$$

$$\begin{array}{r} 2 \mid 216 \\ 2 \overline{) 108} \\ 2 \overline{) 54} \\ 3 \overline{) 27} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \overline{) 3} \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \mid 125 \\ 5 \overline{) 625} \\ 5 \overline{) 25} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array}$$

13. The volume of a cube is 512 mm^3 . What will be the length of a side of the cube?

ایک مکعب کا حجم 512 mm^3 ہے۔ مکعب کے ایک ضلع کی لمبائی کیا ہوگی؟

Sol. Let 'l' is the length of the cube. فرض کیا مکعب کی لمبائی 'l' ہے۔

As we know that ہم جانتے ہیں کہ

$$\text{Volume of the cube} = l \times l \times l$$

$$\text{Volume of the cube} = l^3$$

$$512 \text{ cm}^3 = l^3$$

To find the length of one side of the cube, we will take cube root on both sides.

ایک ضلع کی لمبائی معلوم کرنے کے لیے ہم دونوں طرف ہندسوں کا مکعب لیں گے۔

$$l^3 = 512 \text{ cm}^3$$

$$\sqrt[3]{l^3} = \sqrt[3]{512}$$

$$= (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)^{\frac{1}{3}}$$

$$l = (2^2 \times 2^1 \times 2^1)^{\frac{1}{3}}$$

$$= 2^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}} = 8$$

Thus, length of one side of the cube is 8mm.

پس مکعب کے ایک ضلع کی لمبائی 8mm ہے۔

$$\begin{array}{r} 2 \mid 512 \\ 2 \overline{) 256} \\ 2 \overline{) 128} \\ 2 \overline{) 64} \\ 2 \overline{) 32} \\ 2 \overline{) 16} \\ 2 \overline{) 8} \\ 2 \overline{) 4} \\ 2 \overline{) 2} \\ 2 \overline{) 2} \\ 1 \end{array}$$

14. What will be the volume of cube, whose side is 10cm long?

Sol. Let 'l' is the length of the cube.

Volume of the cube = $l \times l \times l$
 $= 10\text{cm} \times 10\text{cm} \times 10\text{cm}$
 $= 1000\text{ cm}^3$

Thus, the volum of the cube is 1000 cm³

ہیں، کعب کا حجم 1000 cm³ ہے۔

OBJECTIVE TYPE QUESTIONS

Multiple Choice Questions (MCQ's) Taken From Previous Term Wise Papers (First Term, Second Term & Annual) of PEC

Encircle the correct option.

- The number $\sqrt{13}$ is: (First Term 23)
 (a) Rational number
 (b) Irrational number
 (c) Composite number
 (d) Prime number
- The number $\sqrt{7}$ is: (First Term 23)
 (a) Rational number
 (b) Irrational number
 (c) Integer
 (d) Natural number
- The number $\sqrt{5}$ is: (First Term 23)
 (a) Prime number
 (b) Irrational number
 (c) Rational number
 (d) Natural number
- The absolute value of -6 is: (First Term 23)
 (a) -36 (b) 36 (c) -6 (d) 6
- The absolute value of -9 is: (First Term 23)
 (a) 3 (b) -3 (c) 9 (d) -9
- The absolute value of -11 is: (First Term 23)
 (a) 11 (b) -11 (c) $\frac{1}{11}$ (d) $-\frac{1}{11}$
- By rounding off 0.237689 to 3 significant figures, we get: (First Term 23)
 (a) 0.236 (b) 0.236 (c) 0.238 (d) 0.239
- By rounding off 78.5243 to 4 significant figures, we get: (First Term 23)
 (a) 78.5 (b) 78.52 (c) 78.6 (d) 78.53

- By rounding off 78.6287 to 4 significant figures, we get: (First Term 23)
 (a) 78.6288 (b) 78.62 (c) 78.63 (d) 78.6287
- By rounding off 66.50761 to 4 significant figures, we get: (First Term 23)
 (a) 66.50 (b) 66.51 (c) 66.5076 (d) 66.5077
- Identify the non-terminating decimal fraction: (Final Term 23)
 (a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{2}{5}$ (c) $\frac{7}{6}$ (d) $\frac{7}{8}$
- The additive Identity is: (Final Term 23)
 (a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) 2
- The additive inverse of -9 is: (Final Term 23)
 (a) 9 (b) -9 (c) $\frac{1}{9}$ (d) $-\frac{1}{9}$
- Identify the terminating decimal fraction: (Final Term 23)
 (a) $\frac{3}{8}$ (b) $\frac{4}{11}$ (c) $\frac{22}{51}$ (d) $\frac{43}{99}$
- The multiplicative inverse of $\frac{1}{9}$ is: (Final Term 23)
 (a) $-\frac{1}{9}$ (b) -9 (c) $\frac{1}{9}$ (d) 9
- By rounding -71.3478 to three decimal places we get: (Final Term 23)
 (a) -71.3 (b) -71.34 (c) -71.348 (d) 71.3478
- By rounding 78.356 to the two decimal places we get: (Final Term 23)
 (a) 78.36 (b) 78.35 (c) 78.34 (d) 78.30
- By rounding 50.5765 to two decimal places we get: (Final Term 23)
 (a) 50.57 (b) 50.58 (c) 50.65 (d) 50.66
- The square root of 1225 is: (Final Term 23)
 (a) 25 (b) 35 (c) 45 (d) 55
- The square of 17 is: (First Term 23)
 (a) 189 (b) 289 (c) 389 (d) 489
- The square of 30 is: (Final Term 23)
 (a) 9 (b) 90 (c) 900 (d) 1800

- Cube root of 343 is: (First Term 23)
 (a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 7
- The square of 25 is: (First Term 23)
 (a) 625 (b) 725 (c) 825 (d) 925
- By rounding off 36.72726 to 4 significant figures we get: (First Term 24)
 (a) 36.72 (b) 36.73 (c) 36.7272 (d) 36.7273
- The square of 11 is: (Final Term 24)
 (a) 121 (b) 144 (c) 169 (d) 196
- The absolute value of -110 is: (Final Term 24)
 (a) -100 (b) 100 (c) -110 (d) 110
- The number $\sqrt{2}$ is: (Final Term 24)
 (a) Prime number
 (b) Irrational number
 (c) Rational number
 (d) Natural number
- The square of 15 is: (First Term 24)
 (a) 5 (b) 75 (c) 125 (d) 225
- The cube root of 64 is: (Final Term 24)
 (a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5
- If the length of side of a square is 12cm, then its area will be: (Final Term 24)
 (a) 26cm² (b) 48cm² (c) 96cm² (d) 144cm²

Short Answer Questions (CRO's) Taken From Previous Term Wise Papers (First Term, Second Term & Annual) of PEC

Give short answers.

- If one packet contain $2\frac{1}{4}$ liters of milk then find the quantity of milk in 18 such packets.
- Milk in 1 packet = $2\frac{1}{4}$ l
 Milk in 18 packets = $2\frac{1}{4} \times 18$
 $= \frac{9}{4} \times 18$
 $= \frac{81}{2}$

- 27 $\frac{1}{2}$ kg rice is to be packed equally in $2\frac{3}{2}$ packets. Find the number of packets.
 Sol. Total rice = $27\frac{1}{2}$ kg
 Weight of each packet = $2\frac{3}{4}$ kg
 Number of packets = $\frac{55}{2} \div \frac{11}{4} = \frac{55}{2} \times \frac{4}{11} = 10$
- 45 $\frac{1}{3}$ kg sugar is to be packed equally in $5\frac{2}{3}$ packets. How many packets of sugar will be packed?
 Sol. Total sugar = $45\frac{1}{3}$ kg
 Capacity of each packet = $5\frac{2}{3}$ kg
 Number of packets = $45\frac{1}{3} \div 5\frac{2}{3} = \frac{136}{3} \div \frac{17}{3} = 8$
- Sara purchased $8\frac{1}{3}$ meters of cloth and used $1\frac{4}{9}$ meters of cloth to stitch a shirt. How much cloth left with her?
 Sol. Sara purchased the cloth = $8\frac{1}{3}$ meters

= $\frac{25}{3}$ meter میٹر

Cloth used to stitch a shirt = $\frac{4}{9}$ meter میٹر

پیرا آئیس کی سلائی میں استعمال ہوا

= $\frac{13}{9}$ meter میٹر

Cloth left with her = Purchase cloth - Cloth used for shirt

تیس کی سلائی میں استعمال ہونے والا کپڑا۔ خریدایا کپڑا۔ اس کے پاس باقی کپڑا

= $(\frac{25}{3} - \frac{13}{9})$ meter میٹر

= $(\frac{25 \times 3 - 13}{9})$ meter میٹر

= $(\frac{75 - 13}{9})$ meter میٹر

= $(\frac{62}{9})$ meter میٹر

Cloth left with Sara = $\frac{8}{9}$ meter میٹر

سارو کے پاس باقی کپڑا

3.(a) If $5\frac{1}{4}$ kilograms of sugar is to be packed equally in $1\frac{3}{4}$ kilogram packets, then how many packets of sugar will be packed? (First Term 23)

اگر $5\frac{1}{4}$ کلوگرام یعنی $5\frac{1}{4}$ کلوگرام کے بیٹوں میں ہر ایک کی ہائے تو چینی کے کل کتنے پکٹ ہوں گے۔

Sol. Total weight of sugar = $5\frac{1}{4} = \frac{21}{4}$ kg کلوگرام
چینی کا کل وزن

Weight of sugar in 1 packet = $1\frac{3}{4} = \frac{7}{4}$ kg کلوگرام

1 پکٹ چینی کا وزن

Number of packets will be packed = $\frac{21}{4} \div \frac{7}{4}$

چینی کے کل پکٹ

= $\frac{21}{4} \times \frac{4}{7}$

Number of packet will be packed = 3
چینی کے کل پکٹ

(b) If $42\frac{1}{11}$ kg of wheat is to be packed equally in $4\frac{1}{4}$ kg packets, then how many packets of wheat will be packed? (First Term 23)

اگر $42\frac{1}{11}$ کلوگرام مکدم کو $4\frac{1}{4}$ کلوگرام کے پکٹوں میں ہر ایک کی ہائے تو مکدم کے کل

Sol. Total mass of wheat = مکدم کی کل کیت = $42\frac{1}{11}$
Mass of wheat in one packet = ایک پکٹ میں مکدم کی کیت = $4\frac{1}{4}$

Number of packets = $42\frac{1}{11} \div 4\frac{1}{4}$
پکٹوں کی تعداد

Number of packets = $\frac{85}{2} \times \frac{4}{17}$
پکٹوں کی تعداد

Number of packets = $\frac{85}{2} \times \frac{4}{17}$
پکٹوں کی تعداد

Number of packets = 10
پکٹوں کی تعداد

4.(a) Calculate the square root of 103041 by division method. (First Term 14)

Sol. 103041 کا ہندسہ بڑھ کر چیسیم معلوم کریں۔

	321
3	103041
	-9
62	130
	-124
641	641
	-641
	0

$\therefore \sqrt{103041} = 321$

(b) The area of a square shaped card is 121cm^2 . Find the length of one side of the card. (First Term 14)

Sol. Area of a square shaped card = 121cm^2
مربع شکل کے کارڈ کا رقبہ

Area of a square = length \times width
ہزارہا کی لمبائی \times چوڑائی

$l^2 = 121\text{cm}^2$
 $\sqrt{l^2} = \sqrt{121}$
 $l = 11\text{cm}$ یعنی میٹر

5.(a) The value of a cubic shaped box is 729m^3 . Find the length of its one side. (First Term 14)

Sol. Volume of the cube = 729m^3
کعبہ کا حجم = 729m^3
Taking cube root of both sides, we get

$\sqrt[3]{l^3} = \sqrt[3]{729\text{m}^3}$

$l = (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3)$

$l = (3^3 \times 3^3)$

$l = 3^2 \times 3^2$

$l = 3 \times 3$

$l = 9\text{m}$

(b) The area of a square shaped lawn is 40729m^2 . What would be the length of wooden fence to be laid the lawn? (First Term 23)

Sol. Area of square lawn = 49729m^2
مربع شکل کے میدان کا رقبہ = 49729m^2

Length of one side of square shaped lawn = $\sqrt{49729\text{m}^2}$
مربع شکل کے میدان کے ایک ضلع کی لمبائی

	223
2	49729
	-4
42	97
	-84
443	1329
	-1329
	0

Length of one side of square shaped lawn = 223m

Perimeter of square shaped lawn = 4×223

Perimeter of square shaped lawn = 892m

Perimeter of square shaped lawn = 892m

Length of wooden fence = 892

6.(a) Calculate the square root of 14400 by division method. (First Term 24)

Sol. 14400 کا ہندسہ بڑھ کر چیسیم معلوم کریں۔

	120
1	14400
	-1
22	44
	-44
240	000
	-000
	0

(b) Calculate the square root of 51076 by division method. (First Term 24)

Sol. 51076 کا ہندسہ بڑھ کر چیسیم معلوم کریں۔

	226
2	51076
	-4
42	110
	-84
446	2676
	-2676
	0

$\sqrt{51076} = 226$

(c) Calculate the square root of 15625 by division method. (First Term 24)

	125
1	15625
	-1
22	56
	-44
245	1225
	-1225
	0

$\sqrt{15625} = 125$

Sub-Domain (iv):
Sets سیٹ

Can you write the set of the names of animals which live in water and on land?

Sol. Set of animals live in water and on land

(snake, frog, crocodile, tortoise, duck)

Solved Exercise 1.12

1. Write the following sets in descriptive form:

(i) A = {1, 3, 5, 7, 9}

Sol. A = Set of first five odd numbers

(ii) B = {2, 4, 6, 8, 10}

Sol. B = Set of first five even numbers

(iii) C = {0, ± 1 , ± 2 , ... ± 10 }

Sol. C = Set of integers between -11 and +11

(iv) D = {a, e, i, o, u}

Sol. D = Set of vowels of English alphabet.

(v) E = {x | x \in N and $x \leq 100$ }

Sol. E = Set of 100 natural numbers.

(vi) F = {y | y \in P}

Sol. F = Set of Prime numbers

2. Write the following sets in tabular form:

(i) A = Set of whole numbers.

Sol. A = {0, 1, 2, 3, ...}

(ii) B = Letters of the word "hockey".

Sol. B = {h, o, c, k, e, y}

(iii) C = Set of Integers.

Sol. C = {0, ± 1 , ± 2 , ± 3 , ...}

(iv) D = Set of solar months start with letter "J".

Sol. D = {January, June, July}

(v) E = Set of English alphabet.

Sol. E = {a, b, c, d, ..., z}

(vi) F = Numbers less than 30 and divisible by 5.

Sol. F = {5, 10, 15, 20, 25}

3. Write the following sets in set builder notation:

درج ذیل سیٹوں کو قائمہ ساز میں لکھیں۔

- (i) $A = \{0, 1, 2, 3, \dots, 10\}$
Sol. $A = \{x | x \in W \wedge x \leq 10\}$
- (ii) $B =$ Set of odd numbers
طاق اعداد کا سیٹ
Sol. $B = \{x | x \in O\}$
- (iii) $C = \{3, 6, 9, 12, 15\}$
Sol. $C = \{y | y \text{ is a set of first five numbers divisible by } 3\}$
 $C = \{y | y \text{ is a set of first five numbers divisible by } 3\}$
- (iv) $D = \{a, b, c, \dots, z\}$
Sol. $D = \{z | z \text{ is a set of small letters of the English alphabet}\}$
 $D = \{z | z \text{ is a set of small letters of the English alphabet}\}$
- (v) $E =$ Set of days in a week. $E =$ ہفتے کے دنوں کا سیٹ
Sol. $E = \{\text{set of days in a week}\}$
 $E = \{x | x \text{ is a set of days of the week}\}$
- (vi) $F =$ Set of prime numbers between 10 and 30.
10 اور 30 کے درمیان مطلقاً اولیٰ اعداد کا سیٹ
Sol. $F = \{x | x \in P \wedge 10 < x < 30\}$

4. Choose equivalent sets from the following:

درج ذیل میں سے متوازن سیٹوں کا انتخاب کریں۔

- (i) $A = \{a, b, c, d\}, B = \{2, 4, 6\}$
 - (ii) $C = \{1, 3, 5, 7\}, D = \{0, 1, 2, 3\}$
 - (iii) $E =$ Set of vowel letters, $F = \{L, M, N, O, P\}$
 - (iv) $G = \{1, 2, 3, 4, 5\}, H = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
- Sol. (ii) and (iii) are equivalent sets.

(ii) اور (iii) متوازن سیٹ ہیں۔

5. Choose equal sets from the following:

درج ذیل میں سے مساوی سیٹوں کا انتخاب کریں۔

- (i) $A = \{3, 6, 9, 12\}, B = \{9, 12, 3, 6\}$
- (ii) $C = \{a, e, i, o, u\}, D = \{a, e, i, o\}$
- (iii) $E = \{2, 3, 5, 7\}, F =$ Set of first 4 prime numbers
- (iv) $G = \{a, b, c, d\}, H = \{2, 4, 6, 8\}$

Sol. (i) and (iii) are equal sets. (iii) اور (i) مساوی سیٹ ہیں۔

Can you tell? کیا آپ بتا سکتے ہیں؟

If a set A consists of 4 elements, then how many elements are in $P(A)$?

اگر سیٹ A کے 4 اراکان ہوں اور $P(A)$ میں کتنے اراکان ہوں گے؟

Sol. Since there are 4 elements in the set, so elements in this set will be:

چونکہ سیٹ کے اراکان کی تعداد 4 ہے، لہذا اس سیٹ میں اراکان کی تعداد ہوگی۔

$2^n = 2^4 = 16$

So, there are 16 elements in the set.

ہی سیٹ میں 16 اراکان ہیں۔

Solved Exercise 1.13 حل شدہ مشق

1. Write all subsets of the following sets:

درج ذیل سیٹوں کے تمام حتمی سیٹ لکھیں۔

- (i) $\{\}$
Sol. ϕ
- (ii) $\{a, b\}$
Sol. $\phi, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$
- (iii) $\{a, b\}$
Sol. $\phi, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$

2. Write the power Set of the following sets:

درج ذیل سیٹوں کے پاور سیٹ لکھیں۔

- (i) $\{-1, 1\}$
Sol. If $A = \{-1, 1\}$
 $P(A) = \{\phi, \{-1\}, \{1\}, \{-1, 1\}\}$
- (ii) $\{a, b, c\}$
Sol. If $B = \{a, b, c\}$
 $P(B) = \{\phi, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$
- (iii) $\{+, -, \times, \div\}$
Sol. If $C = \{+, -, \times, \div\}$
 $P(C) = \{\phi, \{+\}, \{-\}, \{\times\}, \{\div\}, \{+, -\}, \{+, \times\}, \{+, \div\}, \{-, \times\}, \{-, \div\}, \{+, \times\}, \{+, \div\}, \{-, \times, \div\}, \{+, -, \times, \div\}\}$

Solved Exercise 1.14 حل شدہ مشق

1. Verify:

تصدیق کریں۔

- (a) $A \cup B = B \cup A$ and (b) $A \cap B = B \cap A$, when
 $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}, B = \{7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
Sol. (a) $A \cup B = \{1, 2, 3, \dots, 10\} \cup \{7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
 $= \{1, 2, 3, \dots, 10, 11, 12\}$ (i)
 $B \cup A = \{7, 8, 9, 10, 11, 12\} \cup \{1, 2, 3, \dots, 10\}$
 $= \{1, 2, 3, \dots, 10, 11, 12\}$ (ii)

Thus, from (i) and (ii), we conclude that $A \cup B = B \cup A$
ہمیں (i) اور (ii) سے ہم نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ $A \cup B = B \cup A$

- (b) $A \cap B = B \cap A$
 $A \cap B = \{1, 2, 3, \dots, 10\} \cap \{7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
 $= \{7, 8, 9, 10\}$ (i)
 $B \cap A = \{7, 8, 9, 10, 11, 12\} \cap \{1, 2, 3, \dots, 10\}$
 $= \{7, 8, 9, 10\}$ (ii)

Thus, from (i) and (ii), we conclude that $A \cap B = B \cap A$
ہمیں (i) اور (ii) سے ہم نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ $A \cap B = B \cap A$

- (ii) $A = \{1, 2, 3, \dots, 15\}, B = \{6, 8, 10, \dots, 20\}$
Sol. (a) $A \cup B = B \cup A$
 $A \cup B = \{1, 2, 3, \dots, 15\} \cup \{6, 8, 10, \dots, 20\}$
 $A \cup B = \{1, 2, 3, \dots, 15, 16, 18, 20\}$ (i)
 $B \cup A = \{6, 8, 10, \dots, 20\} \cup \{1, 2, 3, \dots, 15\}$
 $= \{1, 2, 3, \dots, 15, 16, 18, 20\}$ (ii)

Thus, from (i) and (ii), we conclude that $A \cup B = B \cup A$
ہمیں (i) اور (ii) سے ہم نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ $A \cup B = B \cup A$

- (b) $A \cap B = B \cap A$
 $A \cap B = \{1, 2, 3, \dots, 15\} \cap \{6, 8, 10, \dots, 20\}$
 $= \{6, 8, 10, 12, 14\}$ (i)
 $B \cap A = \{6, 8, 10, \dots, 20\} \cap \{1, 2, 3, \dots, 15\}$
 $= \{6, 8, 10, 12, 14\}$ (ii)

Thus, from (i) and (ii), we conclude that $A \cap B = B \cap A$
ہمیں (i) اور (ii) سے ہم نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ $A \cap B = B \cap A$

2. Verify:

تصدیق کریں۔

- (a) $X \cup (Y \cap Z) = (X \cup Y) \cap (X \cup Z)$ اور
 $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup (X \cap Z)$ جب
(i) $X = \{a, b, c, d\}, Y = \{b, d, e, f\}$ and $Z = \{c, f, g, h\}$
Sol. (a) L.H.S. = $X \cup (Y \cap Z)$
 $= \{a, b, c, d\} \cup (\{b, d, e, f\} \cap \{c, f, g, h\})$
 $= \{a, b, c, d\} \cup \{b, d, f, g, h\}$
 $= \{a, b, c, d, f, g, h\}$ (i)
R.H.S. = $(X \cup Y) \cap (X \cup Z)$
 $= (\{a, b, c, d\} \cup \{b, d, e, f\}) \cap (\{a, b, c, d\} \cup \{c, f, g, h\})$
 $= \{a, b, c, d, f, g, h\}$ (ii)

Thus, from (i) and (ii), we conclude that
 $X \cup (Y \cap Z) = (X \cup Y) \cap (X \cup Z)$

- (b) $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup (X \cap Z)$
Sol. (b) L.H.S. = $X \cap (Y \cup Z)$
 $= \{a, b, c, d\} \cap (\{b, d, e, f\} \cup \{c, f, g, h\})$
 $= \{a, b, c, d\} \cap \{b, d, f, g, h\}$
 $= \{c\}$ (i)
R.H.S. = $(X \cap Y) \cup (X \cap Z)$
 $= (\{a, b, c, d\} \cap \{b, d, e, f\}) \cup (\{a, b, c, d\} \cap \{c, f, g, h\})$
 $= \{b, c, d\} \cup \{c\}$
 $= \{c\}$ (ii)

Thus, from (i) and (ii), we conclude that
 $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup (X \cap Z)$

- (ii) $X = \{1, 2, 3, \dots, 10\}, Y = \{2, 4, 6, 7, 8\}$ and $Z = \{5, 6, 7, 8\}$

- Sol. (a) L.H.S. = $X \cup (Y \cap Z)$
 $= \{1, 2, 3, \dots, 10\} \cup (\{2, 4, 6, 7, 8\} \cap \{5, 6, 7, 8\})$
 $= \{1, 2, 3, \dots, 10\} \cup \{2, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 $= \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ (i)
R.H.S. = $(X \cup Y) \cap (X \cup Z)$
 $= (\{1, 2, 3, \dots, 10\} \cup \{2, 4, 6, 7, 8\}) \cap (\{1, 2, 3, \dots, 10\} \cup \{5, 6, 7, 8\})$
 $= \{1, 2, 3, \dots, 10\} \cup \{5, 6, 7, 8\}$
 $= \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ (ii)

Thus, from (i) and (ii), we conclude that
 $X \cup (Y \cap Z) = (X \cup Y) \cap (X \cup Z)$

- (b) $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup (X \cap Z)$
Sol. (b) L.H.S. = $X \cap (Y \cup Z)$
 $= \{1, 2, 3, \dots, 10\} \cap (\{2, 4, 6, 7, 8\} \cup \{5, 6, 7, 8\})$
 $= \{1, 2, 3, \dots, 10\} \cap \{2, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 $= \{2, 4, 6, 7, 8\}$ (i)
R.H.S. = $(X \cap Y) \cup (X \cap Z)$
 $= (\{1, 2, 3, \dots, 10\} \cap \{2, 4, 6, 7, 8\}) \cup (\{1, 2, 3, \dots, 10\} \cap \{5, 6, 7, 8\})$
 $= \{2, 4, 6, 7, 8\} \cup \{5, 6, 7, 8\}$
 $= \{2, 4, 5, 6, 7, 8\}$ (ii)

Thus, from (i) and (ii), we conclude that
 $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup (X \cap Z)$

3. If $A = \{a, b, c\}, B = \{b, d, f\}$ and $C = \{a, f, c\}$, then show that:

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

- (iii) $X = \{-1, 0, 2, 4, 5\}, Y = \{1, 2, 3, 4, 7\}$
and $Z = \{4, 6, 8, 10\}$

- Sol. (a) L.H.S. = $X \cup (Y \cap Z)$
 $= \{-1, 0, 2, 4, 5\} \cup (\{1, 2, 3, 4, 7\} \cap \{4, 6, 8, 10\})$
 $= \{-1, 0, 2, 4, 5\} \cup \{4\}$
 $= \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$ (i)
R.H.S. = $(X \cup Y) \cap (X \cup Z)$
 $= (\{-1, 0, 2, 4, 5\} \cup \{1, 2, 3, 4, 7\}) \cap (\{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7\} \cup \{4, 6, 8, 10\})$
 $= \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7\} \cap \{4, 6, 8, 10\}$
 $= \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$ (ii)

Thus, from (i) and (ii), we conclude that
 $X \cup (Y \cap Z) = (X \cup Y) \cap (X \cup Z)$

- (b) $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup (X \cap Z)$

- Sol. (b) L.H.S. = $X \cap (Y \cup Z)$
 $= \{-1, 0, 2, 4, 5\} \cap (\{1, 2, 3, 4, 7\} \cup \{4, 6, 8, 10\})$
 $= \{-1, 0, 2, 4, 5\} \cap \{4\}$
 $= \{4\}$ (i)
R.H.S. = $(X \cap Y) \cup (X \cap Z)$
 $= (\{-1, 0, 2, 4, 5\} \cap \{1, 2, 3, 4, 7\}) \cup (\{-1, 0, 2, 4, 5\} \cap \{4, 6, 8, 10\})$
 $= \{2, 4\} \cup \{4, 6, 8, 10\}$
 $= \{4\}$ (ii)

Thus, from (i) and (ii), we conclude that
 $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup (X \cap Z)$

- (iv) $X = \{1, 2, 3, \dots, 14\}, Y = \{6, 8, 10, \dots, 20\}$
and $Z = \{1, 3, 5, 7\}$

- Sol. (a) L.H.S. = $X \cup (Y \cap Z)$
 $= \{1, 2, 3, \dots, 14\} \cup (\{6, 8, 10, \dots, 20\} \cap \{1, 3, 5, 7\})$
 $= \{1, 2, 3, \dots, 14\} \cup \{1, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$
 $= \{1, 2, 3, \dots, 14, 16, 18, 20\}$ (i)
R.H.S. = $(X \cup Y) \cap (X \cup Z)$
 $= (\{1, 2, 3, \dots, 14\} \cup \{6, 8, 10, \dots, 20\}) \cap (\{1, 3, 5, 7\} \cup \{1, 3, 5, 7\})$
 $= \{1, 2, 3, \dots, 14, 16, 18, 20\} \cap \{1, 3, 5, 7\}$
 $= \{1, 2, 3, \dots, 14, 16, 18, 20\}$ (ii)

Thus, from (i) and (ii), we conclude that
 $X \cup (Y \cap Z) = (X \cup Y) \cap (X \cup Z)$

- (b) $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup (X \cap Z)$

- Sol. (b) L.H.S. = $X \cap (Y \cup Z)$
 $= \{1, 2, 3, \dots, 14\} \cap (\{6, 8, 10, \dots, 20\} \cup \{1, 3, 5, 7\})$
 $= \{1, 2, 3, \dots, 14\} \cap \{1, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$
 $= \{1, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 14\}$ (i)
R.H.S. = $(X \cap Y) \cup (X \cap Z)$
 $= (\{1, 2, 3, \dots, 14\} \cap \{6, 8, 10, \dots, 20\}) \cup (\{1, 2, 3, \dots, 14\} \cap \{1, 3, 5, 7\})$
 $= \{6, 8, 10, 12, 14\} \cup \{1, 3, 5, 7\}$
 $= \{1, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 14\}$ (ii)

Thus, from (i) and (ii), we conclude that
 $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup (X \cap Z)$

3. If $A = \{a, b, c\}, B = \{b, d, f\}$ and $C = \{a, f, c\}$, then show that:

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

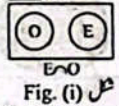


$$\begin{aligned} \text{R.H.S.} &= O \cup E \\ &= (\pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots) \cup (0, \pm 2, \pm 4, \pm 6, \dots) \\ &= \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} = Z \quad (2) \end{aligned}$$

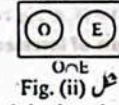


From fig. (i) and (ii), it is clear that $E \cup O = O \cup E$
 Commutative law of Union

$$\begin{aligned} \text{L.H.S.} &= E \cap O \\ &= (0, \pm 2, \pm 4, \dots) \cap (\pm 1, \pm 3, \dots) \\ &= \{\dots\} \quad (1) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{R.H.S.} &= O \cap E \\ &= (\pm 1, \pm 3, \dots) \cap (0, \pm 2, \pm 4, \dots) \\ &= \{\dots\} \quad (2) \end{aligned}$$



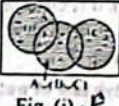
From fig. (i) and (ii), it is clear that $O \cap E = E \cap O$
 Commutative law of Intersection

2. For the given sets, verify the following laws through Venn Diagram.

- (a) $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ and $C = \{3, 6, 9, 12, 15\}$
 (b) $A = \{x \mid x \in Z \wedge 8 \leq x \leq 25\}$ and $B = \{y \mid y \in Z \wedge -2 < y < 6\}$
 (i) Associative law of Union of sets.

Sol.(a) Associative law of union of sets

$$\begin{aligned} \text{L.H.S.} &= A \cup (B \cap C) \\ &= \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \cup (\{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \cap \{3, 6, 9, 12, 15\}) \\ &= \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \cup \{3, 6, 9, 12\} \\ &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 15\} \quad (1) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{R.H.S.} &= (A \cup B) \cup C \\ &= (\{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \cup \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}) \cup \{3, 6, 9, 12, 15\} \\ &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 15\} \quad (2) \end{aligned}$$



From fig. (i) and (ii), it is clear that $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cup C$
 Associative law of Union

$$\begin{aligned} \text{L.H.S.} &= A \cup (B \cap C) \\ &= \{8, 9, 10, 11, \dots, 25\} \cup (\{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{3, 6, 9, 12, 15\}) \\ &= \{8, 9, 10, 11, 12, \dots, 25\} \cup \{3, 6, 9, 12, 15\} \\ &= \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \quad (1) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{R.H.S.} &= (A \cup B) \cup C \\ &= (\{8, 9, 10, 11, \dots, 25\} \cup \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}) \cup \{3, 6, 9, 12, 15\} \\ &= \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \cup \{3, 6, 9, 12, 15\} \\ &= \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \quad (2) \end{aligned}$$

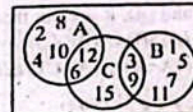


From fig. (i) and (ii), it is clear that $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cap C)$
 Associative law of Union

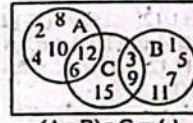
(ii) Associative law of intersection of sets.

Sol.(a) Associative law of intersection

$$\begin{aligned} \text{L.H.S.} &= A \cap (B \cap C) \\ &= \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \cap (\{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \cap \{3, 6, 9, 12, 15\}) \\ &= \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \cap \{3, 6, 9, 12\} \\ &= \{6, 12\} \quad (1) \end{aligned}$$



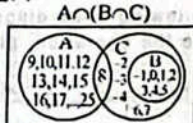
$$\begin{aligned} \text{R.H.S.} &= (A \cap B) \cap C \\ &= (\{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \cap \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}) \cap \{3, 6, 9, 12, 15\} \\ &= \{6, 12\} \cap \{3, 6, 9, 12, 15\} \\ &= \{6, 12\} \quad (2) \end{aligned}$$



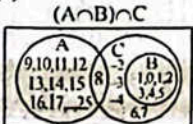
From fig. (i) and (ii), it is clear that $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
 Associative law of Intersection

Sol.(b)

$$\begin{aligned} \text{L.H.S.} &= A \cap (B \cap C) \\ &= \{8, 9, 10, 11, \dots, 25\} \cap (\{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{3, 6, 9, 12, 15\}) \\ &= \{8, 9, 10, 11, \dots, 25\} \cap \{3, 6, 9, 12, 15\} \\ &= \{9, 10, 11, 12, \dots, 25\} \quad (1) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{R.H.S.} &= (A \cap B) \cap C \\ &= (\{8, 9, 10, 11, \dots, 25\} \cap \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}) \cap \{3, 6, 9, 12, 15\} \\ &= \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{3, 6, 9, 12, 15\} \\ &= \{3, 6, 9, 12, 15\} \quad (2) \end{aligned}$$



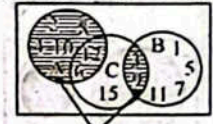
From fig. (i) and (ii), it is clear that $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
 Associative law of Intersection

Sol.(c) Distributive law of Union over Intersection of sets.

(iii) Distributive law of Union over Intersection of sets.

Sol.(a) Distributive law of union over Intersection of sets.

$$\begin{aligned} \text{L.H.S.} &= A \cup (B \cap C) \\ &= \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \cup (\{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \cap \{3, 6, 9, 12, 15\}) \\ &= \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \cup \{3, 6, 9, 12\} \\ &= \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12\} \quad (1) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{R.H.S.} &= (A \cup B) \cap (A \cup C) \\ &= (\{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \cup \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}) \cap (\{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \cup \{3, 6, 9, 12, 15\}) \\ &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\} \cap \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 15\} \\ &= \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12\} \quad (2) \end{aligned}$$



From fig. (i) and (ii), it is clear that $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
 Distributive law of Union over Intersection

Sol.(b)

$$\begin{aligned} \text{L.H.S.} &= A \cup (B \cap C) \\ &= \{8, 9, 10, 11, \dots, 25\} \cup (\{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{3, 6, 9, 12, 15\}) \\ &= \{8, 9, 10, 11, \dots, 25\} \cup \{3, 6, 9, 12, 15\} \\ &= \{8, 9, 10, 11, 12, \dots, 25\} \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{R.H.S.} &= (A \cap B) \cap (A \cap C) \\ &= (\{8, 9, 10, 11, \dots, 25\} \cap \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}) \cap (\{8, 9, 10, 11, \dots, 25\} \cap \{3, 6, 9, 12, 15\}) \\ &= \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{3, 6, 9, 12, 15\} \\ &= \{3, 6, 9, 12, 15\} \quad (2) \end{aligned}$$



Fig. (i)

R.H.S. = $(A \cup B) \cap (A \cup C)$
 = $(\{8,9,10,11,12, \dots, 25\} \cup \{-1,0,1,2,3,4,5\}) \cap$
 $(\{8,9,10,11,12, \dots, 25\} \cup \{-2,-1,0,1,2,3,4,5,6,7,8\})$
 = $\{-1,0,1,2,3,4,5,8,9,10,11,12, \dots, 25\} \cap$
 $\{\dots, -2,-1,0,1,2,3, \dots, 25\}$
 = $\{-1,0,1,2,3,4,5,8,9,10,11, \dots, 25\}$ (2)
 $(A \cup B) \cap (A \cup C)$



Fig. (ii)

From fig. (i) and (ii), it is clear that $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ کے ٹیبل اور (ii) سے ٹیبل پر ہوتا ہے کہ

(iv) Distributive law of Intersection over Union of sets.

تقاطع کی خاصیت کسی مجموعہ میں

- (a) $A = \{2,4,6,8,10,12\}$,
 $B = \{1,3,5,7,9,11\}$ and $C = \{3,6,9,12,15\}$
 (b) $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \wedge 8 \leq x \leq 25\}$, $B = \{y \mid y \in \mathbb{Z} \wedge -2 < y < 6\}$
 and $C = \{z \mid z \in \mathbb{Z} \wedge z \leq 8\}$

Sol. (a) Distributive law of Intersection over union of sets.

تقاطع کا قانون کسی مجموعہ میں

L.H.S. = $A \cap (B \cup C)$
 = $\{2,4,6,8,10,12\} \cap (\{1,3,5,7,9,11\} \cup \{3,6,9,12,15\})$
 = $\{2,4,6,8,10,12\} \cap \{1,3,5,6,7,9,11,12,15\}$
 = $\{6,12\}$ (1)

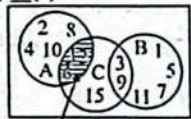


Fig. (i)

R.H.S. = $(A \cap B) \cup (A \cap C)$
 = $(\{2,4,6,8,10,12\} \cap \{1,3,5,7,9,11\}) \cup$
 $(\{2,4,6,8,10,12\} \cap \{3,6,9,12,15\})$
 = $\{\} \cup \{6,12\} = \{6,12\}$ (2)

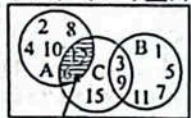


Fig. (ii)

From fig. (i) and (ii), it is clear that

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ کے ٹیبل اور (ii) سے ٹیبل پر ہوتا ہے کہ

Sol. (b)
 $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \wedge 8 \leq x \leq 25\}$
 = $\{8,9,10,11, \dots, 25\}$
 $B = \{y \mid y \in \mathbb{Z} \wedge -2 < y < 6\}$
 = $\{-1,0,1,2,3,4,5\}$
 $C = \{z \mid z \in \mathbb{Z} \wedge z \leq 8\}$
 = $\{\dots, -2,-1,0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$
 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
 L.H.S. = $A \cap (B \cup C)$
 = $\{8,9,10,11,12, \dots, 25\} \cap (\{-1,0,1,2,3,4,5\} \cup$
 $\{\dots, -2,-1,0,1,2,3,4,5,6,7,8\})$
 = $\{8,9,10,11,12, \dots, 25\} \cap \{\dots, -2,-1,0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$
 = $\{8\}$ (1)

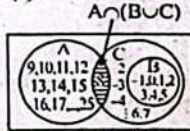


Fig. (i)

R.H.S. = $(A \cap B) \cup (A \cap C)$
 = $(\{8,9,10,11,12, \dots, 25\} \cap \{-1,0,1,2,3,4,5\}) \cup$
 $(\{8,9,10,11,12, \dots, 25\} \cap \{\dots, -2,-1,0,1,2,3,4,5,6,7,8\})$
 = $\{\} \cup \{8\} = \{8\}$ (2)
 $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

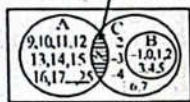


Fig. (ii)

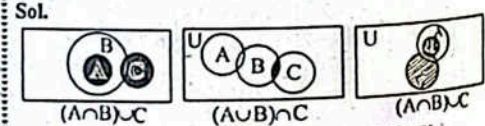
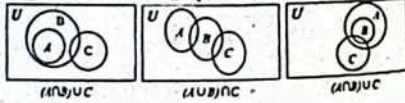
From fig. (i) and (ii), it is clear that

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ کے ٹیبل اور (ii) سے ٹیبل پر ہوتا ہے کہ

3. Copy the following Venn diagrams and shade according to the operation, given below each diagram.

پہلے گویا شکل بنائیں اور اس میں ہر شکل کے نیچے دیے گئے عمل کے مطابق سایہ کرنا ہے۔



Solved Exercise 1.16

1. Find the Union of the following sets:

- (i) $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$
 Sol. $A \cup B = \{1, 3, 5, 7\} \cup \{2, 4, 6, 8\}$
 = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

(ii) $C = \{a, b, c, \dots\}$, $D = \{x, y, z\}$

Sol. $C \cup D = \{a, b, c, \dots\} \cup \{x, y, z\}$
 = $\{a, b, c, x, y, z\}$

(iii) $E = \{3, 6, 9, 12\}$, $F = \{4, 8, 12\}$

Sol. $E \cup F = \{3, 6, 9, 12\} \cup \{4, 8, 12\}$
 = $\{3, 4, 6, 8, 9, 12\}$

2. Find the Intersection of the following sets:

درج ذیل سیٹوں کا تقاطع معلوم کریں۔

(i) $A = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3\}$, $B = \{0, 1, 2, 3\}$

Sol. $A \cap B = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3\} \cap \{0, 1, 2, 3\}$
 = $\{0, 1, 2, 3\}$

(ii) $C = \{3, 6, 9, 12, 15\}$, $D = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

Sol. $C \cap D = \{3, 6, 9, 12, 15\} \cap \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 = $\{3, 9\}$

(iii) $E = \{a, b, c, d\}$, $F = \{c, d, e, f\}$

Sol. Here $E = \{a, b, c, d\}$, $F = \{c, d, e, f\}$ یہاں
 $E \cap F = \{a, b, c, d\} \cap \{c, d, e, f\}$
 = $\{c, d\}$

3. If $U = \{0, 1, 2, 3, \dots, 10\}$, $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$,

$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $C = \{0, 3, 6, 9\}$

and if $D = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, then find:

$A \cap D$, $U - A$, $U - \{0, 1, 2, 3, \dots, 10\}$

$D = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ اور $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $C = \{0, 3, 6, 9\}$

(i) A^c
 Sol. $A^c = U - A = \{0, 1, 2, 3, \dots, 10\} - \{2, 4, 6, 8, 10\}$
 = $\{0, 1, 3, 5, 7, 9\}$

(ii) B^c
 Sol. $B^c = U - B = \{0, 1, 2, 3, \dots, 10\} - \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 = $\{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$

(iii) C^c
 Sol. $C^c = U - C = \{0, 1, 2, 3, \dots, 10\} - \{0, 3, 6, 9\}$
 = $\{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10\}$

(iv) D^c
 Sol. $D^c = U - D = \{0, 1, 2, 3, \dots, 10\} - \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 = $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

4. If $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ and $B = \{2, 4, 6, 8\}$ then find:

$A - B$
 Sol. $A - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{2, 4, 6, 8\}$
 = $\{1, 3, 5\}$

(ii) $B - A$
 Sol. $B - A = \{2, 4, 6, 8\} - \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 = $\{8\}$

5. Verify De-Morgan's Laws If $U = \{1, 2, 3, \dots, 15\}$,

$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ and $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$.

Verify through Venn Diagrams also.

$U = \{1, 2, 3, \dots, 15\}$ اور $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$

اور $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$ اور $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$

De-Morgan's Law are as under:

(a) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ (b) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

(a) L.H.S. = $(A \cup B)^c$

$A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\} \cup \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$

= $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 14\}$

$(A \cup B)^c = U - (A \cup B)$
 = $\{1, 2, 3, \dots, 15\} - \{1, 2, 3, 4, \dots, 14\}$

R.H.S. = $A^c \cap B^c$
 $A^c = U - A$
 = $\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 15\}$

$B^c = U - B$
 = $\{1, 2, 3, \dots, 15\} - \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$

= $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$

$A^c \cap B^c = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 15\} \cap \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$

= $\{15\}$ (i)

Thus, from (i) and (ii) we have $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ (ii) اور (i) میں

(b) L.H.S. = $(A \cap B)^c$
 $A \cap B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\} \cap \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$
 = ϕ

$(A \cap B)^c = U - (A \cap B)$
 = $\{1, 2, 3, 4, \dots, 15\} - \phi$

= $\{1, 2, 3, 4, \dots, 15\}$ (iii)

R.H.S. = $A^c \cup B^c$
 $A^c = U - A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 15\}$
 $B^c = U - B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$

$A^c \cup B^c = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 15\} \cup \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$

Thus, from (iii) and (iv) we have $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ (iv) اور (iii) میں

Now we verify it by Venn Diagrams.

اب ہم اسے وین ڈیگرام سے ثابت کرتے ہیں۔

(a) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$



Fig (i): A^c is shown by horizontal line segment.

A^c کو افقی خطوط سے ظاہر کیا گیا ہے۔

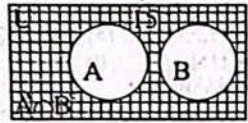


Fig (ii): B^c is shown by vertical line segment.

B^c کو عمودی خطوط سے ظاہر کیا گیا ہے۔



Fig (iii): $(A \cup B)^c$ is shown by slanting lines segment.



$(A \cup B)^c$ کوڑے خطوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔

Fig (iv): $A^c \cap B^c$ is shown by squares.

$A^c \cap B^c$ کوڑے بیروں سے ظاہر کیا گیا ہے۔

From Fig (iii) and (iv), it is clear that

فصل (iii) اور (iv) سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

(b) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

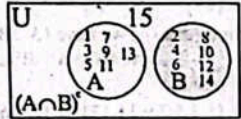


Fig (v): $U - (A \cap B) = (A \cap B)^c$ is shown by shading.

$(A \cap B)^c = U - A \cap B$ کوڑے دائرے سے ظاہر کیا گیا ہے۔

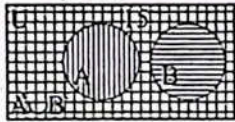


Fig (vi): $A^c \cup B^c$ is shown by squares, horizontal and vertical line segment.

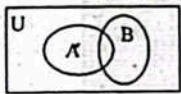
$A^c \cup B^c$ کوڑے بیروں، افقی اور عمودی خطوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔

From Fig (v) and (vi), it is clear that

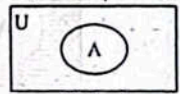
فصل (v) اور (vi) سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

6. Copy the following figures and shade according to the operation mentioned below each:

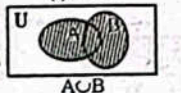
درج ذیل اشکال کاپی کریں اور دیے گئے عمل کے مطابق سایہ دار کریں۔



(i) $A \cup B$



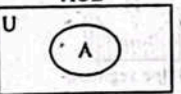
(ii) $U \setminus A$



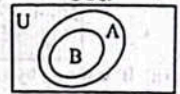
(iii) $A \cup A$



(iv) $A \cap B$



(v) $A \cup A$



(vi) $A \cap B$



(vii) $A \cup A$



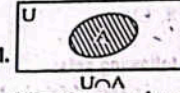
(viii) $A \cap B$



(v) $U \cap A$



(vi) $A \cap A$



$U \cap A$



$A \cap A$

Sol.

7. 65 customers choose either red colour shirt or blue colour (or both). If 34 customers choose red colour and 41 customers choose blue colour. How many choose both colours?

65 گاہک سرخ رنگ یا نیلے رنگ (یا دونوں) قمیص منتخب کرتے ہیں۔ اگر 34 گاہک سرخ رنگ منتخب کرتے ہیں اور 41 گاہک نیلے رنگ منتخب کرتے ہیں۔ کتنے دونوں رنگوں کا انتخاب کرتے ہیں؟ فرض کیا کریں۔

U = Total number of customers, i.e.; $n(U) = 65$

M = Customers who choose red colour = $n(M) = 34$

B = Customers who choose blue colour = $n(B) = 41$

Total number of customers = 65

$n(U) = 65$

$34 - x + x + 41 - x = 65$

$75 - x = 65$

$75 - 65 = x$

$10 = x$

$\Rightarrow x = 10$

So, 10 customers choose both colours blue and red.

10 گاہک دونوں رنگ، نیلے اور سرخ رنگ منتخب کرتے ہیں۔

8. In a class of 50 students, 22 students have pencils, 32 students have pens and 8 have both. How many students don't have both of them?

50 طلبہ کی ایک کلاس میں 22 طلبہ کے پاس پینسل ہیں، 32 طلبہ کے پاس قلم اور 8 طلبہ کے پاس دونوں ہیں۔ کتنے طلبہ کے پاس دونوں چیزیں نہیں ہیں؟

Sol. Let $n(U) = 50$

M = Students who have pencils = 22

B = Students who have pens = 32

$x =$ The number students who don't have pencils or pens

طلبہ کی تعداد جن کے پاس پینسل یا قلم نہیں ہیں۔

Total numbers of students = 50

$n(U) = 50$

$22 - x + x + 32 - x = 50$

$54 - x = 50$

$54 - 50 = x$

$4 = x$

$\Rightarrow x = 4$

So, 4 students don't have pencils and pens both.

4 طلبہ کے پاس پینسل اور قلم دونوں نہیں ہیں۔

Sub-Domain (v):

Ratio, Rate and Proportion

نسبت، شرح اور تناسب

Solved Exercise 1.17 حل شدہ مشق 1.17

1. Write the ratios in the simplest form.

(i) 75 : 100

Sol. 75 : 100

$$\frac{75}{25} : \frac{100}{25} \quad (\because \text{Dividing by } 25 \text{ سے } 25 \text{ سے تقسیم کرنے کے لیے})$$

3:4 (Simplest form) سادہ ترین شکل

(ii) 12 is to 120

Sol. 12 : 120

$$\frac{12}{12} : \frac{120}{12} \quad (\text{Dividing by } 12 \text{ سے } 12 \text{ سے تقسیم کرنے کے لیے})$$

1:10 (Simplest form) سادہ ترین شکل

(iii) 2kg is to 800 gm

Sol. 2kg is to 800 gm \Rightarrow 2kg : 800gm

$2 \times 1000 \text{ gm} : 800 \text{ gm}$

$2000 \text{ gm} : 800 \text{ gm}$

$$\frac{2000}{100} : \frac{800}{100}$$

(Dividing by 100 سے تقسیم کرنے کے لیے)

20 : 8

$$\frac{20}{4} : \frac{8}{4} \quad (\text{Dividing by } 4 \text{ سے } 4 \text{ سے تقسیم کرنے کے لیے})$$

5 : 2 (simplest form) سادہ ترین شکل

(iv) $5 : \frac{2}{3}$

Sol.

$$5 \times 3 : \frac{2}{3} \times 3 \quad (\text{Multiplying by } 3 \text{ سے ضرب دینے کے لیے})$$

15 : 2 (Simplest form)

(v) $\frac{1}{4} : \frac{1}{6}$

Sol.

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{1} : \frac{1}{6} \times \frac{1}{1} \quad (\text{Multiplying by } 12 \text{ سے ضرب دینے کے لیے})$$

3 : 2

(vi) $\frac{1}{99} : \frac{1}{66} : \frac{2}{33}$

Sol.

$$\frac{1}{99} \times \frac{1}{99} : \frac{1}{66} \times \frac{1}{66} : \frac{2}{33} \times \frac{2}{33}$$

(Multiplying by 198 سے ضرب دینے کے لیے)

2 : 3 : 12 (Simplest form) سادہ ترین شکل

2. Find the unknown in the following proportion:

درج ذیل تناسب میں نامعلوم کی قیمت معلوم کریں۔

(i) 12:P::3:6

Sol. 12:P::3:6

Product of means = Product of extremes

طرفین کا حاصل ضرب وسطین کا حاصل ضرب

$$(P)(3) = (12)(6)$$

$$3P = 72$$

$$P = \frac{72}{3} \Rightarrow P = 24$$

(ii) 8 : x :: x : 18

Sol. 8 : x :: x : 18

Product means = Product of extremes

طرفین کا حاصل ضرب وسطین کا حاصل ضرب

$$(x)(x) = (8)(18)$$

$$x^2 = 144$$

(Taking square root سے چھوڑ لینے کے لیے)

$$\Rightarrow x = \pm 12$$

(iii) 5 : 8 :: 15 : m

Sol. 5 : 8 :: 15 : m

Product of means = Product of extremes

طرفین کا حاصل ضرب وسطین کا حاصل ضرب

$$(8)(15) = (5)(m)$$

$$120 = 5m$$

$$\frac{120}{5} = \frac{5m}{5}$$

$$24 = m \Rightarrow m = 24$$

(iv) 7 : m :: m : 28

Sol. 7 : m :: m : 28

Product of means = Product of extremes

طرفین کا حاصل ضرب وسطین کا حاصل ضرب

$$(m)(m) = (7)(28)$$

$$m^2 = 196$$

$$\sqrt{m^2} = \sqrt{196} \Rightarrow m = \pm 14$$

(v) x : 2 :: 150 : 100

Sol. x : 2 :: 150 : 100

Product of means = Product of extremes

طرفین کا حاصل ضرب وسطین کا حاصل ضرب

$$(2)(150) = (x)(100)$$

$$300 = 100x$$

$$\frac{300}{100} = \frac{100x}{100} \Rightarrow 3 = x \Rightarrow x = 3$$

(vi) 8 : 12 :: 6 : y

Sol. 8 : 12 :: 6 : y

Product of means = Product of extremes

طرفین کا حاصل ضرب وسطین کا حاصل ضرب

$$(12)(6) = (8)(y)$$

$$72 = 8y$$

$$\frac{72}{8} = \frac{8y}{8}$$

$$9 = y \Rightarrow y = 9$$

(vii) $\frac{2}{5} = \frac{P}{20}$

Sol. $2 \times 20 = 5 \times P$ (By cross multiplication)

$40 = 5P$
 $\frac{40}{5} = \frac{5P}{5} \Rightarrow 8 = P$

(viii) $\frac{10}{3} = \frac{5}{p}$

Sol. $\frac{10}{3} = \frac{5}{p}$
 $10 \times p = 5 \times 3$ (By cross multiplication)

$10p = 15$
 $\frac{10p}{10} = \frac{15}{10} \Rightarrow p = \frac{3}{2}$

3. If 150 shirts can be stitched on 6 sewing machines in a day, how many machines are required to stitch 225 shirts in a day? Also draw its graph.

اگر 6 سلائی مشینوں پر ایک دن میں 150 ٹیسیں سلائی جاسکتی ہیں تو ایک دن میں 225 ٹیسیں سلائی کرنے کے لیے کتنی مشینیں درکار ہوں گی؟ اس کا گراف بھی بنا لیں۔

Sol. Let x be the number of required machines

فرض کیا درکار مشینوں کی تعداد x ہے۔

We can see that when the number of shirts are increased the number of sewing machines also increased. so,

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ٹیسیوں کی تعداد بڑھانے سے مشینوں کی تعداد بھی بڑھ رہی ہے۔ لہذا یہ راست تناسب ہے۔

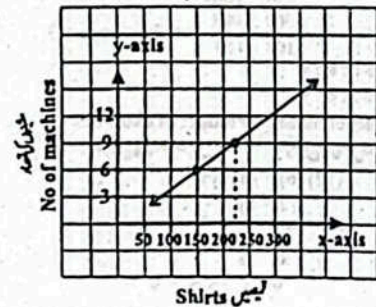
So, $\frac{6}{150} = \frac{x}{225}$
Ratio in machines :: Ratio in shirts
مشینوں میں نسبت ٹیسیوں میں نسبت
 $6 : x$ $150 : 225$

$\frac{6}{x} = \frac{150}{225}$
 $x \times 150 = 6 \times 225$

$x = \frac{6 \times 225}{150}$
 $x = 9$ مشینیں

Thus, 9 machines are required

گراف



4. If the price of 12 eggs is Rs. 180, how many eggs can be bought with Rs. 270? Also draw its graph.

اگر 12 انڈوں کی قیمت 180 روپے ہے تو 270 روپے میں کتنے انڈے خریدے جاسکتے ہیں؟ گراف بھی بنا لیں۔

Sol. Let x be the number of eggs which can be bought with Rs. 270.

فرض کیا انڈوں کی تعداد x ہے جو 270 روپے میں خریدے جاسکتے ہیں۔

We can see that when the money is increased, the number of eggs is also increased. So, it is a direct proportion.

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ پیسے بڑھانے سے انڈوں کی تعداد بھی بڑھ رہی ہے۔ لہذا یہ راست تناسب ہے۔

So, $\frac{12}{180} = \frac{x}{270}$
Ratio in eggs :: Ratio in rupees
انڈوں میں نسبت روپوں میں نسبت
 $12 : x$ $180 : 270$

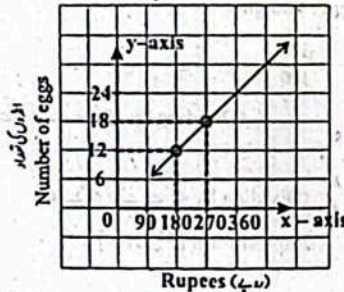
$\frac{12}{x} = \frac{180}{270}$

$180 \times x = 270 \times 12$

$x = \frac{270 \times 12}{180}$
 $x = 18$

Thus, 18 eggs can be bought in Rs. 270

18 انڈے خریدے جاسکتے ہیں۔
گراف



5. If 30 labourers dig 800m³ of earth in 3 hours, how many labourers will be required to dig the same earth in 2 hours? Also draw its graph.

اگر 30 مزدور 800م³ گڑھا 3 گھنٹوں میں کھودے ہیں تو اتنی ہی زمین 2 گھنٹوں میں کھودنے کے لیے کتنے مزدور درکار ہوں گے؟ گراف بھی بنا لیں۔

Sol. Suppose x labourers will dig the earth in 2 hours.

فرض کریں 2 گھنٹوں میں x مزدور گڑھا کھودیں گے۔

We can see that when time is decreased, the more labourers will be required. So, it is an inverse proportion.

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ جب وقت کم کیا جائے گا تو زیادہ مزدور درکار ہوں گے۔ لہذا یہ معکوس تناسب ہے۔

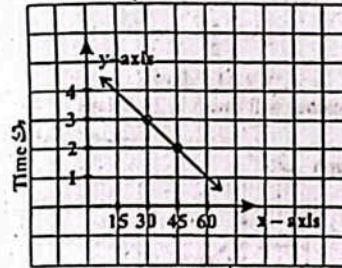
So, $\frac{3}{30} = \frac{x}{2}$
Ratio in time :: Ratio in labourers
مزدوروں میں نسبت وقت میں نسبت
 $3 : 2$ $30 : x$

$\frac{3}{2} = \frac{x}{30}$

(2)(x) = (3)(30)
 $x = \frac{3 \times 30}{2}$

$x = 45$ Labourers

The above calculations is represented by using a graph



6. 10 men have ration for 21 days in a camp. If 3 men leave the camp, for how many days will the ration be sufficient for the remaining men? Also draw its graph.

ایک کیمپ میں 10 آدمیوں کے پاس 21 دن کا راشن ہے۔ اگر 3 آدمی کیمپ سے نکل جائیں تو باقی آدمیوں کے لیے کتنے دنوں کے لیے راشن کافی ہوگا؟ اس کا گراف بھی بنا لیں۔

Sol. Let required number of days = x

فرض کریں درکار دنوں کی تعداد = x

We can see that when the number of men is decreased, the number of days is increased. So it is an inverse proportion.

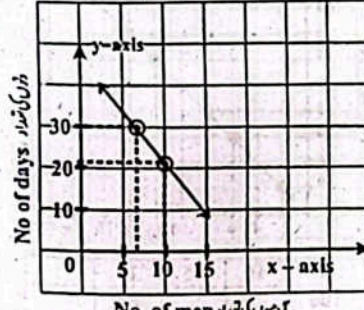
ہم دیکھ سکتے ہیں کہ جب آدمیوں کی تعداد کم ہوتی ہے تو دنوں کی تعداد بڑھ جاتی ہے۔ لہذا یہ ایک معکوس تناسب ہے۔

Men آدمی Days دن
↓ 10 ↓ 21
↓ 7 ↓ x

$\frac{10}{7} = \frac{x}{21}$
 $7 \times x = 10 \times 21$
 $7x = 210$

$x = \frac{210}{7} = 30$
x = 30 days دن

The above calculations is represented by using a graph.



7. Shayan takes 200 steps for walking a distance of 160m. Find the distance covered by him in 350 steps.

شایان 160 میٹر کا فاصلہ طے کرنے کے لیے 200 قدم چلتا ہے۔ 350 قدموں میں اس کا کتنا فاصلہ طے کرے گا؟

Sol. Let 'x' be the distance which can be walked in 350 steps

فرض کیا 350 قدم چمانے میں طے ہونے والا فاصلہ x ہے۔

We can see that when the steps are increased, the distance is also increased. So, it is a direct proportion.

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ جب قدم بڑھاتے ہیں تو فاصلہ بھی بڑھ جاتا ہے۔ لہذا یہ راست تناسب ہے۔

So, $\frac{160}{200} = \frac{x}{350}$
Ratio in distance :: Ratio in steps
قدموں میں نسبت فاصلے میں نسبت
 $160 : x$ $200 : 350$

$\frac{160}{x} = \frac{200}{350}$

$(200)(x) = (350)(160)$

$x = \frac{350 \times 160}{200}$
 $x = 280m$

Thus 280m distance is covered in 350 steps.

پس 350 قدم چلتے ہوئے 280 میٹر فاصلہ طے ہوتا ہے۔

8. In 25 minutes train travels 20 km, how far will it travel in 5 minutes?

ایک ٹرین 25 منٹ میں 20 کلومیٹر فاصلہ طے کرتی ہے۔ 5 منٹ میں کتنا فاصلہ طے کرے گی؟

Sol. Let 'x' be the distance which can be covered in 5 minutes.

فرض کیا 5 منٹوں میں طے ہونے والا فاصلہ x ہے۔

We can see that when the time is decreased, the distance is also decreased. So, it is a direct proportion.

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ وقت کم ہونے سے فاصلہ بھی کم ہو جاتا ہے۔ لہذا یہ ایک راست تناسب ہے۔

So, $\frac{20}{25} = \frac{x}{5}$
Ratio in distance :: Ratio in time
وقت میں نسبت فاصلے میں نسبت
 $20 : x$ $25 : 5$

$\frac{20}{x} = \frac{25}{5}$

$(x)(25) = (5)(20)$
 $x = \frac{5 \times 20}{25}$
 $x = 4km$

Thus, train will travel 4km in 5 minutes

پس 5 منٹوں میں 4 کلومیٹر فاصلہ طے کرے گی۔

9. A car travelling at 50 km/h makes a journey in 70 minutes. How long will the journey take at 70 km/h? Also draw its graph.

ایک کار 50 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے 70 منٹ میں سفر مکمل کرتی ہے۔ 70 کلومیٹر کی سفر مکمل کرنے کے لیے کتنی وقت میں سفر مکمل ہوگا؟ اس کا گراف بھی بنا لیں۔

Sol. Let x be the time taken to complete journey at 70km/h.

فرض کیا 70 کلومیٹر کی سفر مکمل کرنے کے لیے x وقت میں سفر مکمل ہوگا۔

We can see that when speed is increased, the time to complete the journey is decreased. So, it is an inverse proportion.

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ جب رفتار بڑھائی جاتی ہے تو سفر مکمل کرنے کا وقت کم ہو جاتا ہے۔ لہذا یہ ایک معکوس تناسب ہے۔

So, $\frac{50}{70} = \frac{x}{70}$

Ratio in speed :: Ratio in time

رفتار میں نسبت :: وقت میں نسبت
50 : 70 :: 70 : x

$$\frac{50}{70} = \frac{x}{70}$$

$$(70)(x) = (70)(50)$$

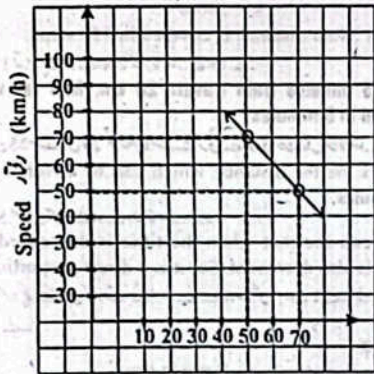
$$x = \frac{70 \times 50}{70}$$

x = 50 minutes. مدت

Thus at the speed of 70km/h, the journey will complete in 50 minutes.

یہاں 70 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے سفر 50 منٹ میں مکمل ہو جائے گا۔

Graph: گراف



10. A bag of 10 kg potatoes lasts for a week with a family of 7 people. Assuming all eat the same amount. How long will the potatoes last if there are only two people in the family? Also draw its graph.

7 لوگوں کے ایک خاندان میں 10 کلوگرام آلو کا تھیلہ ایک ہفتے میں ختم ہوتا ہے۔ فرض کریں کہ ہر ایک ایسا ہی مقدار میں کھاتا ہے۔ اگر خاندان کے صرف دو لوگ ہوں تو آلو کتنے دنوں میں ختم ہوں گے اس کا گراف بھی بنا لیں۔

SoL. Suppose 2 people finishes potatoes in x days.

فرض کریں کہ 2 لوگ x دنوں میں آلو ختم کرتے ہیں۔

We can see that when the number of people decreases, the more number of days will be required. So, it is an inverse proportion.

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ جب لوگوں کی تعداد کم ہوگی تو دنوں کی تعداد بڑھ جائے گی۔ لہذا یہ ایک معکوس تناسب ہے۔

So, $\frac{7}{2} = \frac{x}{7}$

Ratio in people :: Ratio in days

لوگوں میں نسبت :: دنوں میں نسبت
7 : 2 :: 7 : x

$$\frac{7}{2} = \frac{x}{7}$$

$$(2)(x) = (7)(7)$$

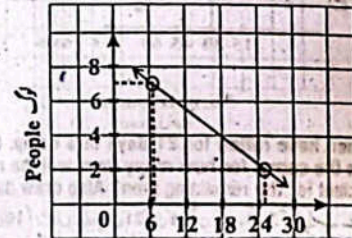
$$x = \frac{7 \times 7}{2}$$

x = 24.5 days دن

The, potatoes will finish in 24.5 days.

یہاں آلو 24.5 دنوں میں ختم ہوں گے۔

Graph: گراف



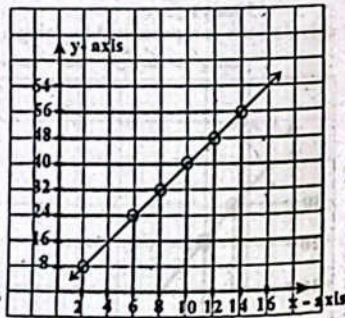
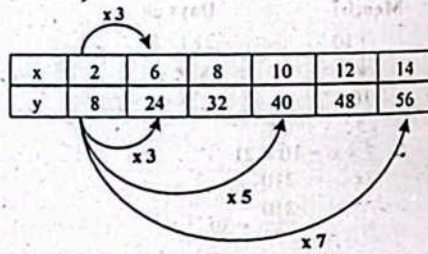
No of days: دنوں کی تعداد

11. If x and y are in direct proportion, then complete the table and draw its graph.

اگر x اور y میں راست تناسب ہو تو درج ذیل ٹیبل مکمل کریں اور اس کا گراف بنا لیں۔

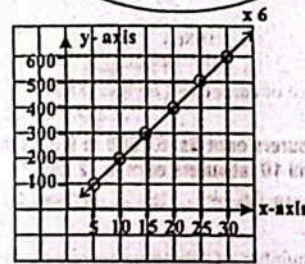
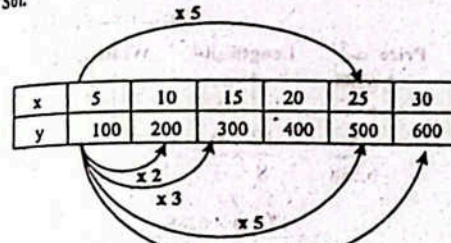
(i)	x	2	6	8	10	12	14
	y	8		32		48	

SoL.



(ii)	x	5	10	15	20	30
	y	100		400		

Sol.

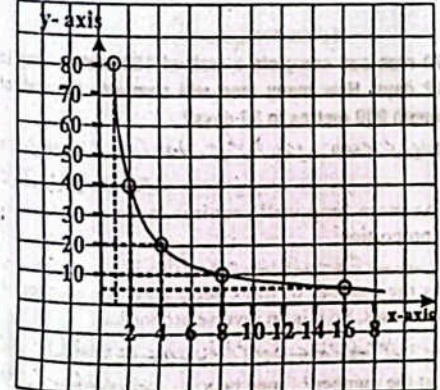
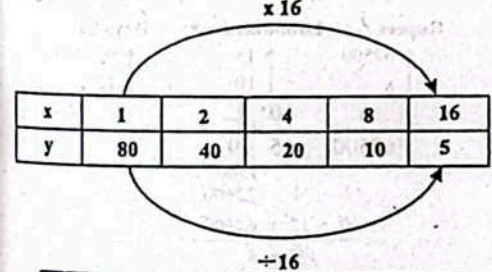


12. If x and y are in inverse proportion, then complete the table and draw its graph.

اگر x اور y میں عکس تناسب ہو تو درج ذیل ٹیبل مکمل کریں اور اس کا گراف بنا لیں۔

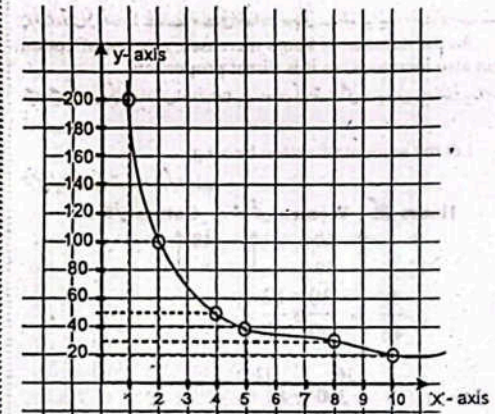
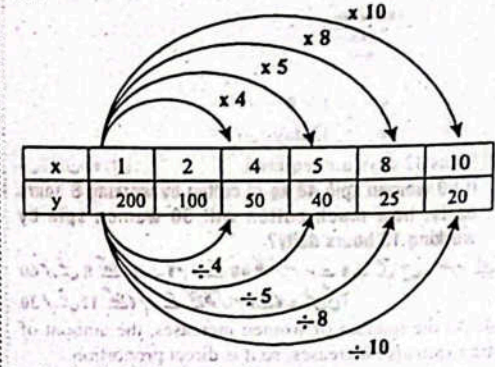
(i)	x	1	2	4	8
	y	80	40	20	10

Sol.



(ii)	x	1	2	4	5	8	
	y	200	100			25	20

Sol.



Solved Exercise 1.18

1. 30 men repair a road in 56 days by working 6 hours daily. In how many days 45 men will repair the same road by working 7 hours daily?

30 آدمی 56 دنوں میں ایک سڑک مرمت کرتے ہیں۔ معلوم کیجئے کہ 45 آدمی 7 گھنٹے روزانہ کام کر کے کتنے دنوں میں ایک سڑک کی مرمت کریں گے۔

SoL: As the number of men increases, the number of days decreases, so it is an inverse proportion.

چونکہ آدمیوں کی تعداد بڑھنے سے دنوں کی تعداد کم ہوتی ہے، لہذا یہ ایک معکوس تناسب ہے۔
As the number of hours increases, the number of days decreases. So it is an inverse proportion.

چونکہ گھنٹوں کی تعداد بڑھنے سے دنوں کی تعداد کم ہوتی ہے، لہذا یہ ایک معکوس تناسب ہے۔

Let the number of days be x.

Hours دن	Men آدمی	Days دن
6	30	56
7	45	x

$$\frac{x}{56} = \frac{30}{45} \times \frac{6}{7}$$

$$\frac{x}{56} = \frac{180 \times 6}{45 \times 7}$$

$$\frac{x}{56} = \frac{360}{315}$$

$$\frac{x}{56} = \frac{8}{7}$$

$$x = 4 \times 8$$

$$x = 32 \text{ days}$$

Thus 32 days are required.

2. If 60 women spin 48 kg of cotton by working 8 hours dally, how much cotton will 30 women spin by working 12 hours dally?

60 عورتیں 8 گھنٹے روزانہ کام کر کے 48 کلوگرام سوت کات لیتی ہیں۔ معلوم کیجئے کہ 30 عورتیں 12 گھنٹے کام کر کے کتنے کلوگرام سوت کات لیں گی؟

Sol: As the number of women increases, the amount of cotton spin also increases, so it is direct proportion.

چونکہ عورتوں کی تعداد بڑھنے سے سوت کی مقدار بڑھ جاتی ہے، لہذا یہ ایک راست تناسب ہے۔
As the number of hours increases, amount of cotton spin also increases, so it is direct proportion.

جب گھنٹوں کی تعداد میں اضافہ ہوتا ہے، سوت کی مقدار بھی بڑھ جاتی ہے، لہذا یہ راست تناسب ہے۔

Let the amount of cotton be x kg

Hours : Women : Cotton

$$\frac{8}{12} \times \frac{60}{30} = \frac{48}{x}$$

$$\frac{x}{48} = \frac{30}{60} \times \frac{12}{8}$$

$$\frac{x}{48} = \frac{360}{480}$$

$$x = 36 \text{ kg}$$

Thus women will spin 36kg cotton.

3. If the price of a carpet 8 metres long and 3 metres wide is Rs. 6288, what will be the price of 12 meters long and 6 metres wide carpet?

ایک 8 میٹر لمبے اور 3 میٹر چوڑے کا تیلین کی قیمت 6288 روپے ہے۔ تالیے 12 میٹر لمبے اور 6 میٹر چوڑے کا تیلین کی قیمت کیا ہوگی؟

Sol: As the length of carpet increases, the price of carpet also increases. So it is direct proportion.

چونکہ تیلینوں کی لمبائی بڑھنے سے تالیوں کی قیمت بھی بڑھ جاتی ہے، لہذا یہ راست تناسب ہے۔
As the width of carpet increases, the price of carpet also increases. So it is direct proportion.

چونکہ تالیوں کی چوڑائی بڑھنے سے تالیوں کی قیمت بھی بڑھ جاتی ہے، لہذا یہ راست تناسب ہے۔

Let the price of carpet be x rupees.

Price : Length : Width

$$\frac{6288}{x} = \frac{12}{8} \times \frac{6}{3}$$

$$x = \frac{12 \times 6 \times 6288}{8 \times 3}$$

$$x = 18864$$

$$x = \text{Rs. } 18864$$

Thus price of carpet will be Rs. 18864.

4. If 15 labourers earn Rs. 67,500 in 9 days, how much money will 10 labourers earn in 12 days?

15 مزدوروں میں 67,500 روپے کما لیتے ہیں۔ معلوم کیجئے کہ 10 مزدوروں میں کتنی رقم کما لیں گے؟

Sol: As the number of labourers increases, the earning also increases. So it is direct proportion.

چونکہ مزدوروں کی تعداد بڑھنے سے کمائی بھی بڑھ جاتی ہے، لہذا یہ ایک راست تناسب ہے۔
As the number of days increases, the money produced also increases. So it is direct proportion.

چونکہ دنوں کی تعداد بڑھنے سے رقم کی مقدار بھی بڑھ جاتی ہے، لہذا یہ راست تناسب ہے۔

Let the money be x rupees.

Rupees : Labourers : Days

$$\frac{67500}{x} = \frac{10}{15} \times \frac{12}{9}$$

$$x = \frac{10 \times 12 \times 67500}{15 \times 9}$$

$$x = \text{Rs. } 60,000$$

5. 70 men can complete a wall of 150 metres long in 12 days. How many men will complete the wall of length 600 metres in 30 days?

70 آدمی 150 میٹر لمبی دیوار کو 12 دنوں میں مکمل کر لیتے ہیں۔ 600 میٹر لمبی دیوار کو 30 دنوں میں مکمل کرنے کے لیے کتنے آدمی کی ضرورت ہے؟

Sol: As more long wall requires more men. So it is direct proportion.

جتنی زیادہ دیوار کی ضرورت ہے، اتنی زیادہ آدمی کی ضرورت ہے، لہذا یہ ایک راست تناسب ہے۔
As the number of days decreases, the number of men increases. So it is an inverse proportion.

جتنی دنوں کی تعداد بڑھنے سے آدمیوں کی تعداد کم ہو جاتی ہے، لہذا یہ ایک معکوس تناسب ہے۔
Let the number of men be x.

Men : Wall : Days

$$\frac{70}{x} = \frac{600}{150} \times \frac{12}{30}$$

$$x = \frac{600 \times 12 \times 70}{150 \times 30}$$

$$x = 112 \text{ Men}$$

Thus 112 men are required.

6. If the fare of 12 quintal luggage for a distance of 18 km is 12 rupees, how much fare will be charged for a luggage of 9 quintals for a distance of 20 km?

12 کینٹل سامان کا 18 کلومیٹر فاصلے کے لیے 12 روپے ہوتے ہیں تو 9 کینٹل سامان کا 20 کلومیٹر فاصلے کے لیے کتنا ہوگا؟

Solution: As the weight increases, fare also, increases. So it is direct proportion.

چونکہ وزن کے بڑھنے سے کرایہ بھی بڑھ جاتا ہے، لہذا یہ ایک راست تناسب ہے۔
As the distance increases fare also increases. So it is direct proportion.

چونکہ فاصلے بڑھنے سے کرایہ بھی بڑھ جاتا ہے، لہذا یہ ایک راست تناسب ہے۔
Let the fare be x rupees.

Fare : Distance : Quintal

$$\frac{12}{x} = \frac{20}{18} \times \frac{9}{12}$$

$$x = \frac{20 \times 9}{18 \times 12}$$

$$x = \text{Rs. } 10$$

Thus fare will be rupees 10.

7. 14 masons can build a wall 12 metres high in 7 days. How many masons will be needed to build a wall 120 metres high in 7 days?

14 ماسٹرز 12 میٹر اونچی دیوار کو 7 دنوں میں مکمل کر لیتے ہیں تو 120 میٹر اونچی دیوار کو 7 دنوں میں کتنے ماسٹرز کی ضرورت ہے؟

Sol: As the height of wall increases, the number of masons also increases. So it is direct proportion.

چونکہ دیوار کی لمبائی بڑھنے سے مزدوروں کی تعداد بڑھ جاتی ہے، لہذا یہ راست تناسب ہے۔
As the number of days increases, the number of masons decreases. So it is an inverse proportion.

چونکہ دنوں کی تعداد بڑھنے سے مزدوروں کی تعداد کم ہو جاتی ہے، لہذا یہ ایک معکوس تناسب ہے۔
Let the masons required be x.

Masons : Height : Days

$$\frac{14}{x} = \frac{120}{12} \times \frac{12}{7}$$

$$\frac{x}{14} = \frac{120}{12} \times \frac{12}{7}$$

$$x = \frac{10}{1} \times \frac{12}{1} \times \frac{12}{7}$$

$$x = 240 \text{ masons}$$

Thus 240 masons are required.

8. 15 machines prepare 360 sweaters in 6 days. 3 machines get out of order. How many sweaters can be prepared in 10 days by the remaining machines?

15 مشینیں 6 دنوں میں 360 سوئٹرز تیار کرتی ہیں۔ 3 مشینیں خراب ہو جاتی ہیں۔ باقی مشینوں پر 10 دنوں میں کتنے سوئٹرز تیار کیے جائیں گے؟

Solution: As the number of machines increases, the number of sweaters also increase. So it is direct proportion.

چونکہ مشینوں کی تعداد بڑھنے سے سوئٹرز کی تعداد بھی بڑھ جاتی ہے، لہذا یہ راست تناسب ہے۔
As the number of days increases, the number of sweaters also increases. So it is direct proportion.

چونکہ دنوں کی تعداد بڑھنے سے سوئٹرز کی تعداد بھی بڑھ جاتی ہے، لہذا یہ راست تناسب ہے۔
Let the number of sweaters be x.

Sweaters : Machines : Days

$$\frac{360}{x} = \frac{12}{15} \times \frac{10}{6}$$

$$x = \frac{12 \times 10 \times 360}{15 \times 6}$$

$$x = \frac{12 \times 10 \times 360}{1 \times 1}$$

$$x = 480 \text{ Sweaters}$$

Thus, 480 sweaters can be prepared.

9. 1440 men had sufficient food for 32 days in a camp. How many men may leave the camp so that the same food is sufficient for 40 days when the ration is increased by $\frac{1}{2}$ times? [Hint: The 1st element (food) is 1 and the 2nd element (food) is $\frac{3}{2}$]

1440 آدمیوں کے لیے 32 دنوں کی خوراک کافی ہے۔ کتنے آدمی چلے جائیں کہ خوراک 40 دنوں کے لیے کافی ہو جبکہ خوراک $\frac{1}{2}$ گنا زیادہ کر دی گئی ہو؟ [نشانہ: پہلا عنصر (خوراک) 1 ہے اور دوسرا عنصر (خوراک) $\frac{3}{2}$ ہے]

Sol: Let the number of men = x

فرض کیا آدمیوں کی تعداد = x

فرض کیا آدمیوں کی تعداد = x

فرض کیا آدمیوں کی تعداد = x

فرض کیا آدمیوں کی تعداد = x

فرض کیا آدمیوں کی تعداد = x

Men آدمی: 1440
↑ x
Food خوراک: 1
↓ 1.5
Days دن: 32
↓ 40

$$\frac{x}{1440} = \frac{1}{1.5} \times \frac{32}{40}$$

$$x = \frac{1 \times 32 \times 1440 \times 10}{15 \times 40} = 768$$

Thus, this food is sufficient for 768 men for 40 days.
ہمس 40 دنوں کے لیے خوراک 768 آدمی کے لیے کافی ہے۔

Men left آدمی بچے کے 1440 - 768 = 672 Men آدمی
10. Ten men can assemble 400 cycles in 8 days. How many cycles will 5 men assemble if they work for 16 days?

10 آدمی 8 دنوں میں 400 سائیکلیں تیار کر سکتے ہیں۔ بتائیے 5 آدمی 16 دنوں میں کتنی سائیکلیں تیار کریں گے؟
فرض کیا سائیکلیں کی تعداد x ہے

Cycles سائیکلیں: 400
↑ x
Days دن: 8
↑ 16
Men آدمی: 10
↑ 5

$$\frac{x}{400} = \frac{16}{8} \times \frac{5}{10}$$

$$x = \frac{16 \times 5 \times 400}{8 \times 10} = 400 \text{ cycles سائیکلیں}$$

Sub-Domain (vi): Percentage and Financial Arithmetic

نی صد اور مالیاتی حساب

Solved Exercise 1.19

- Convert Rs. 70,000 into US if the conversion rate is 1 US \$ = Rs. 181.70.
70,000 روپے کا امریکی ڈالر میں تبدیل کریں جب کہ 1 امریکی ڈالر = 181.70 روپے
Sol. Amount to be converted = Rs. 70,000 روپے
رہے تبدیل کرنا ہے
Rate of 1 US\$ = Rs. 181.70 روپے
Number of US \$ = $\frac{70,000}{181.70}$ = US \$ 385.25 امریکی ڈالر کا تعداد
- Convert Rs. 75,000 into UK £.
(Rate 1 UK £ = Rs. 237.5).
75,000 روپے کو $\text{UK } \pounds$ کے پاؤڈ میں تبدیل کریں (روپے 1 $\text{UK } \pounds$ کے پاؤڈ)
Sol. Amount to be converted = Rs. 75,000 روپے

رہے تبدیل کرنا ہے۔
Rate of 1 UK £ = Rs. 237.5 روپے
Number of UK £ = $\frac{75000}{237.5}$ = UK £ 315.79 کے پاؤڈ

3. Convert 50,000 into Saudi Riyal (Rate 1 SAR = Rs 48)
50,000 کو سعودی ریال میں تبدیل کریں (ریٹ روپے 1 = Rs. 48 سعودی ریال)
Sol. Amount to be converted = Rs. 50,000 روپے
رہے تبدیل کرنا ہے
Rate of 1 SAR = Rs 48 روپے

Number of SAR = $\frac{50,000}{48}$ = 1041.67 SAR سعودی ریال کا تعداد

4. Convert Rs. 48,000 into Indian Rupee.
(1 INR = Rs. 2.03).
48,000 روپے کو بھارتی روپیہ میں تبدیل کریں۔ (روپے 1 = 2.03 بھارتی روپیہ)
Sol. Amount to be converted = Rs. 48,000 روپے
رہے تبدیل کرنا ہے
Rate of 1 INR = Rs. 2.03 روپے

Number of INR = $\frac{48000}{2.03}$ = INR 23645.32 بھارتی روپیوں کی تعداد

5. Convert Rs. 35,000 into Australian Dollar.
(1 Australian Dollar = Rs. 134).
35,000 روپے کو آسٹریلین ڈالر میں تبدیل کریں۔ (روپے 1 = Rs. 134 آسٹریلین ڈالر)
Sol. Amount to be converted = Rs. 35,000 روپے

Number of Australian Dollars = $\frac{35000}{134}$ آسٹریلین ڈالر کا تعداد
Australian Dollar ڈالر = 261.19

6. Convert Rs. 80,000 into Chinese Yaun. (1 Chinese Yaun = Rs. 23.55).
80,000 روپے کو چینی یون میں تبدیل کریں (روپے 1 = Rs. 23.55 چینی یون)
Sol. Amount to be converted = Rs. 80,000 روپے

Rate of 1 Chinese yaun = Rs. 23.55 روپے
Number of Chinese yaun = $\frac{80000}{23.55}$ چینی یون کی تعداد = 3397.03

7. Convert Rs. 50,000 into Canadian Dollar.
(1 Canadian Dollar = Rs. 142.50).
50,000 روپے کو کینیڈین ڈالر میں تبدیل کریں۔ (روپے 1 = 142.50 کینیڈین ڈالر)
Sol. Amount to be converted = Rs. 50,000 روپے

Rate of 1 Canadian Dollar = Rs. 142.50 روپے
Number of Canadian Dollars = $\frac{50000}{142.50}$ کینیڈین ڈالر کی تعداد
Canadian Dollars ڈالر = 350.88

8. Convert Rs. 70,000 into Turkish Lira.
(1 Turkish Lira = Rs. 12.24).
70,000 روپے کو ترکی لیرا میں تبدیل کریں۔ (روپے 1 = 12.24 ترکی لیرا)

Sol. Amount to be converted = Rs. 70,000 روپے
رہے تبدیل کرنا ہے
Rate of 1 Turkish Lira = Rs. 12.24 روپے
Number of Turkish Lira = $\frac{70,000}{12.24}$ ترکی لیرا کا تعداد
Turkish Lira = 5718.95

Try yourself!

- Change 60% to a fraction. 60% کو کسر میں تبدیل کریں
Sol. 60% = $60 \times \frac{1}{100}$
 $60\% = \frac{3}{5}$
- Change $\frac{4}{5}$ to a percentage. $\frac{4}{5}$ کو فی صد میں تبدیل کریں
Sol. $\frac{4}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{100}{100}$
 $\frac{4}{5} = \frac{400}{5}\% = 80\%$
- Change 10% to a decimal. 10% کو اعشاریہ میں تبدیل کریں۔
Sol. 10% = $\frac{10}{100}$
10% = 0.1

Solved Exercise 1.20

- Haneel bought a car for Rs.550000..He sold it for Rs.605000 after some time. Find his profit percentage.
حنی نے ایک کار 550,000 روپے میں خریدی اور کچھ وقت کے بعد 605,000 روپے میں فروخت کر دی۔ حنیف کا فی صد منافع معلوم کریں۔
Sol: Cost price = C.P = Rs. 550000 روپے
Sale price = S.P = Rs. 605000 روپے
Profit = S.P - C.P = 605000 - 550000 = Rs. 55000
Profit % = $\frac{\text{Profit}}{\text{C.P}} \times 100$
= $\frac{55000}{550000} \times 100 = 10\%$
- The marked price of an article is Rs.3000. Discount on this article is 20%. Find the selling price of the article.
ایک چیز کی بازار میں قیمت 3,000 روپے ہے۔ اس چیز پر چھوٹ 20% ہے۔ اس کی قیمت فروخت معلوم کیجیے۔
Sol: Marked price = Rs. 3000
Discount rate = 20%

Discount on the article = $3000 \times 20\%$
چیز پر چھوٹ = $\frac{3000 \times 20}{100}$ = Rs. 600 روپے

So, Sale price = Marked price - Discount
چھوٹ = 3000 - 600 = Rs. 2400 روپے

3. A manufacturer sells an article which cost him Rs.2,500 at 20% profit. The purchaser sells the article at 30% gain. Find the final selling price of the article.

ایک صنعت کار نے ایک چیز پر لاگت 2,500 روپے سے اسے 20% منافع پر فروخت کرنا ہے۔ خریدار اسے 30% منافع پر فروخت کرتا ہے۔ چیز کی حتمی قیمت فروخت معلوم کریں۔
Sol: Cost price = Rs. 2500 روپے
Percentage increase = 20%
نی صد اضافہ
Total increase in cost price = $2500 \times 20\%$
روپے 500 = $2500 \times \frac{20}{100}$
Market price = 2500 + 500 = Rs. 3000
Percentage increase = 30%
Total increase in sale price = $3000 \times 30\%$
روپے 900 = $3000 \times \frac{30}{100}$
قیمت فروخت میں کل اضافہ

Final sale price = 3000 + 900 = Rs. 3900 روپے
4. The market price of every article was reduced by 12% in a sale at a store. A cash customer was given a further 10% discount. What price would a cash customer pay for an article marked initially as Rs.2000.

ایک سٹور پر ہر ایک چیز کی قیمت میں 12% کمی کر دی گئی۔ پھر اسے ایک گاہک کو 10% مزید چھوٹ دی گئی۔ جس چیز کی ابتدائی قیمت 2,000 روپے تھی۔ پھر اسے ایک گاہک کو 10% مزید چھوٹ دی گئی۔ اس چیز کی قیمت فروخت معلوم کریں؟
Sol: Marked price = Rs. 2000
Discount = 12% × 2000
= $\frac{12}{100} \times 2000$ = Rs. 240 روپے
Sale price = Marked price - Discount
چھوٹ = 2000 - 240 = Rs. 1760 روپے
Further discount on cash payment.
قیمت فروخت کا 10% چھوٹ = 10% of 1760
= $\frac{10}{100} \times 1760$ = Rs. 176 روپے
Purchase price = Sale price - Discount
چھوٹ = 1760 - 176 = Rs. 1584 روپے

5. Tahir purchased two toys for his children. He buys Spider Man and Barbie Doll for Rs.3000, and Rs.5000 respectively. If a discount of 20% is given on all toys, find the amount of discount and the selling price for each toy.

ظاہر نے اپنے بچوں کے لیے دو کھلونے خریدے۔ اس نے سپائڈر مین اور باربی ڈول ہاتھتیب 3,000 روپے اور 5,000 روپے میں خریدے۔ اگر تمام کھلونوں کی قیمت پر 20% چھوٹ دی گئی ہو تو چھوٹ کی رقم اور قیمت فروخت معلوم کریں۔

Sol: Cost price of Spider man = Rs. 3000 روپے
سپائڈر مین کی قیمت خرید
Cost price of Barbie doll = Rs. 5000 روپے
باربی ڈول کی قیمت خرید
Total cost price = 3000 + 5000 = Rs. 8000 روپے
Discount = 20% × 8000

$$= \frac{20}{100} \times 8000 = \text{Rs. } 1600 \text{ روپے}$$

$$\text{Sale price} = \text{Total cost price} - \text{Discount}$$

$$= 8000 - 1600 = \text{Rs. } 6400 \text{ روپے}$$

6. Tufall buys some items from a store. A special discount of 15% is offered on food items and 20% on other items. If he purchases food worth Rs.1250 and other items worth Rs.750, find the amount of discount and selling price of each separately.

ظفیل نے ایک سٹور پر کھانے کی اشیاء پر 15% اور دوسری اشیاء پر 20% خصوصی چھوٹ دی گئی۔ اس نے کھانے کی اشیاء 1,250 روپے اور دوسری اشیاء 750 روپے کی خریدیں۔ ہر ایک پر چھوٹ اور قیمت فروخت معلوم کریں۔

Sol: Cost price of food items = Rs. 1250
کھانے کی اشیاء کی قیمت خرید
Discount on food items = 15% × 1250
کھانے کی اشیاء پر چھوٹ

$$= \frac{15}{100} \times 1250 = \text{Rs. } 187.50$$

$$\text{Sale price on food items} = \text{Cost price} - \text{Discount}$$

$$= 1250 - 187.50 = \text{Rs. } 1062.50$$

Cost price of other items = Rs. 750 روپے
دوسری اشیاء کی قیمت خرید
Discount on other items = 20% × 750

$$= \frac{20}{100} \times 750 = \text{Rs. } 150 \text{ روپے}$$

Sale price of other items = Cost price - Discount
چھوٹ قیمت خرید
= 750 - 150 = Rs. 600 روپے

7. A wholesaler sets his selling price by adding 15% to his cost price. The retailer adds 25% to the price he pays to the wholesaler to fix his selling Price. At what price would a retailer sell an article which costs the wholesaler Rs.400.

ایک تحوگ فروش اپنی قیمت خرید میں 15% اضافہ کر کے اپنی قیمت فروخت طے کرتا ہے۔ پھر چوٹ فروش اپنی قیمت خرید پر 25% اضافہ کرتا ہے۔ پھر چوٹ فروش ایک چیز کو کس قیمت پر فروخت کرے گا جبکہ تحوگ فروش کی قیمت خرید 400 روپے ہے؟

Sol: Cost price of wholesaler = Rs. 400

تحوگ فروش کی قیمت خرید
Sale price of wholesaler = 400 + 15% of cost price
قیمت خرید کا 15%
تحوگ فروش کی قیمت فروخت
= 400 + 15% × 400
= 400 + $\frac{15}{100} \times 400$
= 400 + 60 = Rs. 460 روپے
Sale price of retailer = 460 + 25% × 460
پر چوٹ فروش کی قیمت فروخت
= 460 + $\frac{25}{100} \times 460$
= 460 + 115 = Rs. 575 روپے

Solved Exercise 1.21 حل شدہ مشق

1. Find the profit on Rs. 40,000 at the rate of 3% per year for 4 years.
40,000 روپے پر 4 سال میں 3% سالانہ شرح سے منافع معلوم کریں۔

Sol: Principal اصل زر = P = Rs. 40,000
Rate شرح = R = 3%
Time مدت = T = 4 years سال
Profit منافع = ?
We know that ہم جانتے ہیں کہ
Profit منافع = P × R × T
= 40000 × 3% × 4
= 40000 × $\frac{3}{100} \times 4 = \text{Rs. } 4800$
ہی منافع 4800 روپے ہے۔

Thus the profit is Rs. 4,800
2. Saud borrowed Rs.25,000 from bank at the rate of 6% per year for 3 years. Find the markup of the bank.
سعود نے بینک سے 25,000 روپے 6% سالانہ کے حساب سے 3 سال کے لیے بیک مارک اپ کی رقم معلوم کریں۔

Sol: Principal اصل زر = P = Rs. 25,000
Rate شرح = R = 6%
Time مدت = T = 3 years سال
Markup مارک اپ = ?
We know that ہم جانتے ہیں کہ
Markup مارک اپ = P × R × T
= 25000 × 6% × 3
= 25000 × $\frac{6}{100} \times 3 = \text{Rs. } 4500$ روپے

Thus, markup of the bank is Rs. 4500.
ہی بیک مارک اپ 4500 روپے ہے۔

3. Find the principal amount invested by Riz in a business if he receives a profit of Rs. 4200 in 3 years at the rate of 10% per year.

ریز کی طرف سے کسی کاروبار میں سرمایہ کاری کی گئی اصل رقم معلوم کریں اگر اسے 3 سالوں میں 10% سالانہ شرح سے 4200 روپے کا منافع ملا ہے۔

Sol: Principal اصل زر = P = ?
Profit شرح = Rs. 4200

Time مدت = T = 3 years سال
Rate شرح = R = 10%
We know that ہم جانتے ہیں کہ
Profit منافع = P × R × T
4200 = P × 10% × 3
4200 = P × $\frac{10}{100} \times 3$
 $\frac{4200 \times 100}{10 \times 3} = P$
P = $\frac{4200 \times 100}{30} = \text{Rs. } 14000$ روپے

Thus principal amount is Rs. 14,000.
ہی کاروبار میں لگائی گئی رقم 14,000 روپے ہے۔

4. Ajmal invested some amount in a business. He receives a profit of Rs. 27,000 at the rate of 12% per year for 3 years. Find his original investment.
اجمل نے کچھ سرمایہ کاروبار میں لگایا۔ اس نے 3 سال میں 12% سالانہ شرح سے 27,000 روپے منافع حاصل کیا۔ اس کی اصل سرمایہ کاری معلوم کریں۔

Sol: Profit منافع = Rs. 27,000
Rate شرح = R = 12%
Time مدت = T = 3 years سال
Principal اصل زر = P = ?
We know that ہم جانتے ہیں کہ
Profit منافع = P × R × T
27000 = P × 12% × 3
27000 = P × $\frac{12}{100} \times 3$
 $\frac{27000 \times 100}{12 \times 3} = P$
P = $\frac{27000 \times 100}{36} = \text{Rs. } 75000$ روپے

Thus, original investment is Rs. 75,000.
اصل سرمایہ کاری 75000 روپے ہے۔

5. At what annual rate of markup would Rs.6,800 amount become Rs.9,044 in 11 years?
مارک اپ کی کس سالانہ شرح پر 6800 روپے کی رقم 11 سالوں میں 9044 روپے بن جائے گی؟

Sol: Rate of markup مارک اپ کی شرح = R = ?
Profit منافع = Rs. 9044 - Rs. 6800 = Rs. 2244 روپے
Principal اصل زر = P = Rs. 6800
Time مدت = T = 11 years سال
We know that ہم جانتے ہیں کہ
Profit = P × R × T
2244 = 6800 × R × 11
2244 = 74800 × R
 $\Rightarrow R = \frac{2244}{74800}$
R = 0.03
R = 0.03 × 100% = 3%

Thus annual rate of markup is 3%.
ہی مارک اپ کی سالانہ شرح 3% ہے۔

6. At what annual rate of profit would a sum of Rs.5800 will increase to Rs.7105 in 3 years time?
کس سالانہ شرح منافع پر 5800 روپے کی رقم 3 سال میں 7105 روپے ہو جائے گی؟

Sol: Rate = R = ?
Principal اصل زر = P = Rs. 5800 روپے
Profit منافع = Rs. 7105 - Rs. 5800 = Rs. 1305
Time مدت = T = 3 years سال
We know that ہم جانتے ہیں کہ
Profit منافع = P × R × T
1305 = 5800 × R × 3
13.5 = 17400 × R
 $\Rightarrow R = \frac{1305}{17400}$
R = 0.075
R = 0.075 × 100% = 7.5% = 7 $\frac{1}{2}$ %

Thus annual rate of profit is 7 $\frac{1}{2}$ %.
ہی منافع کی سالانہ شرح 7 $\frac{1}{2}$ % ہے۔

7. How long would Rs.15,500 have to be invested at a markup rate of 6% per year to gain Rs.2790.
15,500 روپے کی رقم کتنی مدت کے لیے لگائی جائے کہ 6% سالانہ شرح سے لگ بھگ 2790 روپے ہوں۔

Sol: Time مدت = T = ?
Principal اصل زر = P = Rs. 15500
Rate شرح = R = 6%
Mark up مارک اپ = Rs. 2790
We know that ہم جانتے ہیں کہ
Mark up مارک اپ = P × R × T
2790 = 15500 × 6% × T
2790 = 15500 × $\frac{6}{100} \times T$
2790 = 930 T
 $\Rightarrow T = \frac{2790}{930}$
T = 3 years سال

Thus time is 3 years.
8. How long would Rs.25,000 have to be deposited in the bank at 12% per year to receive back Rs.31,000.
25,000 روپے کی رقم بینک میں کتنی مدت کے لیے رکھی جائے کہ 10% سالانہ شرح منافع سے 31,000 روپے ہو جائے۔

Sol: Time مدت = T = ?
Principal اصل زر = P = Rs. 25000
Rate شرح = R = 12%
Mark up مارک اپ = Rs. 31000 - Rs. 25000 = Rs. 6000
We know that ہم جانتے ہیں کہ

Mark up = P × R × T
 6000 = 25000 × 12% × T
 6000 = 25000 × $\frac{12}{100}$ × T
 6000 = 3000 × T
 $\Rightarrow T = \frac{6000}{3000}$
 T = 2 years سال

Thus time is 2 years. یہی مدت 2 سال ہے۔

Solved Exercise 1.22

1. Usman purchased a car for Rs. 1250000 and insured it for one year at the rate of 4.5%. Find the annual premium.

مشان نے ایک کار 1250000 روپے میں خریدی اور 4.5% شرح سے ایک سال کی انشورنس کروائی۔ سالانہ پریمیم معلوم کریں۔

Sol. The price of car = Rs. 1250000
 Rate of insurance = 4.5%
 Amount of Premium = $\frac{4.5}{100} \times 1250000$
 $= \frac{45}{100} \times \frac{1}{100} \times 1250000$
 $= Rs. 56250$

2. Hameed got a life insurance policy of Rs. 200000. Find the first premium he has to pay when the rate of annual premium is 5.2% and policy fee is 0.25%.

حمید نے 200000 روپے کی جی۔ ایس۔ پی پالیسی خریدی۔ اس کا پہلا پریمیم معلوم کریں جب کہ سالانہ پریمیم کی شرح 5.2% ہے اور پالیسی فیس 0.25% ہے۔

Sol. Policy amount = Rs. 200000
 Policy fee @ 0.25% = 0.25% × 200000
 $= \frac{25}{100} \times \frac{1}{100} \times 200000$
 $= Rs. 500$
 First premium @ 5.2% = 5.2% × 200000
 $= \frac{52}{100} \times 200000$
 $= Rs. 10400$

3. Zahid got a life insurance policy of Rs. 500000 at the rate of 5.2% and the policy fee is 0.25%. Calculate half yearly premium at 52% of the annual premium.

زاہد نے ایک لائف انشورنس پالیسی 500000 روپے میں 5.2% کی شرح سے خریدی اور پالیسی فیس 0.25% ہے۔ ششماہی پریمیم بحساب 52% سالانہ پریمیم معلوم کریں۔

Sol. Policy amount = Rs. 500000
 Policy fee @ 0.25% = 0.25% × 500000
 $= \frac{25}{100} \times 500000 \times \frac{1}{100}$

Rs. 1250 روپے
 First Premium @ 5.2% = 5.2% × 500000
 $= \frac{52}{100} \times \frac{1}{100} \times 500000$
 $= Rs. 26000$
 Annual premium = First Premium + Policy fee
 $= 26000 + 1250$
 $= Rs. 27250$

Half yearly premium = $27250 \times \frac{52}{100}$
 $= Rs. 14170$

4. Usama insured his life for Rs. 700000. Find annual premium at 4.5% of the policy amount with policy fee at the rate of 0.25%. Calculate monthly premium at 9% of the annual premium.

امار نے اپنی لائف انشورنس 700000 روپے میں کروائی۔ سالانہ پریمیم پالیسی کا 4.5% کے حساب سے معلوم کریں اور پالیسی فیس کی شرح 0.25% ہے۔ ماہانہ پریمیم شرح 9% سالانہ پریمیم معلوم کریں۔

Sol. Policy amount = Rs. 700000
 Policy fee @ 0.25% = 0.25% × 700000
 $= \frac{25}{100} \times \frac{1}{100} \times 700000$
 $= Rs. 1750$

First Premium @ 4.5% = 4.5% × 700000
 $= \frac{45}{100} \times \frac{1}{100} \times 700000$
 $= Rs. 31500$
 Annual premium = First Premium + Policy fee
 $= 31500 + 1750 = Rs. 33250$

Monthly premium = $33250 \times \frac{9}{100} = Rs. 2992.5$

5. Saud bought a car for Rs. 700000 and got it insured at 4.2% annual premium for 3 years. Calculate how much premium he paid in 3 years if depreciation rate is 12%.

سعود نے ایک کار 700000 روپے میں خریدی اور اس کی انشورنس 3 سال کے لیے 4.2% سالانہ شرح سے کروائی۔ معلوم کیجیے کہ وہ 3 سال میں کتنا پریمیم ادا کرے گا اگر قیمت میں 12% کے حساب سے ہے۔

Sol. Price of car = Rs. 700000
 Rate of annual premium = 4.2%
 Depreciation rate = 12%
 Time period = 3 years سال
 First premium = $\frac{42}{100} \times \frac{1}{100} \times 700000$
 $= Rs. 29400$

Depreciation after one year = 12% of 700000
 $= \frac{12}{100} \times 700000 = Rs. 84000$
 Depreciation price after one year = 700000 - 84000
 $= Rs. 616000$
 2nd Premium = 4.2% of 616000
 $= \frac{42}{100} \times \frac{1}{100} \times 616000$
 $= Rs. 25872$
 Depreciation after two years = 12% of 616000
 $= \frac{12}{100} \times 616000$
 $= Rs. 73920$

Depreciation price after two years = 616000 - 73920
 $= Rs. 542080$
 3rd Premium = 4.2% of 542080
 $= \frac{42}{100} \times \frac{1}{100} \times 542080$
 $= Rs. 22767.36$

Depreciation after three years = 12% of 542080
 $= \frac{12}{100} \times 542080$
 $= Rs. 65049.60$

Depreciation price after three years = 542080 - 65049.60
 $= Rs. 477030.40$
 Total premium = 29400 + 25872 + 22767.36
 $= Rs. 78039.76$

6. A man has a car of worth Rs. 1400000. He got it insured for a period of 2 years at the rate of 4.5%. The depreciation rate is 10% per year. He has to pay the premium yearly. Find the total amount of premium he has to pay for a period of 2 years.

ایک آدمی کے پاس ایک کار ہے جس کی قیمت 1400000 روپے ہے۔ اس نے سالانہ 4.5% پریمیم کی شرح سے اس کار کو 2 سال کے لیے 10% کی شرح پر انشورنس کروا لیا۔ اس کا پریمیم سالانہ 4.5% ہے اور سالانہ قیمت میں 10% کمی ہے۔

Sol. Worth of car = Rs. 1400000
 Rate of annual premium = 4.5%
 Depreciation rate = 10%
 First Premium = 4.5% of 1400000
 $= \frac{45}{100} \times \frac{1}{100} \times 1400000$
 $= Rs. 63000$
 Depreciation after one year = 10% of 1400000
 $= \frac{10}{100} \times 1400000 = Rs. 140000$

Depreciation price after one year = 1400000 - 140000
 $= Rs. 1260000$
 2nd Premium = 4.5% of 1260000

Depreciation price after one year = 1400000 - 140000
 $= Rs. 1260000$
 2nd Premium = 4.5% of 1260000

Depreciation price after one year = 1400000 - 140000
 $= Rs. 1260000$
 2nd Premium = 4.5% of 1260000

Depreciation price after one year = 1400000 - 140000
 $= Rs. 1260000$
 2nd Premium = 4.5% of 1260000

2nd Premium = 4.5% of 1260000

$= \frac{45}{100} \times \frac{1}{100} \times 1260000$
 $= Rs. 56700$
 Depreciation after two years = 10% of 1260000
 $= \frac{10}{100} \times 1260000$
 $= Rs. 126000$
 Depreciation price after two years = 1260000 - 126000
 $= Rs. 1134000$
 Total amount paid as Premium = 63000 + 56700
 $= Rs. 119700$

7. Asma insured her life for Rs. 1,000,000 at the rate of 5% per year. Find the amount of annual premium she has to pay.

عاسمہ نے 1000000 روپے کی لائف انشورنس کروائی اور اس کی انشورنس 5% سالانہ پریمیم کے طور پر ادا کرنی ہے۔

Sol. Policy amount = Rs. 1000000
 First Premium @ 5% = $\frac{5}{100} \times 1000000$
 $= Rs. 50000$

Solved Exercise 1.23

1. Aslam and Akram invested Rs. 27,000 and Rs. 30,000 to start a business. If they earned a profit of Rs. 66,500 at the end of the year, find the profit of each one.

اسلام اور اکرم نے ایک کاروبار ہاتھ میں لیا اور 27,000 روپے اور 30,000 روپے لگا کر شروع کیا۔ ایک سال کے بعد انہیں 66,500 روپے کا منافع ہوا۔ ہر ایک کا منافع میں حصہ معلوم کریں۔

Sol. The simplified form of capital share ratio:
 Aslam's share : Akram's share
 27,000 : 30,000
 27 : 30
 9 : 10

Sum of ratios = 9 + 10 = 19
 Total Profit = Rs. 66,500

Aslam's Profit = $\frac{9}{19} \times 66500 = Rs. 31,500$
 Akram's Profit = $\frac{10}{19} \times 66500 = Rs. 35,000$

2. Amina and Maryam started a business with investment of Rs. 30,000 and Rs. 40,000 respectively in one year. At the end of the year they earned a profit of Rs. 8400. Find the share of each one.

آمنہ اور مریم نے ایک سال میں ایک کاروبار ہاتھ میں لیا اور 30,000 روپے اور 40,000 روپے لگا کر شروع کیا۔ ایک سال کے بعد انہیں 8400 روپے کا منافع ہوا۔ ہر ایک کا منافع میں حصہ معلوم کریں۔

Sol. The simplified form of capital share ratio:
 Amina's share : Maryam's share
 30,000 : 40,000
 30 : 40
 3 : 4

Sum of ratios = 3 + 4 = 7
 Total Profit = Rs. 8400

Amina's Share in profit = $\frac{3}{7} \times 8400 = \text{Rs. } 3600$
 Maryam's Share in profit = $\frac{4}{7} \times 8400 = \text{Rs. } 4800$

3. Two partners contributed Rs.4000 and Rs.3000. 1st contributed for 9 months and the 2nd contributed the amount for 7 months. Divide a profit of Rs.11590 between the partners.

دو شراکت داروں نے کاروبار شروع کیا۔ پہلے شراکت دار نے 4,000 روپے اور 19 ماہ کے لیے اور دوسرے نے 3,000 روپے اور 7 ماہ کے لیے لگائے۔ ان کے درمیان 11,590 روپے منافع کی رقم تقسیم کریں۔

Sol: 1st Partner's invested for 9 months = Rs. 4000
 1st Partner's invested for 1 month = $4000 \times 9 = \text{Rs. } 36000$
 2nd invested for 7 months = Rs. 3000
 2nd invested for 1 month = $3000 \times 7 = \text{Rs. } 21000$

1st partner's investment : 2nd partner's investment
 $36,000 : 21,000$
 $36 : 21$
 $12 : 7$

Sum of ratios = 12 + 7 = 19
 Total Profit = Rs. 11590

1st Partner's share = $\frac{12}{19} \times 11590 = \text{Rs. } 7320$

2nd Partner's share = $\frac{7}{19} \times 11590 = \text{Rs. } 4270$

4. Saad, Saud and Saeed started a business with capital of Rs.12,000, Rs.18,000 and Rs.24,000 respectively. At the end of the year, they suffered with a loss of Rs.13,500. Find the share of each in this loss.

سعود، سعود اور سعید نے ہاتھتیب 12,000 روپے، 18,000 روپے اور 24,000 روپے سے ایک کاروبار شروع کیا۔ ایک سال کے بعد انہیں 13,500 روپے نقصان ہوا۔ ہر ایک کا نقصان میں حصہ معلوم کریں۔

Sol:

Saad	Saud	Saeed
12,000	18,000	24,000
12	18	24
2	3	4

Sum of ratios = 2 + 3 + 4 = 9
 Total loss = Rs. 13,500

Saad's share in loss = $\frac{2}{9} \times 13500 = \text{Rs. } 3000$

Saud's share in loss = $\frac{3}{9} \times 13500 = \text{Rs. } 4500$

Saeed's share in loss = $\frac{4}{9} \times 13500 = \text{Rs. } 6000$

5. Akram and Asghar started a business with Rs. 9,000 and Rs.11,000 respectively. Akram withdraws Rs.1000 after 6 months. After 2 months of his withdrawal Asghar invested Rs.1000 more. After a year they earned a profit of Rs.14,000. Find the share of each in the profit.

اکرام اور اسغر نے کاروبار ہاتھتیب 9,000 روپے اور 11,000 روپے لگا کر شروع کیا۔ اکرام نے 6 ماہ بعد کاروبار سے 1,000 روپے نکال لیے۔ اکرام کے نکالنے کے 2 ماہ بعد اسغر نے 1,000 روپے اور لگا دیے۔ ایک سال بعد 14,000 روپے منافع لگے۔ ہر ایک کا منافع میں حصہ معلوم کریں۔

Sol: Akram's capital for 6 months = Rs. 9000
 Akram's capital for 1 month = $9000 \times 6 = \text{Rs. } 54000$
 Akram's capital for remaining 6 months = Rs. 8000
 Akram's capital for 1 month = $8000 \times 6 = \text{Rs. } 48000$
 Akram's total capital = $54000 + \text{Rs. } 48000 = \text{Rs. } 102000$
 Asghar's capital for 8 months = Rs. 11000
 Asghar's capital for 1 month = $11000 \times 8 = \text{Rs. } 88000$
 Asghar's capital for 4 months = $12000 \times 4 = \text{Rs. } 48000$
 Asghar's total capital = $88000 + \text{Rs. } 48000 = \text{Rs. } 136000$

The simplest form of capital share ratio:

Akram	Asghar
102000	136000
102	136
51	68
3	4

Sum of ratios = 3 + 4 = 7
 Akram's share in profit = $\frac{3}{7} \times 14000 = \text{Rs. } 6000$

Asghar's share in profit = $\frac{4}{7} \times 14000 = \text{Rs. } 8000$

6. Three friends A, B and C started a firm with Rs.20,000, Rs.16,000 and Rs.18,000 respectively. A kept his money for 4 months, B for 6 months and C for 8 months. Divide a profit of Rs.12,000 among these friends.

A اور B اور C تین دوستوں نے ہاتھتیب 20,000 روپے، 16,000 روپے اور 18,000 روپے لگا کر ایک فرم بنائی۔ A نے اپنا سرمایہ 4 ماہ کے لیے لگایا، B نے اپنا سرمایہ 6 ماہ کے لیے اور C نے اپنا سرمایہ 8 ماہ کے لیے لگایا۔ ان کی رقم منافع 12,000 روپے ان کے درمیان تقسیم کیجیے۔

Sol: A's investment for 4 months = Rs. 20000
 A's investment for 1 month = $20000 \times 4 = \text{Rs. } 80000$
 B's investment for 6 months = Rs. 16000
 B's investment for 1 month = $16000 \times 6 = \text{Rs. } 96000$
 C's investment for 8 months = Rs. 18000
 C's investment for 1 month = $18000 \times 8 = \text{Rs. } 144000$

The simplest form of capital share ratio:

A's	B's	C's
80000	96000	144000
80	96	144
5	6	9

Sum of ratio = 5 + 6 + 9 = 20
 A's share in profit = $\frac{5}{20} \times 12000 = \text{Rs. } 3000$

B's share in profit = $\frac{6}{20} \times 12000 = \text{Rs. } 3600$

C's share in profit = $\frac{9}{20} \times 12000 = \text{Rs. } 5400$

Solved Exercise 1.24

1. A man left Rs.240000 as inheritance. His heirs are 6 daughters and 2 sons. Find the share of each inheritor so that a son gets twice of his sister's share.

ایک آدمی 240,000 روپے ترکہ چھوڑ کر انتقال کر گیا۔ اس کے ورثہ میں 6 بیٹیاں اور 2 بیٹے ہیں۔ ترکہ میں سے ہر ایک کا حصہ معلوم کریں جبکہ کن بیٹی سے دوگنا حصہ دیا جائے۔

Sol: Total amount left = Rs. 240000

Sons	Daughters
2	6
2 x 2 = 4	1 x 6 = 6
2	3

 Sum of ratio = 2 + 3 = 5

Share of 2 sons = $\frac{2}{5} \times 240000 = \text{Rs. } 96000$

Share of each son = $\frac{96000}{2} = \text{Rs. } 48000$

Share of 6 daughters = $\frac{3}{5} \times 240000 = \text{Rs. } 144000$

Share of each daughter = $\frac{144000}{6} = \text{Rs. } 24000$

2. Allah Ditta died leaving a property of Rs.850000. He left a widow, two sons and one daughter. Find the share of each in the inheritance if the burial expenditure was Rs.50,000.

اللہ دیتا نے 850,000 روپے ترکہ چھوڑ کر انتقال کر گیا۔ یہ رقم اس کی بیوی، دو بیٹوں اور ایک بیٹی میں تقسیم کریں جبکہ کن دن کا خرچہ 50,000 روپے تھا۔

Sol: Total amount of property = Rs. 850000

Burial expenditure = Rs. 50000
 Remaining amount = $850000 - \text{Rs. } 50000 = \text{Rs. } 800000$

Widow's share = $\frac{1}{8} \times 800000 = \text{Rs. } 100000$

Remaining Inheritance = $800000 - \text{Rs. } 100000 = \text{Rs. } 700000$

Now ratios of share

Sons	Daughter
2	1
2 x 2 = 4	1 x 1 = 1

Sum of ratios = 4 + 1 = 5

Share of 2 sons = $\frac{4}{5} \times 700000 = \text{Rs. } 560000$

Share of each son = $\frac{560000}{2} = \text{Rs. } 280000$

Share of one daughter = $\frac{1}{5} \times 700000 = \text{Rs. } 140000$

3. Akram left a wealth of Rs. 780000. His heir are a widow, 3 sons and 4 daughters. Calculate the share of each one if the funeral expenses is Rs. 30,000 and a loan of Rs. 50,000 is due to him.

اکرام کے انتقال کے وقت جائیداد کی مالیت 780,000 روپے تھی۔ اس کے ورثہ میں ایک بیوی اور 3 بیٹے اور 4 بیٹیاں ہیں۔ ہر ایک کا حصہ معلوم کریں جبکہ کن دن پر 30,000 روپے خرچ ہوا اور قرض کی رقم 50,000 روپے ہے۔

Sol: Total amount = Rs. 780000

Amount of debt قرض کی رقم = Rs. 50000 روپے
 Funeral expenses = Rs. 30000
 Total amount paid = Rs. 50000 + Rs. 30000 روپے
 Remaining amount = Rs. 780000 - Rs. 80000
 = Rs. 700000

Widow's share = $\frac{1}{8} \times 700000 = \text{Rs. } 87500$
 Remaining Inheritance = Rs. 700000 - Rs. 87500
 = Rs. 612500

Now ratios of share اب حصوں میں نسبت
 Sons بیٹے : Daughters بیٹیاں
 $3 \times 2 = 6$: $4 \times 1 = 4$

Sum of ratio نسبتی مجموعہ = $3 + 2 = 5$
 Share of 3 sons = $\frac{3}{5} \times 612500$
 = Rs. 367500

Share of each son = $\frac{367500}{3}$
 = Rs. 122500

Share of 4 daughters = $\frac{2}{5} \times 612500$
 = Rs. 245000

Share of each daughter = $\frac{245000}{4}$
 = Rs. 61250

4. A man died leaving a saving of Rs.72,000 in the bank. Find the share of each: widow, one son and one daughter.
 ایک آدمی ایک بچہ اور ایک بیوی کے ساتھ 72,000 روپے کی بچت چھوڑ کر انتقال کر گیا۔ ایک بیوی اور ایک بیٹی کا اس کے پاس حصہ معلوم کریں۔

Sol: Total amount left = Rs. 72000 روپے
 Widow's share = $\frac{1}{8} \times 72000$
 = Rs. 9000

Remaining Inheritance = Rs. 72000 - Rs. 9000
 = Rs. 63000

Now ratios of share اب حصوں میں نسبت
 Sons بیٹے : Daughter بیٹی
 $1 \times 2 = 2$: $1 \times 1 = 1$

Sum of ratios نسبتی مجموعہ = $2 + 1 = 3$
 Share of one son = $\frac{2}{3} \times 63000$
 = Rs. 42000

Share of one daughter = $\frac{1}{3} \times 63000$
 = Rs. 21000

5. Aslam left a property worth Rs. 650000. He had to pay Rs. 50,000 as debt. The remaining amount was divided among his 2 sons and 2 daughters. Find the share of each.
 اسلم نے 650000 روپے کی جائیداد چھوڑی ہے اسے 50000 روپے کا قرض ادا کرنا تھا۔ باقی رقم دو بیٹوں اور دو بیٹیوں میں تقسیم کر دی گئی ہر ایک کا حصہ معلوم کریں۔

Sol: Total amount left = Rs. 650000 روپے
 His debt قرض کی رقم = Rs. 50000 روپے
 Remaining Inheritance = Rs. 650000 - Rs. 50000 روپے
 = Rs. 600000 روپے

Now ratios of share اب حصوں میں نسبت
 Sons بیٹے : Daughters بیٹیاں
 $2 \times 2 = 4$: $2 \times 1 = 2$

Sum of ratios نسبتی مجموعہ = $2 + 1 = 3$
 Share of 2 sons = $\frac{2}{3} \times 600000$
 = Rs. 400000

Share of each son = $\frac{400000}{2}$
 = Rs. 200000

Share of 2 daughters = $\frac{1}{3} \times 600000$
 = Rs. 200000

Share of each daughter = $\frac{200000}{2}$
 = Rs. 100000

6. A person died leaving behind inheritance of Rs.300000. Distribute the amount among 4 sons and 3 daughters so that each son gets double of what a daughter gets. Find the share of each when a debt of Rs. 80,000 was also to be paid.
 ایک آدمی 300,000 روپے ترکہ چھوڑ کر انتقال کر گیا۔ باقی ترکہ کو اس کے 4 بیٹوں اور 3 بیٹیوں میں اس طرح تقسیم کیجئے کہ بیٹے کو بیٹی سے دوگنا حصہ دیا جائے۔ ہر ایک کا حصہ معلوم کریں جبکہ اس کے پاس 80000 روپے کا قرض بھی ادا کرنا تھا۔

Sol: Total amount left = Rs. 300000 روپے
 Amount of debt قرض کی رقم = Rs. 80000 روپے
 Remaining Inheritance = Rs. 300000 - Rs. 80000 روپے
 = Rs. 220000 روپے

Now ratios of share اب حصوں میں نسبت
 Sons بیٹے : Daughters بیٹیاں
 $4 \times 2 = 8$: $3 \times 1 = 3$

Sum of ratios نسبتی مجموعہ = $8 + 3 = 11$
 Share of 4 sons = $\frac{8}{11} \times 220000$
 = Rs. 160000

Share of each son = $\frac{160000}{4}$
 = Rs. 40000

Share of 3 daughters = $\frac{3}{11} \times 220000$
 = Rs. 60000

Share of each daughter = $\frac{60000}{3}$
 = Rs. 20000

7. Wife of Ahmad died leaving behind 2 daughters and a son If Ahmad gets $\frac{1}{4}$ of the inheritance of Rs. 180,000. The remaining amount is to be distributed among her children so that a son receives twice of a daughter's share. Find the amount of share of each daughter, son and Ahmad.
 احمد کی بیوی 2 بیٹیاں اور ایک بیٹا چھوڑ کر انتقال کر گئی اگر احمد کو 180000 روپے کی وراثت کا $\frac{1}{4}$ حصہ ملے تو باقی رقم اس کے بچوں میں تقسیم کی جائے تاکہ بیٹے کو بیٹی کے حصے سے دوگنا حصہ دیا جائے اور احمد کے حصے کی رقم معلوم کریں۔

Sol: Total amount left = Rs. 180000 روپے
 Share of Ahmad = $\frac{1}{4} \times 180000$
 = Rs. 45000

Remaining Inheritance = Rs. 180000 - Rs. 45000 روپے
 = Rs. 135000 روپے

Now ratios of share اب حصوں میں نسبت
 Son بیٹا : Daughters بیٹیاں
 $1 \times 2 = 2$: $1 \times 2 = 2$

Sum of ratios نسبتی مجموعہ = $1 + 1 = 2$
 Share of son = $\frac{1}{2} \times 135000 = \text{Rs. } 67500$

Share of 2 daughters = $\frac{1}{2} \times 135000$
 = Rs. 67500

Share of each daughter = $\frac{67500}{2} = \text{Rs. } 33750$

8. Which of the following is not a set?
 (a) {1,2,3} (b) {a,b,c} (c) {2,3,4} (d) {1,2,2,3}

(iii) A set consisting of all subsets of the set A is called:
 (a) subset (b) universal set (c) power set (d) superset

(iv) If $U = \{1,2,3, \dots, 10\}$ and $A = \{2,4,6, \dots, 10\}$ and $B = \{1,3,5, \dots, 9\}$ then $(A-B)^c$ is equal to:
 (a) U (b) B (c) A (d) ϕ

(v) If $P(A) = \{\phi, \{a\}, \{b\}, \{a,b\}\}$ then set A is equal to:
 (a) ϕ (b) {a} (c) {b} (d) {a,b}

(vi) Proportion means:
 (a) equality of two ratios (b) equality of quantities (c) inequality of two ratios (d) inequality of quantities

(vii) Product of extremes is equal to:
 (a) direct proportion (b) inverse proportion (c) product of means (d) division of means

Solved Review Exercise 1 (b)

1. Four options are given against each statement. Encircle the correct one.
 ہر بیان کے لیے چار آپشنز دیئے گئے ہیں۔ درست کے گرد دائرہ لگائیں۔

- (i) If a is not a member of the set A then symbolically it is denoted by:
 (a) $a \in A$ (b) $a \notin A$ (c) $a \in A$ (d) $a \cap A$

(ii) Which of the following is not a set?
 درج ذیل میں سے کون سا سیٹ نہیں ہے؟
 (a) {1,2,3} (b) {a,b,c} (c) {2,3,4} (d) {1,2,2,3}

(iii) A set consisting of all subsets of the set A is called:
 A کے تمام حتمی سیٹوں پر مشتمل سیٹ کہلاتا ہے:
 (a) subset (b) universal set (c) power set (d) superset

(iv) If $U = \{1,2,3, \dots, 10\}$ and $A = \{2,4,6, \dots, 10\}$ and $B = \{1,3,5, \dots, 9\}$ then $(A-B)^c$ is equal to:
 اگر $U = \{1,2,3, \dots, 10\}$ اور $A = \{2,4,6, \dots, 10\}$ اور $B = \{1,3,5, \dots, 9\}$ تو $(A-B)^c$ برابر ہے:

(v) If $P(A) = \{\phi, \{a\}, \{b\}, \{a,b\}\}$ then set A is equal to:
 اگر $P(A) = \{\phi, \{a\}, \{b\}, \{a,b\}\}$ تو P(A) پر مشتمل سیٹ A برابر ہے:

(vi) Proportion means:
 دو ہستوں کی برابری (a) equality of two ratios
 مقداروں کی برابری (b) equality of quantities
 دو ہستوں کی نام برابری (c) inequality of two ratios
 دو مقداروں کی نام برابری (d) inequality of quantities

(vii) Product of extremes is equal to:
 طرفین کا حاصل ضرب برابر ہوتا ہے:

(a) direct proportion (b) inverse proportion (c) product of means (d) division of means
 راست تناسب (a) direct proportion
 معکوس تناسب (b) inverse proportion
 وسطین کا حاصل ضرب (c) product of means
 وسطین کی تقسیم (d) division of means

(viii) A relation in which increases one quantity causes proportional increases in the other quantity is called:
 ایسا تعلق جس میں ایک مقدار میں اضافہ سے دوسری مقدار میں اسی نسبت سے اضافہ ہو کہلاتا ہے:

(a) compound proportion (b) ratio (c) inverse proportion (d) direct proportion
 مرکب تناسب (a) compound proportion
 نسبت (b) ratio
 معکوس تناسب (c) inverse proportion
 راست تناسب (d) direct proportion

(ix) The comparison of the quantities of same kind is called:
 ایک قسم کی مقداروں کا موازنہ کہلاتا ہے:

(a) proportion (b) ratio (c) compound proportion (d) inverse proportion
 تناسب (a) proportion
 مرکب تناسب (b) ratio
 مرکب تناسب (c) compound proportion
 معکوس تناسب (d) inverse proportion

(x) The relation between two or more proportions is called:
 دو یا دو سے زیادہ تناسبوں کے درمیان تعلق کہلاتا ہے:

(a) compound proportion (b) direct proportion (c) proportion (d) inverse proportion
 مرکب تناسب (a) compound proportion
 راست تناسب (b) direct proportion
 تناسب (c) proportion
 معکوس تناسب (d) inverse proportion

(xi) A person who buys life insurance from an insurance company is called:
 دو شخص جو انشورنس کمپنی سے لائف انشورنس کرانے، کہلاتا ہے۔

(a) insured (b) insurer (c) lesser (d) beneficiary
 بیمہ دار (a) insured
 بیمہ کنندہ (b) insurer
 کمتر (c) lesser
 نفع پانے والا (d) beneficiary

(xii) To reduce the price of an article from its market price is called:

- (a) discount
- (b) profit
- (c) period
- (d) insurance

(xiii) The time for which a particular amount is invested in a business is known as:

- (a) profit
- (b) markup rate
- (c) period
- (d) principal amount

(xiv) A business in which two or more persons run the business and they are responsible for the profit and loss is called:

یک کاروبار جس میں دو یا دو سے زیادہ اشخاص مل کر کاروبار کریں اور منافع و نقصان میں شریک ہوں، کہلاتی ہے۔

- (a) profit
- (b) Partnership
- (c) markup
- (d) principal amount

(xv) The cost price of a toy car is Rs. 100. If it is sold at 10% discount then the selling price of the toy car:

کھلونے کی قیمت 100 روپے ہے اگر اسے 10% ڈسکاؤنٹ پر فروخت کیا جاتا ہے تو کھلونے کی فروخت کی قیمت۔

- (a) Rs 90
- (b) Rs 110
- (c) Rs 80
- (d) Rs 120

(xvi) When a person dies, then the assets left by him are called:

- (a) period
- (b) principal amount
- (c) inheritance
- (d) discount

2. Define the following:

(i) Direct proportion

Ans. A relation in which increases/decreases one quantity causes proportional increases/decreases in the other quantity is called direct proportion.

ایسا تعلق جس میں ایک مقدار کے بڑھنے/کم ہونے سے دوسری مقدار اسی نسبت سے بڑھے/کم ہو تو اسے راست تناسب کہتے ہیں۔

(ii) Inverse proportion:

Ans. A relation in which if one quantity increases/decreases then other quantity decreases/increases proportionally, is called inverse proportion.

ایسا تعلق جس میں ایک مقدار کے بڑھنے/کم ہونے سے دوسری مقدار اسی نسبت سے کم ہو/بڑھے، اسے عکس تناسب کہلاتا ہے۔

(iii) Compound proportion:

Ans. The relationship between two or more proportions is known as compound proportion.

دو یا دو سے زیادہ تناسبوں کے درمیان تعلق کو مرکب تناسب کہتے ہیں۔

(iv) Loss percentage:

Ans. Loss percentage is expressed in terms of cost price. To find out the loss percentage, we use following formula.

$$\text{Loss percentage} = \frac{\text{loss}}{\text{cost price}} \times 100$$

نقصان فی صد خرید پر ظاہر کیا جاتا ہے۔ نقصان فی صد معلوم کرنے کے لیے درج ذیل کوئی استعمال کیا جاتا ہے۔

$$\text{نقصان فی صد} = \frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

(v) Discount:

Ans. Discount means to reduce the price of an article from its marked price which is also called list price or regular price. The discount is the amount you saved in buying an article.

بہت کم قیمت پر کسی چیز کی قیمت کو اس کی درجہ قیمت سے کم کرنا جسے قیمت یا قیمت خرید کہتے ہیں۔

(vi) Markup:

Ans. When we borrow money from bank to run a business, the bank in return receives some extra amount along with the actual money given. This extra money which the bank receives is known as markup.

بیموں کی کاروبار چلانے کے لیے بینک سے رقم قرض لینے پر تو بینک اصل رقم کے علاوہ کسی رقم وصول کرتا ہے۔ یہ اضافی رقم جو بینک وصول کرتا ہے، اسے مارک اپ کہتے ہیں۔

(vii) Inheritance:

Ans. When a person dies, then the assets left by him are called inheritance.

بیموں کی شخصیات چھوڑے ہوئے اثاثوں کو وراثت کہتے ہیں۔

(viii) Vehicle insurance:

Ans. Vehicle insurance provides a protection against risks to the vehicle. The amount of policy in this case depends upon the actual value of the vehicle.

گاڑی کی انشورنس گاڑی کے چوری ہونے، حادثات کا نفاذ ہونے کے خطرے کے پیش نظر عیناً ادا کرتی ہے۔ پالیسی کی قیمت کا انحصار گاڑی کی قیمت پر ہوتا ہے۔

(ix) Life insurance:

Ans. Life insurance is an agreement between the policy owner and the insurance company for an agreed time period.

حیات بنیاد ایک معاہدہ ہے جو بیمہ دار اور بیمہ کمپنی کے درمیان ایک متعین مدت کے لیے ہوتا ہے۔

3. Write all subsets of the following sets:

(i) A = {1,2,3,4}

Sol. All the subsets of given set are

{}, {1}, {2}, {3}, {4}, {1,2}, {1,3}, {1,4}, {2,3}, {2,4}, {3,4}, {1,2,3}, {1,2,4}, {1,3,4}, {2,3,4}, {1,2,3,4}

(ii) B = {a,b,c}

Sol. All the subsets of the given set B are:

{}, {a}, {b}, {c}, {a,b}, {a,c}, {b,c}, {a,b,c}

4. Write the power set of the following sets:

(i) C = {2,4,6}

Sol. P(C) = {φ, {2}, {4}, {6}, {2,4}, {2,6}, {4,6}, {2,4,6}}

(ii) D = {+, -, ×, ÷}

Sol. P(D) = {φ, {+}, {-}, {×}, {÷}, {+,-}, {+,×}, {+,-,÷}, {+,-,×}, {+,-,×,÷}, {-,÷}, {×,÷}, {+,-,×}, {+,-,÷}, {+,-,×,÷}, {-,×,÷}, {+,-,×,÷}}

5. If U = {1,2,3,.....,10}, A = {1,3,5,7} and B = {2,4,6,8,10}, then verify (A ∪ B)^c = A^c ∩ B^c

اور A = {1,3,5,7}, U = {1,2,3,.....,10} اور B = {2,4,6,8,10} اور (A ∪ B)^c = A^c ∩ B^c ثابت کریں کہ

Sol. L.H.S = (A ∪ B)^c

$$(A \cup B) = \{1,3,5,7\} \cup \{2,4,6,8,10\} = \{1,2,3,4,5,6,7,8,10\}$$

$$(A \cup B)^c = U - (A \cup B) = \{1,2,3, \dots, 10\} - \{1,2,3,4,5,6,7,8,10\} = \{9\}$$

$$R.H.S = A^c \cap B^c = (U - A) \cap (U - B) = \{1,2,3, \dots, 10\} - \{1,3,5,7\} - \{2,4,6,8,9,10\}$$

$$= \{1,2,3, \dots, 10\} - \{2,4,6,8,9,10\} = \{1,3,5,7,9\}$$

$$A^c \cap B^c = \{2,4,6,8,9,10\} \cap \{1,3,5,7,9\} = \{9\}$$

Thus, from (i) and (ii) we have (A ∪ B)^c = A^c ∩ B^c

6. In a survey of a secondary school students, it was found that 20 students have cars, 15 students have motorbikes, 5 students have both and 3 don't have any of them. How many students are there in the survey?

ایک سینڈری سکول کے طلبہ کے سروے میں یہ بات سامنے آئی کہ 20 طلبہ کے پاس گاڑی اور 15 طلبہ کے پاس موٹر سائیکل ہیں، 5 طلبہ کے پاس دونوں ہیں اور 3 طلبہ کے پاس ان میں سے کوئی نہیں ہے۔ سروے میں کتنے طلبہ ہیں؟

Sol. Let x = Total number of students = n(A ∪ B ∪ C)

A = Students who have cars i.e., n(A) = 20

B = Students who have motorbikes; n(B) = 15

C = Students who don't have any of them i.e., n(C) = 3

Students who like both, i.e., n(A ∩ B) = 5

n(A ∪ B ∪ C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A ∩ B) - n(B ∩ C) - n(A ∩ C) + n(A ∩ B ∩ C)

= 20 + 15 + 3 - 5 - 0 - 0 + 0 = 33 students

7. Mrs. Razia paid her driver Rs. 2500 for 5 days. What amount will she pay him for 10 days? Also draw its graph.

Sol. Let x rupees is paid to the driver.

Ratio of amount :: Ratio of days

$$2500 : x :: 5 : 10$$

$$\text{Product of means} = \text{Product of extremes}$$

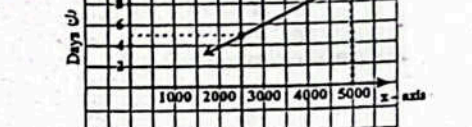
$$x \times 5 = 10 \times 2500$$

$$x = \frac{10 \times 2500}{5}$$

Thus Rs. 5000 will be paid to driver.

اس لیے 5000 روپے ادا کیے جائیں گے۔

Graph



8. If a car needs 20 litres of petrol for a travel of 160 km. Find how much petrol will be required to travel 360 km. Also draw its graph.

Sol. Let x litre petrol is required to travel 360 km.

Ratio in petrol :: Ratio in distance

$$20 : x :: 160 : 360$$

$$\frac{20}{x} = \frac{160}{360}$$

$$160 \times x = 20 \times 360$$

$$x = \frac{20 \times 360}{160}$$

$$x = 45$$

Thus 45 litre petrol is required

Graph



9. If 15 men take 85 days to build a wall, how long would it take for 10 men? Also draw its graph.

Sol. Suppose 10 men take x days to build the wall.

We can see that when the number of men decreases,

the number of days increases.

Thus, 10 men will take 127.5 days to build the wall.

the number of days will be increased. So, it is an inverse proportion.

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ جب آدمیوں کی تعداد کم ہوتی ہے تو دنوں کی تعداد بڑھ جاتی ہے۔
لہذا یہ ایک متعکس تناسب ہے۔

Ratio in men :: Ratio in days

Admiyon mein shabait

15 : 10 :: 85 : x

$$\frac{15}{10} = \frac{x}{85}$$

$$(10)(x) = (85)(15)$$

$$x = \frac{85 \times 15}{10}$$

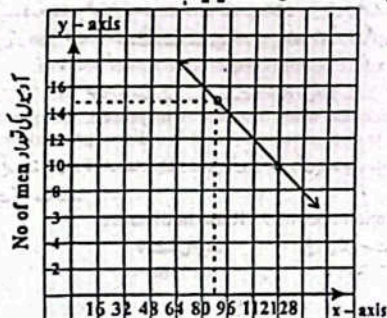
$$x = 127.5 \approx 128 \text{ days}$$

Hence, 10 men will build the wall in 128 days.

یہی 10 آدمی 128 دنوں میں دیوار بنائیں گے۔

The above calculations is represented by using a graph.

درج بالا حسابات گراف کا استعمال کر کے دکھایا گیا ہے۔



No. of Days تعداد دنوں

10. 10 lions can eat 500 kg meat in 10 days. How many lions will eat the same meat in 5 days? Also draw its graph.

10 شیر 500 کلوگرام گوشت 10 دنوں میں کھا سکتے ہیں۔ کتنے شیر وہی گوشت 5 دنوں میں کھا سکیں گے؟ اس کا گراف بھی بنائیں۔

Sol. Suppose x lions eat the meat in 5 days.

فرض کریں کہ x شیروں میں وہی گوشت کھا گئے ہیں۔

We can see that when the number of days decreases, the more number of lions will be required. So, it is an inverse proportion.

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ جب دنوں کی تعداد کم ہوتی ہے تو زیادہ شیروں کی ضرورت پڑے گی، لہذا یہ ایک متعکس تناسب ہے۔

Ratio in days :: Ratio in lions

Days mein shabait

10 : 5 :: 10 : x

$$\frac{10}{5} = \frac{x}{10}$$

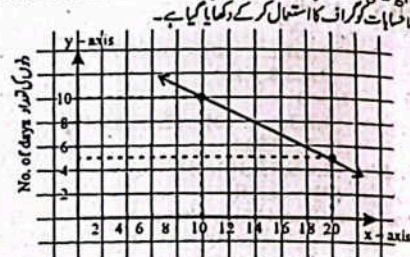
$$(5)(x) = (10)(10)$$

$$x = \frac{10 \times 10}{5}$$

$$x = 20$$

x = 20 lions
Thus 20 lions will eat meat in 5 days.

The above calculations is represented by using a graph.



No. of lions تعداد شیروں

11. A factory can manufacture 200 items in a day using 10 machines. How many items can be manufactured by using 14 machines in 4 days?

ایک فیکٹری 10 مشینیں استعمال کرتے ہوئے 200 اشیاء تیار کر سکتی ہے۔ 14 مشینیں استعمال کرتے ہوئے 4 دنوں میں کتنی اشیاء تیار کی جاسکتی ہیں؟

Sol. As the number of machines increases, the items manufactured also increased. It is a direct proportion.

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ مشینوں کی تعداد بڑھنے سے، تیار کردہ اشیاء کی تعداد بھی بڑھ جاتی ہے۔ یہ ایک راست تناسب ہے۔

Days Machines Items

1 : 10 : 200

4 : 14 : x

$$\Rightarrow \frac{200}{x} = \frac{10}{14} \times \frac{1}{4}$$

$$\frac{x}{200} = \frac{14}{10} \times 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{14 \times 4 \times 200}{10}$$

$$x = 1120 \text{ items}$$

Thus 1120 items can be manufactured in 4 days.

یہی 4 دنوں میں 1120 اشیاء تیار کی جاسکتی ہیں۔

12. 25 labourers can construct 5 rooms in 18 days. In how many days can 10 labourers complete 10 rooms of the same size?

25 مزدوروں کو 5 کمرے 18 دنوں میں تعمیر کر سکتے ہیں۔ 10 مزدور اسی طرح کے 10 کمرے کتنے دنوں میں تعمیر کر سکتے ہیں؟

Sol. As the number of labourers decreases, the number of days increases. It is an inverse proportion.

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ جب دنوں کی تعداد کم ہوتی ہے تو زیادہ مزدوروں کی ضرورت پڑے گی، لہذا یہ ایک متعکس تناسب ہے۔

Labourers Rooms Days

25 : 5 : 18

10 : x : 10

$$\Rightarrow \frac{18}{x} = \frac{5}{10} \times \frac{10}{25}$$

$$\frac{x}{18} = \frac{10}{5} \times \frac{25}{10}$$

$$x = 90$$

قیمت سے اپنی کار کی انشورنس 3 سال کے لیے 3% شرح سے کروائی۔ کار کی قیمت 850,000 روپے ہے۔ اگر کار کی قیمت میں 10% سالانہ موٹروائی کی کل رقم معلوم کریں۔

Sol. Worth of car = Rs. 850000

Rate of annual premium = 3%

Depreciation rate = 10%

Time = 3 years

First Premium = 3% of Rs. 850000

$$= \frac{3}{100} \times 850000 = \text{Rs. } 25500$$

Total amount paid = 25500 + 22950 + 20655

ارائی کی رقم = Rs. 69105

16. Aslam started a business with Rs. 35,000. After 3 months Akram joined the business with Rs. 4000 and after 6 months, Asghar invested Rs. 5000. At the end of the year, they earned profit of Rs. 1620. Find the share of each in the profit.

اسلم نے ایک کاروبار 35000 روپے لگا کر شروع کیا۔ 3 ماہ بعد اکرم 4000 روپے لگا کر کاروبار میں شامل ہوا اور 6 ماہ بعد اسلم نے 5000 روپے لگا کر کاروبار میں لگائے۔ سال کے آخر میں انیس 1620 روپے منافع ہوا۔ ہر ایک کا منافع میں حصہ معلوم کریں۔

Sol. Aslam's investment for 12 months = Rs. 35000

اسلم کی 12 ماہ کے لیے انویسٹمنٹ

Aslam's investment for 1 month = 35000 x 12

روپے = Rs. 420000

Akram's investment for 9 months = Rs. 4000

اکرم کی 9 ماہ کے لیے انویسٹمنٹ

Akram's investment for one month = 4000 x 9

روپے = Rs. 36000

Asghar's investment for 6 months = Rs. 5000

اسگر کی 6 ماہ کے لیے انویسٹمنٹ

Asghar's investment for 1 month = 5000 x 6

روپے = Rs. 30000

The simplest form of investment share ratio

Aslam : Akram : Asghar

420000 : 36000 : 30000

420 : 36 : 36

70 : 6 : 5

Sum of ratio = 70 + 6 + 5 = 81

Aslam's share in profit = $\frac{70}{81} \times 1620$

روپے = Rs. 1400

Akram's share in profit = $\frac{6}{81} \times 1620$

روپے = Rs. 120

Asghar's share in profit = $\frac{5}{81} \times 1620$

روپے = Rs. 100

Aslam's share in profit = Rs. 100

Asghar's share in profit = Rs. 100

$$\Rightarrow x = \frac{1}{10} \times 25 \times 18$$

$$x = 90 \text{ days}$$

Thus 10 labourers complete the rooms in 90 days.

10 مزدور 90 دنوں میں کمرے مکمل کریں گے۔

13. A factory marked price of the articles 25% above the cost price. The cost price of an article is Rs. 5000 and its selling price is Rs. 4500. Find the discount% given to the customer.

ایک فیکٹری اشیاء کی قیمت پر 25% زیادہ مارکیٹ قیمت لگا رہی ہے۔ ایک چیز کی قیمت 5000 روپے ہے اور اس کی قیمت فروخت 4500 روپے ہے۔ گاہک کو دیا گیا ڈسکونٹ فیصد کیا ہے؟

Sol. Cost price = Rs. 5000

Marked Price = 25% of Rs. 5000 + 5000

$$= \frac{25}{100} \times 5000 + 5000$$

$$= \text{Rs. } 1250 + \text{Rs. } 5000$$

$$= \text{Rs. } 6250$$

Selling price = Rs. 4500

Discount = Marked price - selling price

$$= 6250 - 4500$$

$$= \text{Rs. } 1750$$

$$\text{Discount \%} = \frac{\text{Discount}}{\text{Marked Price}} \times 100$$

$$= \frac{1750}{6250} \times 100 = 28\%$$

14. Saeed invests Rs. 12,000 at 8 1/2% per year profit.

How much would the amount be after 2 years and 6 months?

سید سعید 12000 روپے کی رقم 8 1/2% سالانہ شرح سے منافع حاصل کرتا ہے۔ یہ رقم 2 سال 6 ماہ کے بعد کتنی ہو جائے گی؟

Sol. Principal amount = P = Rs. 12000

Rate = R = 8 1/2% = 8.5%

Time = T = 2 years 6 months = 2.5 years

Profit = ?

We know that P = P x R x T

$$= 12000 \times 8.5\% \times 2.5$$

$$= \frac{6}{100} \times 12000 \times \frac{85}{100} \times \frac{5}{2}$$

$$= \text{Rs. } 2550$$

Total amount = 12000 + 2550 = 14550

15. Faheem got his car insured at a rate of 3% for 3 years. The worth of his car is Rs. 850,000. Find the total amount paid as premium if rate of depreciation is 10% per year.

17. Asghar All died leaving assets worth Rs. 655275. Funeral expenses were Rs. 5275. He had to pay Rs. 50,000 as debt. After making these payments, his widow shall get $\frac{1}{8}$ of the remaining property. Find the share of his son and one daughter when share of son is double the share of his daughter.

اسمٹل نے 655275 روپے ترکہ میں چھوڑے۔ جتنی رقم خزانے پر 5275 روپے خرچ ہوئے۔ 50000 روپے بطور قرض ادا کرنا تھا۔ یہ ادا کیا جانے کے بعد اس کی بیوہ کو باقی ترکہ کا $\frac{1}{8}$ حصہ ملے گا۔ اس کے بچے اور ایک بیٹی کا حصہ معلوم کریں جب کہ بچے کو بیٹی سے دو گنا حصہ ملے۔

Sol. Total amount = Rs. 655275
 Amount of debt = Rs. 50000
 Funeral expenses = Rs. 5275
 Total amount paid = 50000 + 5275 = Rs. 55275
 Remaining amount = 655275 - 55275 = Rs. 600000
 Widow's share = $\frac{1}{8} \times 600000$ = Rs. 75000
 Remaining inheritance = 600000 - 75000 = Rs. 525000

اب بیٹوں کی نسبت
 Son : Daughter = 1 : 1
 $1 \times 2 = 2 : 1 \times 1 = 1$
 Sum of ratio = 2 + 1 = 3
 Share of son = $\frac{2}{3} \times 525000$ = 350000 روپے
 Share of daughter = $\frac{1}{3} \times 525000$ = 175000 روپے

OBJECTIVE TYPE QUESTIONS

Multiple Choice Questions (MCQ's) Taken From Previous Term Wise Papers (First Term, Second Term & Annual) of PEC

1. If $A = \{a, d\}$ then power set of A will be: (First Term 23)
 (a) $\phi, \{a\}, \{d\}$ (b) $\phi, \{a\}, \{d\}$
 (c) $\phi, \{a\}, \{d\}, \{a, d\}$ (d) $\{\{a\}, \{d\}, \{a, d\}\}$
2. If $A = \{x, y\}$ then power set of A will be: (First Term 23)
 (a) $\{\{x\}, \{y\}\}$ (b) $\{\{x\}, \{y\}\}$
 (c) $\{\{x\}, \{y\}, \{x, y\}\}$ (d) $\{\{x\}, \{y\}, \{x, y\}\}$

3. If $A = \{1, 2\}$ then power set of A will be: (First Term 23)
 (a) ϕ (b) $P(A) = \{\{1\}, \{2\}\}$
 (c) $P(A) = \{\phi, \{1\}, \{2\}\}$ (d) $P(A) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$

4. If $P(A) = \{\phi, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$, then set A will be: (First Term 23)
 (a) $A = \phi$ (b) $A = \{a\}$ (c) $A = \{b\}$ (d) $A = \{a, b\}$

5. If $A = \{1, 2, 5\}$ and $B = \{2, 4, 6\}$, then $A \cup B$ will be equal to: (First Term 23)
 (a) $\{2\}$ (b) $\{1, 2, 5\}$ (c) $\{2, 4, 6\}$ (d) $\{1, 2, 4, 5, 6\}$

6. If $A = \{1, 2, 3\}$ and $B = \{3, 5, 6\}$, then $A \cup B$ will be equal to: (First Term 23)
 (a) $\{3\}$ (b) $\{1, 2\}$ (c) $\{5, 6\}$ (d) $\{1, 2, 3, 5, 6\}$

7. The property $A \cup B = B \cup A$ is known as:
 (a) De Morgan's law (b) Commutative property
 (c) Associative property (d) Distributive property

8. The set of first five natural numbers is:
 (a) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ (b) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
 (c) $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ (d) $\{2, 4, 6, 8, 1, 0\}$

9. The number of subsets of set $A = \{6, 7, 8\}$ is:
 (a) 2 (b) 3 (c) 6 (d) 8

10. If $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ and $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ then A^c will be:
 (a) $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ (b) $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ (c) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ (d) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

11. If $2 : x :: 5 : 10$, then the value of x will be:
 (a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) 5

12. If $6 : 12 :: x : 4$, then the value of x will be:
 (a) 2 (b) 4 (c) 6 (d) 8

13. If $2 : 5 :: 4 : x$, then the value of x will be:
 (a) 10 (b) 20 (c) 30 (d) 40

14. If $4 : x :: 20 : 60$, then the value of x will be:
 (a) 10 (b) 8 (c) 12 (d) 16

15. The value of m in proportion $5 : m :: m : 125$ is:
 (a) 25 (b) 72 (c) 625 (d) 400

16. If $3 : x :: 15 : 45$ then value of x will be:
 (a) 5 (b) 7 (c) 9 (d) 15

17. If $2 : 5 :: 4 : x$, then the value of x will be:
 (a) 5 (b) 10 (c) 20 (d) 40

18. If $12 : P :: 3 : 6$, then the value of p will be: (First Term 24)
 (a) 3 (b) 6 (c) 12 (d) 24

19. A set can be expressed in ways:
 (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

20. If $A = \{2, 4, 6\}$ then the number of subsets will be:
 (a) 2 (b) 4 (c) 6 (d) 8

21. Kamran bought a car for Rs. 1000000 and sold it for Rs. 945000. His loss percentage is:
 (a) 5.5% (b) 5.8% (c) 9.4% (d) 9.8%

22. Ali bought a computer worth Rs. 50000 and sold it for Rs. 35000. His loss percentage is:
 (a) 30% (b) 40% (c) 50% (d) 70%

23. Asad bought a cycle for Rs. 15000 and sold it for Rs. 13000. His loss percentage will be:
 (a) 0.133% (b) 1.33% (c) 13% (d) 13.33%

24. Akram bought a doll for Rs 2800 and sold it for Rs 3500. His profit percentage will be:
 (a) 10% (b) 20% (c) 25% (d) 30%

25. Fahad borrowed Rs 350000 from a bank at the rate of 14% for 3 years. The amount of markup will be:
 (a) Rs. 49000 (b) Rs. 40900 (c) Rs. 147000 (d) Rs. 140700

26. If Arslan bought an AC for Rs 200000 and sold it for Rs 180000, then his loss percentage will be:
 (a) 10% (b) 15% (c) 20% (d) 25%

27. Price of a toy is Rs 200. If discount on this toy is Rs 60, then percentage discount will be:
 (a) 10% (b) 15% (c) 20% (d) 25%

28. Shaheer bought a motor-cycle for Rs 50000 and sold it for Rs 56000. His profit percentage will be:
 (a) 10% (b) 20% (c) 30% (d) 40%

29. If the marked price of a book is Rs. 400 and discount is Rs. 200, then percentage of discount will be:
 (a) 10% (b) 30% (c) 45% (d) 50%

30. The mark up is denoted by:
 (a) P (b) R (c) I (d) T

Short Answer Questions (CRQ's) Taken From Previous Term Wise Papers (First Term, Second Term & Annual) of PEC

1. (a) If $A = \{1, 2, 5, 8, 10\}$, $B = \{1, 3, 5, 6, 8\}$ and $C = \{2, 3, 4, 5, 8\}$, verify that $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

2. Give short answers.
 (i) If $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 6, 8\}$ and $C = \{2, 3, 4, 5, 8\}$, verify that $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

3. If $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 6, 8\}$ and $C = \{2, 3, 4, 5, 8\}$, verify that $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

4. If $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 6, 8\}$ and $C = \{2, 3, 4, 5, 8\}$, verify that $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

5. If $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 6, 8\}$ and $C = \{2, 3, 4, 5, 8\}$, verify that $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

6. If $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 6, 8\}$ and $C = \{2, 3, 4, 5, 8\}$, verify that $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

7. If $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 6, 8\}$ and $C = \{2, 3, 4, 5, 8\}$, verify that $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

8. If $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 6, 8\}$ and $C = \{2, 3, 4, 5, 8\}$, verify that $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

9. If $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 6, 8\}$ and $C = \{2, 3, 4, 5, 8\}$, verify that $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

10. If $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 6, 8\}$ and $C = \{2, 3, 4, 5, 8\}$, verify that $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

11. If $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 6, 8\}$ and $C = \{2, 3, 4, 5, 8\}$, verify that $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

12. If $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 6, 8\}$ and $C = \{2, 3, 4, 5, 8\}$, verify that $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

13. If $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 6, 8\}$ and $C = \{2, 3, 4, 5, 8\}$, verify that $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A \cap (B \cap C) = \{6\}$ (i)
 $A \cap B = \{1,2,4,5,6\} \cap \{3,4,5,6\}$
 $A \cap B = \{4,5,6\}$
 $(A \cap B) \cap C = \{4,5,6\} \cap \{6,7,8,9,10\}$
 $(A \cap B) \cap C = \{6\}$ (ii)
 By (i) and (ii) hence proved that

L.H.S = R.H.S
 (b) For $A = \{2,4,6,8,10,12\}$ and $B = \{4,8,12,16\}$, the verify commutative law of Intersection. (First Term 23)
 اگر $A = \{2,4,6,8,10,12\}$ اور $B = \{4,8,12,16\}$ کے قانون کے مطابق

Sol. Commutative law of intersection
 $A \cap B = B \cap A$
 $A \cap B = \{2,4,6,8,10,12\} \cap \{4,8,12,16\}$
 $A \cap B = \{4,8,12\}$ (i)
 $B \cap A = \{4,8,12,16\} \cap \{2,4,6,8,10,12\}$
 $B \cap A = \{4,8,12\}$ (ii)

From (i) and (ii) $A \cap B = B \cap A$
 3(a) If $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{3,4,6,7\}$ and $C = \{1,2,6,7,8\}$, then verify that: $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ (First Term 24)
 اگر $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{3,4,6,7\}$ اور $C = \{1,2,6,7,8\}$ کی تصدیق کریں۔

Sol. L.H.S = $(A \cap B) \cap C$
 $(A \cap B) = \{1,2,3,4\} \cap \{3,4,6,7\}$
 $= \{3,4\}$
 $(A \cap B) \cap C = \{3,4\} \cap \{1,2,6,7,8\}$
 $= \phi$
 R.H.S = $A \cap (B \cap C)$
 $(B \cap C) = \{3,4,6,7\} \cap \{1,2,6,7,8\}$
 $= \{6,7\}$
 $A \cap (B \cap C) = \{1,2,3,4\} \cap \{6,7\}$
 $= \phi$
 L.H.S = R.H.S

(b) Find the value of unknown $x : x :: 4 : 6$ (First Term 24)
 نامعلوم کی قیمت معلوم کریں: $x :: 4 : 6$
 Sol. $12 : x :: 4 : 6$
 Product of mean = product of extreme
 $4 \times x = 12 \times 6$
 $4x = 72 \Rightarrow x = \frac{72}{4}$
 $x = 18$

4(a). Verify: $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$, if $U = \{1,2,3, \dots, 10\}$, $A = \{2,4,6,8\}$, $B = \{1,2,6,7,8,9,10\}$ (First Term 23)
 اگر $U = \{1,2,3, \dots, 10\}$ اور $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$ کی تصدیق کریں۔
 اور $B = \{1,2,6,7,8,9,10\}$

Sol. L.H.S = $(A \cup B)^C$
 $(A \cup B) = \{2,4,6,8\} \cup \{1,2,6,7,8,9,10\}$
 $(A \cup B) = \{1,2,4,6,7,8,9,10\}$
 $(A \cup B)^C = U - (A \cup B)$
 $(A \cup B)^C = \{1,2,3, \dots, 10\} - \{1,2,4,6,7,8,9,10\}$
 $(A \cup B)^C = \{3,5\}$

R.H.S = $A^C \cap B^C$
 $A^C = U - A = \{1,2,3, \dots, 10\} - \{2,4,6,8\}$
 $A^C = \{1,3,5,7,9,10\}$
 $B^C = U - B$
 $B^C = \{1,2,3, \dots, 10\} - \{1,2,6,7,8,9,10\}$
 $B^C = \{3,4,5\}$
 $A^C \cap B^C = \{1,3,5,7,9,10\} \cap \{3,4,5\}$
 $A^C \cap B^C = \{3,5\}$
 L.H.S = R.H.S

(b) Aleem bought a motorcycle for Rs 80000 and sold it for Rs 90000. Find his profit percentage. (First Term 14)

Sol. Cost price (C.P) = Rs 80000
 Selling Price (S.P) = Rs 90000
 Profit = S.P - C.P
 $= 90000 - 80000$
 $= Rs 10000$

Profit % = $\frac{\text{Profit}}{\text{C.P}} \times 100$
 $= \frac{10000}{80000} \times 100$

Profit % = $\frac{1}{8} \times 100$
 Profit % = 12.5%

5 (a) The marked price of a water bottle is Rs 1900. The selling price of the bottle is Rs 1729. Find the percentage discount on water bottle. (First Term 14)

Sol. Marked price = Rs. 1900
 Selling price = 1729
 Discount = 1900 - 1729
 = Rs. 171

Discount percentage = $\frac{\text{Discount}}{\text{Marked price}} \times 100$
 $= \frac{171}{1900} \times 100$
 $= 9\%$

(b) Find the value of unknown $x : 5 :: 150 : 50$. (First Term 14)

Sol. $x : 5 :: 150 : 50$
 Product of mean = product of extreme
 $150 \times 5 = 50 \times x$
 $\frac{150 \times 5}{50} = x$
 $x = 3 \times 5$
 $x = 15$

6 (a) Ahmad bought a car for Rs. 600,000 and sold it for Rs. 660,000. Find his profit percentage. (First Term 23)

Sol. Cost Price (C.P) = Rs. 600,000
 Selling Price (S.P) = Rs. 660,000
 Profit = S.P - C.P
 $= 660,000 - 600,000$
 $= 60,000$

Profit % = $\frac{\text{Profit}}{\text{C.P}} \times 100\%$
 $= \frac{60,000}{600,000} \times 100$
 Profit % = 10%

(b) Wasem insured his life for Rs. 900000. Find annual premium at 4% of the policy amount, while the rate of policy fee is 0.2%. (First Term 23)

Sol. Policy amount = Rs. 900000
 Policy fee 0.2% = $900000 \times 0.2\%$
 $= 900000 \times \frac{2}{100} \times \frac{1}{10}$
 $= Rs. 1800$

First premium 4% = $900000 \times 4\%$
 $= 900000 \times \frac{4}{100}$
 $= Rs. 36000$

Annual premium = First premium + Policy fee
 $= 36000 + 1800$
 $= Rs. 37800$

7 (a) If $U = \{a,b,c,d,e\}$, $A = \{a,c,e\}$ and $B = \{c,d,e\}$, then prove that $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$. (First Term 23)

Sol. L.H.S = $(A \cap B)^C$
 $(A \cap B) = \{a,c,e\} \cap \{c,d,e\}$
 $= \{c,e\}$
 $(A \cap B)^C = U - (A \cap B)$
 $= \{a,b,d\} - \{c,e\}$
 $= \{a,b,d\}$ (i)

R.H.S = $A^C \cup B^C$
 $A^C = U - A$
 $= \{a,b,c,d,e\} - \{a,c,e\}$
 $= \{b,d\}$
 $B^C = U - B$
 $= \{a,b,c,d,e\} - \{c,d,e\}$
 $= \{a,b\}$
 $A^C \cup B^C = \{b,d\} \cup \{a,b\}$
 $= \{a,b,d\}$ (ii)

Thus, from (i) and (ii) we have $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$
 $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$ (ii) اور (i)

(b) Hameed bought a piece of land in Rs. 600000 and sold it in Rs. 450000. Find his loss percentage. (First Term 23)

Sol. Cost Price = Rs. 600000
 Sale Price = Rs. 450000
 Loss = Cost Price - Sale Price
 $= 600000 - 450000$
 $= Rs. 150000$

Loss Percentage = $\frac{\text{Loss}}{\text{Cost Price}} \times 100\%$
 $= \frac{150000}{600000} \times 100$
 $= \frac{15}{60} \times 100$
 $= 25\%$

8 (a) If $X = \{5,6,7,8,9,10,11\}$, $Y = \{4,6,8,10,12\}$ and $Z = \{2,3,4,6,8,10\}$, then verify the distributive law of intersection over union. (First Term 23)

Sol. Distributive law of intersection over union
 $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup (X \cap Z)$
 L.H.S = $X \cap (Y \cup Z)$
 $Y \cup Z = \{4,6,8,10,12\} \cup \{2,3,4,6,8,10\}$
 $Y \cup Z = \{2,3,4,6,8,10,12\}$
 $X \cap (Y \cup Z) = \{5,6,7,8,9,10,11\} \cap \{2,3,4,6,8,10,12\}$
 $X \cap (Y \cup Z) = \{6,8,10\}$
 R.H.S = $(X \cap Y) \cup (X \cap Z)$
 $X \cap Y = \{5,6,7,8,9,10,11\} \cap \{4,6,8,10,12\}$
 $X \cap Y = \{6,8,10\}$
 $X \cap Z = \{5,6,7,8,9,10,11\} \cap \{2,3,4,6,8,10\}$
 $X \cap Z = \{6,8,10\}$
 $(X \cap Y) \cup (X \cap Z) = \{6,8,10\} \cup \{6,8,10\}$
 $(X \cap Y) \cup (X \cap Z) = \{6,8,10\}$

Hence proved

(b) Abdul Majed borrowed Rs. 56000 from bank at the rate of 4% yearly for 3 years. Find the markup of the bank. (First Term 23)

Sol. Principal (P) = Rs. 54000
 Rate (R) = 4%
 Time (T) = 3 years
 Markup = $P \times R \times T$
 $= 56000 \times 4\% \times 3$
 $= 56000 \times \frac{4}{100} \times 3$
 $= Rs. 6720$

Domain 2

Algebra الجبر

Sub-Domain (i):

Number Sequence and Patterns عددی سلسلے اور نمونے

Try yourself! خود آزمائی

$\frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{5}, \frac{4}{6}, \frac{5}{7}, \dots$

What will be the next term in this pattern?

اس نمونے میں اگلی رقم کون سی ہوگی؟

Look at the numerators and denominators in the pattern.

نمبروں اور مقاموں کے ساتھ نمونے کی رقم کو دیکھیں۔

1, 2, 3, 4, 5, ... اور 3, 4, 5, 6, 7, ...

In the above sequence, the numbers are arranged in an order i.e., every next number is obtained by adding 1 to the previous term.

اوپر دی گئی ترتیب میں، اعداد ایک خاص ترتیب سے رکھے گئے ہیں۔ یعنی اگلا عدد پہلے عدد

سے 1 جمع کر کے حاصل ہوتا ہے۔

$\frac{1}{1} + 1, \frac{2}{1} + 1, \frac{3}{1} + 1, \frac{4}{1} + 1, \frac{5}{1} + 1, \frac{6}{1} + 1, \frac{7}{1} + 1, \frac{8}{1} + 1$

So, the next term in the given sequence will be $\frac{6}{8}$.

اس لیے اگلی ترتیب میں اگلی رقم $\frac{6}{8}$ ہوگی۔

What would be the 100th term? 100 ویں رقم کون سی ہوگی؟

The 100th term will be $\frac{100}{102}$.

Solved Exercise 2.1 حل شدہ مشق 2.1

Identify each number pattern and complete the sequence:

ہر عددی نمونے کی پہچان کریں اور ترتیب مکمل کریں۔

1. 28, 24, 20, 16, _____

Sol. 28, 24, 20, 16, _____

$-4, -4, -4, -4, -4$

In the above sequence, the numbers are arranged in an order, i.e.; every next number is obtained by subtracting 4 from previous term.

اوپر دیے گئے سلسلے میں اعداد ایک خاص ترتیب میں ہیں یعنی ہر اگلا عدد پہلے عدد سے 4

تفریق کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔

So, 5th term = 16 - 4 = 12

6th term = 12 - 4 = 8

Hence 28, 24, 20, 16, 12, 8

2. 1, 2, 4, 7, _____, 22

Sol. 1, 2, 4, 7, _____, 22

$+1, +2, +3, +4, +5, +6$

Here the difference between 1st and 2nd term is 1, i.e.; 2 - 1 = 1 and 1 added continuously in the next difference. Similarly,

یہاں پہلی اور دوسری رقم کا فرق 1 ہے، یعنی 2 - 1 = 1 اور اسے لگاتار فرق میں مسلسل جمع کیا جا رہا ہے۔

4 - 2 = 2

7 - 4 = 3

So, 5th term = 7 + 4 = 11

6th term = 11 + 5 = 16

7th term = 16 + 6 = 22

Hence 1, 2, 4, 7, 11, 16, 22

3. 77, 66, 55, _____, 33, 22, _____

Sol. 77, 66, 55, _____, 33, 22, _____

$-11, -11, -11, -11, -11, -11$

In above sequence, the numbers are arranged in an order, i.e.; every next number is obtained by subtracting 11 from the previous term.

اوپر دیے گئے سلسلے میں، اعداد ایک ترتیب میں رکھے گئے ہیں، یعنی ہر اگلا عدد پہلے عدد سے 11

تفریق کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔

So, 4th term = 55 - 11 = 44

5th term = 44 - 11 = 33

6th term = 33 - 11 = 22

7th term = 22 - 11 = 11

Hence 77, 66, 55, 44, 33, 22, 11

4. 50, 100, 150, _____, 250, _____, 350, _____

Sol. 50, 100, 150, _____, 250, _____, 350, _____

$+50, +50, +50, +50, +50, +50$

In above sequence, the numbers are arranged in an order, i.e.; every next number is obtained by adding 50 to the previous term.

اوپر دیے گئے سلسلے میں اعداد ایک ترتیب سے رکھے گئے ہیں یعنی ہر اگلا عدد پہلے عدد سے 50

جمع کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔

So, 4th term = 150 + 50 = 200

5th term = 200 + 50 = 250

6th term = 250 + 50 = 300

7th term = 300 + 50 = 350

8th term = 350 + 50 = 400

Hence 50, 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400

5. _____, 243, 81, 27, _____, 3

Sol. _____, 243, 81, 27, _____, 3

$+3, +3, +3, +3, +3, +3$

In the above sequence, the numbers are arranged in an order i.e.; every next number is obtained by dividing 3 to the previous term.

اوپر دیے گئے سلسلے میں اعداد ایک ترتیب سے رکھے گئے ہیں یعنی ہر اگلا عدد پہلے عدد کو 3

تفریق کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔

To find the 1st and 2nd term, we will reverse the process, i.e.; multiply 3rd term by 3 and 2nd term by 3. پہلی اور دوسری رقم معلوم کرنے کے لیے ہم 3rd اور 2nd رقم کو 3 سے ضرب دیں اور پہلی اور دوسری رقم کو 3 سے ضرب دیں۔

So, 2nd term = 243 × 3 = 729

1st term = 729 × 3 = 2187

Now, 3rd term = 729 + 3 = 243

4th term = 243 + 3 = 81

5th term = 81 + 3 = 27

6th term = 27 + 3 = 9

7th term = 9 + 3 = 3

Hence 2187, 729, 243, 81, 27, 9, 3

6. _____, 11, 17, 24, _____, 41, 51

Sol. _____, 11, 17, 24, _____, 41, 51

$+4, +5, +6, +7, +8, +9, +10$

Here the difference between 3rd and 4th term is 6 i.e.; 11 + 6 = 17 and 17 + 6 = 23

یہاں تیسری اور چوتھی رقم کے درمیان فرق 6 ہے یعنی 11 + 6 = 17 اور 17 + 6 = 23

Similarly 17 + 7 = 24

To find the 1st and 2nd term, we will reverse the process i.e.; subtract 5 from 3rd term and subtract 4 from 2nd term.

پہلی اور دوسری رقم معلوم کرنے کے لیے ہم 3rd اور 2nd رقم کو 5 اور 4 سے تفریق کریں۔

2nd term = 11 - 5 = 6

1st term = 6 - 4 = 2

Now, 3rd term = 6 + 5 = 11

4th term = 11 + 6 = 17

5th term = 17 + 7 = 24

6th term = 24 + 8 = 32

7th term = 32 + 9 = 41

8th term = 41 + 10 = 51

Hence 2, 6, 11, 17, 24, 32, 41, 51

Try yourself! خود آزمائی

Can we find 200th term of the given sequence?

کیا آپ دے دیے گئے سلسلے کی 200 ویں رقم معلوم کر سکتے ہیں؟

Sol. 2, 6, 10, 14, ...

Here $a_1 = 2$

$d = 6 - 2 = 4$

We know that $a_n = a_1 + (n - 1)d$

Putting $a_1 = 2, d = 4, n = 200$ we get
 $a_{200} = 2 + (200 - 1)4$
 $= 2 + (199)4$
 $= 2 + 796 = 798$

So, 200th term of the given arithmetic sequence is 798.

Solved Exercise 2.2 حل شدہ مشق 2.2

1. State whether the following sequences are arithmetic or not. If a sequence is arithmetic, then find the common difference.

(i) 7, 10, 13, 16, ...

Sol. $10 - 7 = 3$

$13 - 10 = 3$

$16 - 13 = 3$

As the difference is common in the given sequence, it is an arithmetic sequence and common difference is 3.

(ii) 3, -2, -7, -12, ...

Sol. $-2 - 3 = -5$

$-7 - (-2) = -5$

$-12 - (-7) = -5$

As the difference is common in the given sequence, it is an arithmetic sequence and common difference is -5.

(iii) 1, 4, 9, 15, ...

Sol. $4 - 1 = 3$

$9 - 4 = 5$

$15 - 9 = 6$

As the difference is not common, so given sequence is not an arithmetic sequence.

(iv) 5, 5, 5, 5, ...

Sol. $5 - 5 = 0$

As the difference is common in the given sequence, so it is an arithmetic sequence and common difference is 0.

2. The nth terms of the arithmetic sequences are given. Find the arithmetic sequence in each.

(i) $a_n = 4n - 3$

Sol. Put $n = 1$

$a_1 = 4(1) - 3 = 4 - 3 = 1$

Put $n = 2$

$a_2 = 4(2) - 3 = 8 - 3 = 5$

Put $n = 3$

$a_3 = 4(3) - 3 = 12 - 3 = 9$

Hence the required arithmetic sequence is 1, 5, 9, ...

یہ سلسلہ 1, 5, 9, ... ہے۔

(ii) $a_n = 2n - 5$

Sol. Given that دیا گیا سوار

$a_n = 2n - 5$
 Put $n = 1$ دے کر $n = 1$ کے لئے
 $a_1 = 2(1) - 5 = 2 - 5 = -3$
 Put $n = 2$ دے کر $n = 2$ کے لئے
 $a_2 = 2(2) - 5 = 4 - 5 = -1$
 Put $n = 3$ دے کر $n = 3$ کے لئے
 $a_3 = 2(3) - 5 = 6 - 5 = 1$

Hence the required arithmetic sequence is $-3, -1, 1, \dots$
 یہیں مطلوبہ جیٹری سلسلہ $-3, -1, 1, \dots$ ہے۔

(iii) $a_n = n + 2$

Sol. Given that دیا گیا سوار

$a_n = n + 2$
 Put $n = 1$ دے کر $n = 1$ کے لئے
 $a_1 = 1 + 2 = 3$
 Put $n = 2$ دے کر $n = 2$ کے لئے
 $a_2 = 2 + 2 = 4$
 Put $n = 3$ دے کر $n = 3$ کے لئے
 $a_3 = 3 + 2 = 5$

Hence the required arithmetic sequence is $3, 4, 5, \dots$
 یہیں مطلوبہ جیٹری سلسلہ $3, 4, 5, \dots$ ہے۔

(iv) $a_n = 3n - 1$

Sol. Given that دیا گیا سوار

$a_n = 3n - 1$
 Put $n = 1$ دے کر $n = 1$ کے لئے
 $a_1 = 3(1) - 1 = 3 - 1 = 2$
 Put $n = 2$ دے کر $n = 2$ کے لئے
 $a_2 = 3(2) - 1 = 6 - 1 = 5$
 Put $n = 3$ دے کر $n = 3$ کے لئے
 $a_3 = 3(3) - 1 = 9 - 1 = 8$

Hence the required arithmetic sequence is $2, 5, 8, \dots$
 یہیں مطلوبہ جیٹری سلسلہ $2, 5, 8, \dots$ ہے۔

3. Find the general term of the following arithmetic sequences: دے کر جیٹری سلسلوں کی جیٹری سلسلہ معلوم کریں۔

(i) $6, 13, 20, 27, \dots$

Sol. Here یہاں $a_1 = 6, d = 13 - 6 = 7$

We know that ہم جانتے ہیں کہ
 $a_n = a_1 + (n - 1)d$
 Putting $a_1 = 6, d = 7$, we get
 $a_n = 6 + (n - 1)(7)$
 $a_n = 6 + 7n - 7$
 $a_n = 7n - 1$

Thus the general term of the given arithmetic sequence is $7n - 1$.

(ii) $5, 7, 9, 11, \dots$

Sol. Here یہاں $a_1 = 5, d = 7 - 5 = 2$

We know that ہم جانتے ہیں کہ
 $a_n = a_1 + (n - 1)d$
 Putting $a_1 = 5, d = 2$, we get
 $a_n = 5 + (n - 1)(2)$
 $a_n = 5 + 2n - 2$
 $a_n = 2n + 3$

Hence the required arithmetic sequence is $5, 7, 9, 11, \dots$
 یہیں مطلوبہ جیٹری سلسلہ $5, 7, 9, 11, \dots$ ہے۔

$a_n = 5 + (n - 1)(2)$
 $a_n = 5 + 2n - 2$
 $a_n = 2n + 3$

Thus the general term of the given arithmetic sequence is $2n + 3$.

(iii) $4, 9, 14, 19, \dots$

Sol. Here یہاں $a_1 = 4, d = 9 - 4 = 5$

We know that ہم جانتے ہیں کہ
 $a_n = a_1 + (n - 1)d$
 Putting $a_1 = 4, d = 5$, we get
 $a_n = 4 + (n - 1)(5)$
 $a_n = 4 + 5n - 5$
 $a_n = 5n - 1$

Thus the general term of the given arithmetic sequence is $5n - 1$.

(iv) $2, 12, 22, \dots$

Sol. Here یہاں $a_1 = 2, d = 12 - 2 = 10$

We know that ہم جانتے ہیں کہ
 $a_n = a_1 + (n - 1)d$
 Putting $a_1 = 2, d = 10$, we get
 $a_n = 2 + (n - 1)(10)$
 $a_n = 2 + 10n - 10$
 $a_n = 10n - 8$

Thus the general term of the given arithmetic sequence is $10n - 8$.

4. Which term of the arithmetic sequence $1, 4, 7, \dots$ is 91?

Sol. Here یہاں $a_1 = 1, d = 4 - 1 = 3, a_n = 91$

Using $a_n = a_1 + (n - 1)d$ کے لئے استعمال کرنے سے
 $91 = 1 + (n - 1)(3)$ ($a_n = 91, a_1 = 1, d = 3$)
 $91 = 1 + 3n - 3$
 $91 = -2 + 3n$
 $91 + 2 = 3n$
 $93 = 3n \Rightarrow n = 31$

Hence 91 is the 31st term of the arithmetic sequence.

5. Which term of the arithmetic sequence $2, 5, 8, \dots$ is 62?

Sol. Here یہاں $a_1 = 2, d = 5 - 2 = 3, a_n = 62$

Using $a_n = a_1 + (n - 1)d$ کے لئے استعمال کرنے سے
 $62 = 2 + (n - 1)(3)$ ($a_n = 62, a_1 = 2, d = 3$)
 $62 = 2 + 3n - 3$
 $62 = -1 + 3n$
 $62 + 1 = 3n$
 $63 = 3n \Rightarrow n = 21$

Hence 62 is the 21st term of the arithmetic sequence.

6. Find the next two terms by term to term rule of arithmetic sequence.

(i) $2, 8, 14, \dots$
 Sol. This is an arithmetic sequence and common difference is 6. So, we can find the next term by adding 6 to the previous term.
 یہاں سلسلہ $2, 8, 14, \dots$ ہے اور مشترک فرق 6 ہے۔ لہذا ہم اگلی دو جیٹری سلسلہ 20 اور 26 کے لئے معلوم کر سکتے ہیں۔
 i.e; $a_4 = a_3 + d = 14 + 6 = 20$
 $a_5 = a_4 + d = 20 + 6 = 26$

(ii) $1, 5, 9, \dots$
 Sol. This is an arithmetic sequence and common difference is 4. So, we can find the next term by adding 4 in previous term.
 یہاں سلسلہ $1, 5, 9, \dots$ ہے اور مشترک فرق 4 ہے۔ لہذا ہم اگلی دو جیٹری سلسلہ 13 اور 17 کے لئے معلوم کر سکتے ہیں۔
 i.e; $a_4 = a_3 + d = 9 + 4 = 13$
 $a_5 = a_4 + d = 13 + 4 = 17$

6. Find the next two terms by term to term rule of arithmetic sequence.

(i) $2, 8, 14, \dots$
 Sol. This is an arithmetic sequence and common difference is 6. So, we can find the next term by adding 6 to the previous term.
 یہاں سلسلہ $2, 8, 14, \dots$ ہے اور مشترک فرق 6 ہے۔ لہذا ہم اگلی دو جیٹری سلسلہ 20 اور 26 کے لئے معلوم کر سکتے ہیں۔
 i.e; $a_4 = a_3 + d = 14 + 6 = 20$
 $a_5 = a_4 + d = 20 + 6 = 26$

(ii) $1, 5, 9, \dots$
 Sol. This is an arithmetic sequence and common difference is 4. So, we can find the next term by adding 4 in previous term.
 یہاں سلسلہ $1, 5, 9, \dots$ ہے اور مشترک فرق 4 ہے۔ لہذا ہم اگلی دو جیٹری سلسلہ 13 اور 17 کے لئے معلوم کر سکتے ہیں۔
 i.e; $a_4 = a_3 + d = 9 + 4 = 13$
 $a_5 = a_4 + d = 13 + 4 = 17$

7. Find the indicated term of the arithmetic sequence by position to terms rule.

(i) $15, 21, 27, 33, \dots$

Position	6 Times table کا پانچواں	Terms رقم
1	6	$6 + 9 = 15$
2	12	$12 + 9 = 21$
3	18	$18 + 9 = 27$
4	24	$24 + 9 = 33$

Rule: Multiply the position by 6 then add 9.
 ذرا: پوزیشن کو 6 سے ضرب دیں اور پھر 9 جمع کریں۔

So, $a_{11} = 13 \times 6 + 9 = 78 + 9 = 87$ لہذا

(ii) $2, 9, 16, 23, \dots$

Position	7 Times table کا پانچواں	Terms رقم
1	7	$7 - 5 = 2$
2	14	$14 - 5 = 9$
3	21	$21 - 5 = 16$
4	28	$28 - 5 = 23$

Rule: Multiply the position by 7, then subtract 5.
 ذرا: پوزیشن کو 7 سے ضرب دیں اور پھر 5 گھٹائیں کریں۔

So, $a_{11} = 41 \times 7 - 5 = 287 - 5 = 282$ لہذا

8. Find the indicated term of the arithmetic sequence.

(i) $a = 5, d = 3, a_n = ?$

Sol. Given that دیا گیا سوار
 $a = 5, d = 3, n = 6$
 We know that ہم جانتے ہیں کہ
 $a_n = a_1 + (n - 1)d$
 Putting $a_1 = 5, d = 3, n = 6$

Hence the required arithmetic sequence is $5, 8, 11, 14, 17, 20, \dots$
 یہیں مطلوبہ جیٹری سلسلہ $5, 8, 11, 14, 17, 20, \dots$ ہے۔

(ii) $a = 12, d = 2, a_n = ?$

Sol. Given that دیا گیا سوار
 $a = 12, d = 2, n = 5$
 We know that ہم جانتے ہیں کہ
 $a_n = a_1 + (n - 1)d$
 Putting $a_1 = 12, d = 2, n = 5$

Hence the required arithmetic sequence is $12, 14, 16, 18, 20, \dots$
 یہیں مطلوبہ جیٹری سلسلہ $12, 14, 16, 18, 20, \dots$ ہے۔

(iii) $a = 5, d = 5, a_{10} = ?$

Sol. Given that دیا گیا سوار
 $a = 5, d = 5, n = 10$
 We know that ہم جانتے ہیں کہ
 $a_n = a_1 + (n - 1)d$
 Putting $a_1 = 5, d = 5, n = 10$

Hence the required arithmetic sequence is $5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, \dots$
 یہیں مطلوبہ جیٹری سلسلہ $5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, \dots$ ہے۔

(iv) $a = 9, d = 3, a_{15} = ?$

Sol. Given that دیا گیا سوار
 $a = 9, d = 3, n = 15$
 We know that ہم جانتے ہیں کہ
 $a_n = a_1 + (n - 1)d$
 Putting $a_1 = 9, d = 3, n = 15$

Hence the required arithmetic sequence is $9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, \dots$
 یہیں مطلوبہ جیٹری سلسلہ $9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, \dots$ ہے۔

$a_n = 5 + (6 - 1)(3)$
 $a_n = 5 + (5)(3)$
 $a_n = 5 + 15$
 $a_n = 20$

(ii) $a = 12, d = 2, a_n = ?$

Sol. Given that دیا گیا سوار
 $a = 12, d = 2, n = 5$
 We know that ہم جانتے ہیں کہ
 $a_n = a_1 + (n - 1)d$
 Putting $a_1 = 12, d = 2, n = 5$

Hence the required arithmetic sequence is $12, 14, 16, 18, 20, \dots$
 یہیں مطلوبہ جیٹری سلسلہ $12, 14, 16, 18, 20, \dots$ ہے۔

(iii) $a = 5, d = 5, a_{10} = ?$

Sol. Given that دیا گیا سوار
 $a = 5, d = 5, n = 10$
 We know that ہم جانتے ہیں کہ
 $a_n = a_1 + (n - 1)d$
 Putting $a_1 = 5, d = 5, n = 10$

Hence the required arithmetic sequence is $5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, \dots$
 یہیں مطلوبہ جیٹری سلسلہ $5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, \dots$ ہے۔

(iv) $a = 9, d = 3, a_{15} = ?$

Sol. Given that دیا گیا سوار
 $a = 9, d = 3, n = 15$
 We know that ہم جانتے ہیں کہ
 $a_n = a_1 + (n - 1)d$
 Putting $a_1 = 9, d = 3, n = 15$

Hence the required arithmetic sequence is $9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, \dots$
 یہیں مطلوبہ جیٹری سلسلہ $9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, \dots$ ہے۔

(v) $a = 1, d = 1, a_{10} = ?$

Sol. Given that دیا گیا سوار
 $a = 1, d = 1, n = 10$
 We know that ہم جانتے ہیں کہ
 $a_n = a_1 + (n - 1)d$
 Putting $a_1 = 1, d = 1, n = 10$

Hence the required arithmetic sequence is $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots$
 یہیں مطلوبہ جیٹری سلسلہ $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots$ ہے۔

(vi) $a = 2, d = 2, a_{10} = ?$

Sol. Given that دیا گیا سوار
 $a = 2, d = 2, n = 10$
 We know that ہم جانتے ہیں کہ
 $a_n = a_1 + (n - 1)d$
 Putting $a_1 = 2, d = 2, n = 10$

Hence the required arithmetic sequence is $2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, \dots$
 یہیں مطلوبہ جیٹری سلسلہ $2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, \dots$ ہے۔

Solved Exercise 2.3

1. Which of the following sequences are geometric? If a sequence is geometric, then find the common ratio.

(i) $1, 2, 3, 4, \dots$

Sol. $\frac{2}{1} = 2$
 $\frac{3}{2} = 1.5$
 $\frac{4}{3} = 1.33$

As the ratio is not same, so the given sequence is not geometric.

(ii) $1, 2, 3, 4, \dots$

Sol. $\frac{2}{1} = 2$
 $\frac{3}{2} = 1.5$
 $\frac{4}{3} = 1.33$

As the ratio is not same, so the given sequence is not geometric.

(iii) $1, 2, 3, 4, \dots$

Sol. $\frac{2}{1} = 2$
 $\frac{3}{2} = 1.5$
 $\frac{4}{3} = 1.33$

(ii) 10, 100, 1000, ...

Sol. $\frac{100}{10} = 10$

$\frac{1000}{100} = 10$

As the ratio is same, so the given sequence is geometric and common ratio is 10.

چونکہ نسبت ایک جیسی ہے، لہذا دیا گیا سلسلہ ضربی ہے اور مشترک نسبت 10 ہے۔

(iii) 2, 4, 8, ...

Sol. $\frac{4}{2} = 2$

$\frac{8}{4} = 2$

As the ratio is same, so the given sequence is geometric and common ratio is 2.

چونکہ نسبت ایک جیسی ہے، لہذا دیا گیا سلسلہ ضربی ہے اور مشترک نسبت 2 ہے۔

(iv) 16, 8, 4, ...

Sol. $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

As the ratio is same, so given sequence is geometric and common ratio is $\frac{1}{2}$.

چونکہ نسبت ایک جیسی ہے، لہذا دیا گیا سلسلہ ضربی ہے اور مشترک نسبت $\frac{1}{2}$ ہے۔

(v) 6, 18, 24, ...

Sol. $\frac{18}{6} = 3$

$\frac{24}{18} = \frac{4}{3}$

As ratio is not common, so given sequence is not geometric.

چونکہ نسبت ایک جیسی نہیں ہے، لہذا دیا گیا سلسلہ ضربی نہیں ہے۔

(vi) 1, 1, 0, 1, ...

Sol. $\frac{1}{1} = 1$

$\frac{0}{1} = 0$

$\frac{1}{0} = \infty$

As ratio is not common, so given sequence is not geometric.

چونکہ نسبت ایک جیسی نہیں ہے، لہذا دیا گیا سلسلہ ضربی نہیں ہے۔

2. Find the general term of the following geometric sequences.

دیے گئے ضربی سلسلوں کی جنرل رقم معلوم کریں۔

(i) 1, 4, 16, 64, ...

Sol. Here یہاں

$a_1 = 1, r = \frac{4}{1} = 4$

We know that ہم جانتے ہیں کہ

$a_n = a_1 r^{n-1}$

Putting $a_1 = 1, r = 4$, we get $r = 4, a_1 = 1$ سے

$a_n = (1)(4)^{n-1}$

$a_n = 4^{n-1}$

Thus the general term of given geometric sequence is 4^{n-1} .

(ii) 6, 12, 24, 48, ...

Sol. Here یہاں $a_1 = 6, r = \frac{12}{6} = 2$.

We know that ہم جانتے ہیں کہ

$a_n = a_1 r^{n-1}$

Putting $a_1 = 6, r = 2$ سے $r = 2, a_1 = 6$

$a_n = (6)(2)^{n-1}$

$a_n = 6(2)^{n-1}$

Thus, the general term of given geometric sequence is $6(2)^{n-1}$.

(iii) 15, 45, 135, ...

Sol. Here یہاں

$a_1 = 15, r = \frac{45}{15} = 3$

We know that ہم جانتے ہیں کہ

$a_n = a_1 r^{n-1}$

Putting $a_1 = 15, r = 3$ سے $r = 3, a_1 = 15$

$a_n = (15)(3)^{n-1}$

$a_n = 15(3)^{n-1}$

Thus the general term of given geometric sequence is $15(3)^{n-1}$.

(iv) 200, 100, 50, 25, ...

Sol. Here یہاں

$a_1 = 200, r = \frac{100}{200} = \frac{1}{2}$

We know that ہم جانتے ہیں کہ

$a_n = a_1 r^{n-1}$

Putting $a_1 = 200, r = \frac{1}{2}$ سے $r = \frac{1}{2}, a_1 = 200$

$a_n = (200) \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

$a_n = 200 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

Thus, the general term of given geometric sequence is $200 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

3. Find the first four terms of geometric sequence. Where the general term is given.

ضربی سلسلہ کی پہلی چار رقم معلوم کریں، جب کہ جنرل رقم دی گئی ہے۔

(i) $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$

Sol. Given that دیا گیا سوار

$a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$

Put $n = 1$ سے $n = 1$ کے لئے

$a_1 = 3 \cdot (2)^{1-1} = 3 \cdot (2)^0 = 3$

Put $n = 2$ سے $n = 2$ کے لئے

$a_2 = 3 \cdot (2)^{2-1} = 3 \cdot (2)^1 = 6$

Put $n = 3$ سے $n = 3$ کے لئے

$a_3 = 3 \cdot (2)^{3-1} = 3 \cdot (2)^2 = 12$

Put $n = 4$ سے $n = 4$ کے لئے

$a_4 = 3 \cdot (2)^{4-1} = 3 \cdot (2)^3 = 24$

Hence, first four terms of given geometric sequence are 3, 6, 12, 24.

پہلی چار رقم 3, 6, 12, 24 ہیں۔

(ii) $a_n = 4 \cdot (2)^{n-1}$

Sol. Given that دیا گیا سوار

$a_n = 4 \cdot (2)^{n-1}$

Put $n = 1$ سے $n = 1$ کے لئے

$a_1 = 4 \cdot (2)^{1-1} = 4 \cdot (2)^0 = 4$

Put $n = 2$ سے $n = 2$ کے لئے

$a_2 = 4 \cdot (2)^{2-1} = 4 \cdot (2)^1 = 8$

Put $n = 3$ سے $n = 3$ کے لئے

$a_3 = 4 \cdot (2)^{3-1} = 4 \cdot (2)^2 = 16$

Put $n = 4$ سے $n = 4$ کے لئے

$a_4 = 4 \cdot (2)^{4-1} = 4 \cdot (2)^3 = 32$

Hence, first four terms of given geometric sequence are 4, 8, 16, 32.

پہلی چار رقم 4, 8, 16, 32 ہیں۔

(iii) $a_n = 25 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

Sol. Given that دیا گیا سوار

$a_n = 25 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

Put $n = 1$ سے $n = 1$ کے لئے

$a_1 = 25 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{1-1} = 25 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^0 = 25$

Put $n = 2$ سے $n = 2$ کے لئے

$a_2 = 25 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{2-1} = 25 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^1 = -\frac{25}{2}$

Put $n = 3$ سے $n = 3$ کے لئے

$a_3 = 25 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{3-1} = 25 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$

Put $n = 4$ سے $n = 4$ کے لئے

$a_4 = 25 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{4-1} = 25 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{25}{8}$

Thus, first four terms of given geometric sequence are $25, -\frac{25}{2}, \frac{25}{4}, -\frac{25}{8}$.

پہلی چار رقم $25, -\frac{25}{2}, \frac{25}{4}, -\frac{25}{8}$ ہیں۔

(iv) $a_n = 5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$

Sol. Given that دیا گیا سوار

$a_n = 5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$

Put $n = 1$ سے $n = 1$ کے لئے

$a_1 = 5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{1-1} = 5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^0 = 5$

Put $n = 2$ سے $n = 2$ کے لئے

$a_2 = 5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{2-1} = 5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^1 = 1$

Put $n = 3$ سے $n = 3$ کے لئے

$a_3 = 5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{3-1} = 5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{5}$

Put $n = 4$ سے $n = 4$ کے لئے

$a_4 = 5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{4-1} = 5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{25}$

Thus, first four terms of given geometric sequence are $5, 1, \frac{1}{5}, \frac{1}{25}$.

پہلی چار رقم $5, 1, \frac{1}{5}, \frac{1}{25}$ ہیں۔

4. Find the indicated term of geometric sequence.

ضربی سلسلہ کی نشان دہی کی گئی رقم معلوم کریں۔

(i) $a = 20, r = 10, a_n = ?$

Sol. Given that دیا گیا سوار

$a_n = 20, r = 10, a_n = ?$

Using $a_n = a_1 r^{n-1}$ سے کلیہ استعمال کرنے کے لئے

Putting $a_1 = 20, r = 10, n = 4$ سے

$a_4 = (20)(10)^{4-1}$

$a_4 = (20)(10)^3$

$a_4 = (20)(1000)$

$a_4 = 20000$

(ii) $a = 3, r = 3, a_7 = ?$

Sol. Given that دیا گیا سوار

$a = 3, r = 3, a_7 = ?$

Using $a_n = a_1 r^{n-1}$ سے کلیہ استعمال کرنے کے لئے

Putting $a_1 = 3, r = 3, n = 7$ سے

$a_7 = (3)(3)^{7-1}$

$a_7 = (3)(3)^6$

$a_7 = (3)(729)$

$a_7 = 2187$

(iii) $a = 512, r = \frac{1}{2}, a_5 = ?$

Sol. Given that دیا گیا سوار

$a_1 = 512, r = \frac{1}{2}, a_5 = ?$

Using $a_n = a_1 r^{n-1}$ سے کلیہ استعمال کرنے کے لئے

Putting $a_1 = 512, r = \frac{1}{2}, n = 5$ تیسریں دن کرنے کے

$$a_3 = (512) \left(\frac{1}{2}\right)^{1-1}$$

$$a_3 = (512) \left(\frac{1}{2}\right)^1$$

$$a_3 = (512) \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$a_3 = 32$$

(iv) $a = 7, r = 2, a_{10} = ?$

Sol. Given that $a = 7, r = 2, a_{10} = ?$

Using $a_n = a_1 r^{n-1}$ کیا استعمال کرنے کے

$$a_{10} = (7) (2)^{10-1}$$

$$a_{10} = (7) (2)^9$$

$$a_{10} = (7) (512)$$

$$a_{10} = 3584$$

5. A writer wrote 120 words on the first day, 240 words on the second day and 480 words on the third day. If the number of written words are increased in the same pattern, find the number of words wrote on the 10th day.

ایک مصنف نے پہلے دن 120 الفاظ، دوسرے دن 240 الفاظ اور تیسرے دن 480 الفاظ لکھے۔ اگر لکھے گئے الفاظ کی تعداد ایسی ترتیب سے بڑھے، تو چوتھیں دن لکھے گئے الفاظ کی تعداد معلوم کریں۔

Sol. The sequence is: سلسلے ہے

$$120, 240, 480, \dots$$

It is a geometric sequence. یہ ایک جہتی سلسلہ ہے۔

$$\text{Here } a_1 = 120, r = \frac{240}{120} = 2, n = 10 \text{ یہاں}$$

Using $a_n = a_1 r^{n-1}$ کیا استعمال کرنے کے

$$a_{10} = (120) (2)^{10-1}$$

$$a_{10} = (120) (2)^9$$

$$a_{10} = (120) (512)$$

$$a_{10} = 61440$$

Hence 61440 words were written on the 10th day. پس چوتھیں دن 61440 الفاظ لکھے گئے۔

6. The sum of interior angles of a triangle is 180°, of a quadrilateral is 360° and of a pentagon is 540°. Find the sum of the angles of an octagon (8 sides).

ایک مثلث کے اندرونی زاویوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے، چوکور کا 360° اور پانچ کونوں کا 540°۔ ایک مثلث کے 8 اطراف کا مجموعہ معلوم کریں۔

Sol. The sequence is سلسلے ہے

$$180, 360, 540, \dots$$

It is an arithmetic sequence. یہ ایک جہتی سلسلہ ہے۔

$$\text{Here } a = 180, d = 360 - 180 = 180, n = 6 \text{ یہاں}$$

Using $a_n = a + (n - 1)d$ کیا استعمال کرنے کے

$$a_6 = 180 + (6 - 1)(180)$$

$$a_6 = 180 + (5)(180)$$

$$a_6 = 180 + 900$$

Hence sum of interior angles of an octagon is 1080°. پس مثلث کے اندرونی زاویوں کا مجموعہ 1080° ہوتا ہے۔

7. Abdullah's exercise trainer suggests jogging for 10 minutes each day for the first week. After each week, he suggests to increase that time by 5 minutes per day. At 6th week how many minutes will he jog?

دو ہفتے کے ورزش کرنے کے لیے پہلے ہفتے کے لیے روزانہ 10 منٹ جاگنا مشورہ دیا گیا ہے۔ ہر ہفتے بعد اسے اس وقت تک روزانہ 5 منٹ زیادہ جاگنے کو کہتا ہے کہ اسے ہفتے میں 10 منٹ جاگنا پڑے۔

Sol. The sequence is سلسلے ہے

$$10, 15, 20, \dots$$

It is an arithmetic sequence. یہ ایک جہتی سلسلہ ہے۔

$$\text{Here } a = 10, d = 15 - 10 = 5, n = 6 \text{ یہاں}$$

Using $a_n = a + (n - 1)d$ کیا استعمال کرنے کے

$$a_6 = 10 + (6 - 1)(5)$$

$$a_6 = 10 + (5)(5) = 10 + 25$$

$$a_6 = 35$$

Hence he will jog 35 minutes in the 6th week. پس وہ چھویں ہفتے میں 35 منٹ جاگے گا۔

Sub-Domain (II): Expansion and Factorization

Solved Exercise 2.4

1. Separate the open and closed sentences.

کھلے اور بند فقرات الگ الگ کریں۔

(i) $3x + 4 = 1$ کھلا فقرہ (ii) $2x^3 - 1 = 6$ کھلا فقرہ

(iii) $5 \times 4 = 20$ بند فقرہ (iv) $5y + 7 = y$ کھلا فقرہ

(v) $10 + 40 = 50$ بند فقرہ (vi) $72 + 8 = 9$ بند فقرہ

2. Separate the expressions and equations.

ظہان اور مساواتیں الگ الگ کریں۔

(i) $2x - 1 = 0$ مساوات (ii) $3x - y + 7$ ظہان

(iii) $x + y = 3$ مساوات (iv) $7y^2 - 2y + 3 = 0$ مساوات

(v) $x^2 - x - 1 = 0$ مساوات (vi) $x = -7$ مساوات

3. Separate the equations and inequalities.

مساوات اور غیر مساواتیں الگ الگ کریں۔

(i) $3x + 7 > 10$ غیر مساوات (ii) $2x - 5 \leq 1$ غیر مساوات

(iii) $3x - 4 = 7x$ مساوات (iv) $7x - 5 > 6x$ غیر مساوات

(v) $5x = 7$ مساوات (vi) $\frac{10x}{3} < 5$ غیر مساوات

4. Separate the polynomial expressions and expressions that are not polynomials.

پولی نامی اور ایسے ظہانوں کو الگ کریں جو کثیر لفظی نہیں ہیں۔

(i) $x^2 + x - 1$ پولی نامی (ii) $x^2y + xy^2 + 7$ پولی نامی

(iii) $x^2 + y + 7$ پولی نامی (iv) $\frac{x}{y} + 1 - \frac{y}{x}$ پولی نامی

Ans. Not a Polynomial پولی نامی نہیں ہے

(v) $x^3 - x^2 + y - 1$ پولی نامی (vi) $x^4 + x^3 + 5x + \frac{1}{2}$ پولی نامی

5. What constants are used in the following expressions?

درج ذیل ظہانوں میں کون کون سے مستقلات استعمال کیے گئے ہیں؟

(i) $7x - 6y + 3z$ مستقلات (ii) $5x^2 - 3$ مستقلات

(iii) $8x^2 + 2y + 5$ مستقلات (iv) $9y + 3x - 2z$ مستقلات

6. Write the degree of the polynomials given below.

درج ذیل کثیر لفظیوں کا درجہ لکھیں۔

(i) $x + 1$ درج: 1 (ii) $x^2 + x$ درج: 2

(iii) $x^3 - xy + 1$ درج: 3 (iv) $x^2y^2 + x^3 + y^2 - 1$ درج: 4

7. Separate the polynomials as linear, quadratic, cubic and biquadratic.

پولی نامیوں کو خطی، چار درجی اور چار درجی کثیر لفظیوں کے طور پر الگ کریں۔

(i) $3x + 1$ خطی (ii) $x^2 - 2$ چار درجی

(iii) $y^2 - y$ چار درجی (iv) $x + y$ خطی

(v) $x^3 - x^2 - 2$ چار درجی (vi) $x^4 + x^2 + x^2$ چار درجی

(vii) $x^2y^2 + xy$ چار درجی (viii) $x^2 + xy + 8$ چار درجی

Solved Exercise 2.5

1. Add: جمع کریں:

(i) $1 + 2x + 3x^2, 3x - 4 - 2x^2, x^3 - 5x + 4$

Sol. Arrange the terms of the polynomials in descending order

$$3x^2 + 2x + 1 - 2x^2 + 3x - 4 + x^3 - 5x + 4$$

$$x^3 + 3x^2 - 2x^2 + 2x + 3x - 5x + 1 - 4 + 4$$

$$x^3 + x^2 + 2x + 1$$

Sol. Arrange the terms of the polynomials in descending order

(ii) $a^3 + 2a^2 - 6a + 7, a^3 + 2a + 5, 2a^3 + 2a - a^3 - 8$

8. Subtract P from Q when, Q سے P کو کٹھڑی کریں جب،

(i) $P = 3x^4 + 5x^3 + 2x^2 - x; Q = 4x^4 + 2x^3 + x^2 - x + 1$

$$4x^4 + 2x^3 + x^2 - x + 1 - (3x^4 + 5x^3 + 2x^2 - x)$$

$$4x^4 + 2x^3 + x^2 - x + 1 - 3x^4 - 5x^3 - 2x^2 + x$$

$$x^4 - 3x^3 - x^2 + 2$$

Sol. Arrange the terms of the polynomials in descending order

$$a^3 - 2a^2b + 0ab^2 + b^3$$

$$4a^3 + 6a^2b + 2ab^2 + 0b^3$$

$$-5a^3 - 4a^2b + 0ab^2 + 2b^3$$

$$9a^3 + 10a^2b + 2ab^2 + 2b^3$$

2. Subtract P from Q when, Q سے P کو کٹھڑی کریں جب،

(i) $P = 3x^4 + 5x^3 + 2x^2 - x; Q = 4x^4 + 2x^3 + x^2 - x + 1$

Sol. Arrange the terms of P and Q in descending order

$$Q - P = 4x^4 + x^2 + 2x^2 - x + 1 - (3x^4 + 5x^3 + 2x^2 - x)$$

$$x^4 - 3x^3 - x^2 + 2x + 1$$

$$P - Q = 3x^4 + 5x^3 + 2x^2 - x + 1 - (4x^4 + 2x^3 + x^2 - x + 1)$$

$$-x^4 + 3x^3 + x^2 - 2x$$

3. Find the value of $x - 2y + 3z$ where

$$x = 2a^2 - a^3 + 3a + 4, y = 2a^3 - 3a^2 + 2 - 2a \text{ and } z = a^4 + 3a^3 - 6 - 5a^2$$

$$x - 2y + 3z = (2a^2 - a^3 + 3a + 4) - 2(2a^3 - 3a^2 + 2 - 2a) + 3(a^4 + 3a^3 - 6 - 5a^2)$$

$$= 2a^2 - a^3 + 3a + 4 - 4a^3 + 6a^2 - 4 + 4a + 3a^4 + 9a^3 - 18 - 15a^2$$

$$= 3a^4 - a^3 - 4a^3 + 9a^3 + 2a^2 + 6a^2 - 15a^2 + 3a + 4a + 4 - 4 - 18$$

$$= 3a^4 + 4a^3 - 7a^2 + 7a - 18$$

4. The sum of two polynomials is $x^2 + 2x - y^2$. If one polynomial is $x^2 - 2xy + 3$, then find the other polynomial.

دو کثیر لفظیوں کا مجموعہ $x^2 + 2x - y^2$ ہے۔ اگر ایک کثیر لفظی $x^2 - 2xy + 3$ ہو تو دوسری کثیر لفظی معلوم کریں۔

$$x^2 + 2x - y^2 - (x^2 - 2xy + 3) = 2xy - y^2 - 3$$

$$2xy - y^2 - 3$$

Sol. Sum of polynomials = $x^2 + 2x - y^2$

One polynomial = $x^2 - 2xy + 3$

Other polynomial = $2xy - y^2 - 3$

5. Subtract $4x + 6 - 2x^2$ from the sum of $x^3 + x^2 - 2x$ and $2x^2 + 3x - 7$

Sol. $(x^3 + x^2 - 2x + 2x^2 + 3x - 7) - (4x + 6 - 2x^2)$

$$\begin{array}{r} x^3 + x^2 - 2x + 0 \\ + 2x^2 + 0x^2 + 3x - 7 \\ \hline 3x^3 + x^2 + x - 7 \end{array}$$

Sum = $3x^3 + x^2 + x - 7$

Now ab $\begin{array}{r} 3x^3 + x^2 + x - 7 \\ \pm 0x^2 \mp 2x^2 \pm 4x \pm 6 \\ \hline 3x^3 + 3x^2 - 3x - 13 \end{array}$

Difference: $3x^3 + 3x^2 - 3x - 13$

6. Solve the following.

(i) $(x+3)(x^2-3x+9)$

$$\begin{array}{r} x^2 - 3x + 9 \\ \times x + 3 \\ \hline x^3 - 3x^2 + 9x \\ + 3x^2 - 9x + 27 \\ \hline x^3 + 0x^2 + 0x + 27 \end{array}$$

(ii) $(3x^2 - 7x + 5)(4x^2 - 2x + 1)$

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 7x + 5 \\ \times 4x^2 - 2x + 1 \\ \hline 12x^4 - 28x^3 + 20x^2 \\ - 6x^3 + 14x^2 - 10x \\ + 3x^2 - 7x + 5 \\ \hline 12x^4 - 34x^3 + 37x^2 - 17x + 5 \end{array}$$

(iii) $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

$$\begin{array}{r} a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca \\ \times a + b + c \\ \hline a^3 + a^2b + a^2c - a^2b - abc - ca^2 \\ - ab^2 + ab^2 + abc - abc - ca^2 \\ - ac^2 - abc + ca^2 - bc^2 + b^2c + c^3 \\ \hline a^3 - 3abc + b^3 + c^3 \end{array}$$

7. If $P = x^2 - yz$, $Q = y^2 - xz$ and $R = z^2 - xy$, then find PQ, QR, PR and PQR.

Sol. $PQ = (x^2 - yz)(y^2 - xz)$

$$\begin{aligned} &= x^2(y^2 - xz) - yz(y^2 - xz) \\ &= x^2y^2 - x^2z - y^2z + xyz^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} QR &= (y^2 - xz)(z^2 - xy) \\ &= y^2(z^2 - xy) - xz(z^2 - xy) \\ &= y^2z^2 - xy^2 - xz^3 + x^2yz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} PR &= (x^2 - yz)(z^2 - xy) \\ &= x^2(z^2 - xy) - yz(z^2 - xy) \\ &= x^2z^2 - x^2y - yz^3 + xy^2z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} PQR &= (PQ)R \\ &= (x^2y^2 - x^2z - y^2z + xyz^2)(z^2 - xy) \\ &= x^2y^2(z^2 - xy) - x^2z(z^2 - xy) - y^2z(z^2 - xy) + xyz^2(z^2 - xy) \\ &= x^2y^2z^2 - x^2y^2z - x^2z^3 + x^2yz + y^2z^3 - y^2z^2z - y^2z^2x + yz^4 - y^2z^2xy + xyz^4 \\ &= x^2y^2z^2 - x^2y^2z - y^2z^3 + x^2yz + xyz^4 - y^2z^3 - y^2z^2x + yz^4 - y^2z^2xy + xyz^4 \\ &= xyz(x^2 + y^2 + z^2) - (x^2y^2z + y^2z^3 + x^2z^3) \end{aligned}$$

8. Simplify:

(i) $(x^2 + x - 6) \div (x - 2)$

$$\begin{array}{r} x + 3 \\ x - 2 \overline{) x^2 + x - 6} \\ \underline{\pm x^2 \mp 2x} \\ 3x - 6 \\ \underline{\pm 3x \mp 6} \\ 0 \end{array}$$

(ii) $(x^3 - 19x - 30) \div (x + 3)$

$$\begin{array}{r} x^2 - 3x - 10 \\ x + 3 \overline{) x^3 - 0x^2 - 19x - 30} \\ \underline{\pm x^3 \pm 3x^2} \\ -3x^2 - 19x \\ \underline{\mp 3x^2 \mp 9x} \\ -10x - 30 \\ \underline{\mp 10x \mp 30} \\ 0 \end{array}$$

(iii) $(x^3 - y^3) \div (x - y)$

$$\begin{array}{r} x^2 + xy + y^2 \\ x - y \overline{) x^3 + 0x^2y + 0xy^2 - y^3} \\ \underline{\pm x^3 \mp xy^2} \\ x^2y + 0xy^2 \\ \underline{\pm x^2y \mp xy^2} \\ + xy^2 - y^3 \\ \underline{\pm xy^2 \mp y^3} \\ 0 \end{array}$$

(iv) $(x^3 + x^2 - 14x - 24) \div (x + 2)$

$$\begin{array}{r} x^2 - x - 12 \\ x + 2 \overline{) x^3 + x^2 - 14x - 24} \\ \underline{\pm x^3 \pm 2x^2} \\ -x^2 - 14x \\ \underline{\mp x^2 \mp 2x} \\ -12x - 24 \\ \underline{\mp 12x \mp 24} \\ 0 \end{array}$$

9. What should be added to $4x^3 - 10x^2 + 12x + 6$ so that it becomes exactly divisible by $2x + 1$?

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 6x + 9 \\ 2x + 1 \overline{) 4x^3 - 10x^2 + 12x + 6} \\ \underline{\pm 4x^3 \pm 2x^2} \\ -12x^2 + 12x \\ \underline{\mp 12x^2 \mp 6x} \\ 18x + 6 \\ \underline{\pm 18x \pm 9} \\ -3 \end{array}$$

As remainder is '-3', so we should add 3 in the polynomial.

10. For what value of p the polynomial $3x^3 - 7x^2 - 9x + p$ becomes exactly divisible by $x - 3$?

Sol. $3x^3 - 7x^2 - 9x + p$ کی قیمت کے لیے کیٹر رہتی $x - 3$ کہہ رہی ہے کہ $3x^3 - 7x^2 - 9x + p$ کو $x - 3$ سے تقسیم کر دے؟

$$\begin{array}{r} 3x^2 + 2x - 3 \\ x - 3 \overline{) 3x^3 - 7x^2 - 9x + p} \\ \underline{\pm 3x^3 \mp 9x^2} \\ -10x^2 - 9x \\ \underline{\pm 10x^2 \mp 6x} \\ -3x + p \\ \underline{\mp 3x \mp 9} \\ p - 9 \end{array}$$

Solved Exercise 2.6

1. Evaluate square of each of the following:

(i) 53 = $(50 + 3)^2 = (50)^2 + 2(50)(3) + (3)^2 = 2500 + 300 + 9 = 2809$

(ii) 77 = $(80 - 3)^2 = (80)^2 - 2(80)(3) + (3)^2 = 6400 - 480 + 9 = 5929$

(iii) 509 = $(500 + 9)^2 = (500)^2 + 2(500)(9) + (9)^2 = 250000 + 9000 + 81 = 259081$

(iv) 1006 = $(1000 + 6)^2 = (1000)^2 + 2(1000)(6) + (6)^2 = 1000000 + 12000 + 36 = 1012036$

2. Evaluate each of the following:

(i) $(57)^2 = (60 - 3)^2 = (60)^2 - 2(60)(3) + (3)^2 = 3600 - 360 + 9 = 3249$

(ii) $(95)^2 = (100 - 5)^2 = (100)^2 - 2(100)(5) + (5)^2 = 10000 - 1000 + 25 = 9025$

(iii) $(598)^2 = (600 - 2)^2 = (600)^2 - 2(600)(2) + (2)^2 = 360000 - 2400 + 4 = 357604$

(iv) $(1997)^2 = (2000 - 3)^2 = (2000)^2 - 2(2000)(3) + (3)^2 = 4000000 - 12000 + 9 = 3988009$

3. Evaluate:

(i) $46 \times 54 = (50 - 4)(50 + 4) = (50)^2 - (4)^2 = 2500 - 16 = 2484$

(ii) $197 \times 203 = (200 - 3)(200 + 3) = (200)^2 - (3)^2 = 40000 - 9 = 39991$

(iii) $999 \times 1001 = (1000 - 1)(1000 + 1) = (1000)^2 - (1)^2 = 1000000 - 1 = 999999$

(iv) $0.96 \times 1.04 = (1 - 0.04)(1 + 0.04) = (1)^2 - (0.04)^2 = 1 - 0.0016 = 0.9984$

4. (i) Find the value of $x^2 + \frac{1}{x^2}$, when $x + \frac{1}{x} = 7$

Sol. Here $x + \frac{1}{x} = 7$ ہاں $x^2 + \frac{1}{x^2}$ کی قیمت معلوم کریں جب کہ $x + \frac{1}{x} = 7$

Taking square on both sides

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (7)^2$$

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 49$$

$$x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 49$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 49 - 2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 47$$

(ii) Find the value of $x^2 + \frac{1}{x^2}$, when $x - \frac{1}{x} = 3$

Sol. Here $x - \frac{1}{x} = 3$ ہاں $x^2 + \frac{1}{x^2}$ کی قیمت معلوم کریں جب کہ $x - \frac{1}{x} = 3$

Taking square on both sides

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (3)^2$$

$$(x)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = (3)^2$$

$$x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = 9$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 9 + 2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 11$$

(iii) Find the value of $x^4 + \frac{1}{x^4}$, when $x - \frac{1}{x} = 1$

$$x - \frac{1}{x} = 1 \text{ کی قیمت معلوم کریں جب کہ } x^4 + \frac{1}{x^4}$$

Sol. Here $x - \frac{1}{x} = 1$ یاں

Taking square on both sides دونوں طرف مربع لیتے

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (1)^2$$

$$x^2 - 2x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 1$$

$$x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 1 + 2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = (3)^2$$

$$x^4 + 2x^2 \cdot \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} = 9$$

$$x^4 + 2 + \frac{1}{x^4} = 9$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = 9 - 2$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = 7$$

Solved Exercise 2.7 حل مشق

Factorize the following:

- $3x - 9y$
Sol. $3x - 9y = 3(x - 3y)$
- $xy + xz$
Sol. $xy + xz = x(y + z)$
- $6ab - 14ac$
Sol. $6ab - 14ac = 2a(3b - 7c)$
- $3m^2np - 6m^2n$
Sol. $3m^2np - 6m^2n = 3m^2n(mp - 2)$
- $30x^2 - 45xy$
Sol. $30x^2 - 45xy = 15x(2x^2 - 3y)$
- $17x^2y^2 - 51$
Sol. $17x^2y^2 - 51 = 17(x^2y^2 - 3)$
- $4x^2 + 3x^2 + 2x$
Sol. $4x^2 + 3x^2 + 2x = x(4x^2 + 3x + 2)$
- $2p^3 - 4p^2 + 8p$
Sol. $2p^3 - 4p^2 + 8p = 2p(p - 2p^2 + 4)$
- $x^2y - x^2y + xy^2$
Sol. $x^2y - x^2y + xy^2 = xy(x^2 - x + y)$
- $7x^4 - 14x^2y + 21xy^2$
Sol. $7x^4 - 14x^2y + 21xy^2 = 7x(x^3 - 2xy + 3y^2)$

- $x^2y^2z^2 - xyz^2 + xyz$
Sol. $x^2y^2z^2 - xyz^2 + xyz = xyz(xyz - z + 1)$
- $4x^2y^2 - 8xy + 4xy^2$
Sol. $4x^2y^2 - 8xy + 4xy^2 = 4xy(x^2y - 2 + y^2)$
- $xy^4 - 3xy^3 - 6xy^2$
Sol. $xy^4 - 3xy^3 - 6xy^2 = xy^2(y^2 - 3y - 6)$
- $x^2y^2z + x^2yz^2 + xy^2z^2$
Sol. $x^2y^2z + x^2yz^2 + xy^2z^2 = xyz(xy + xz + yz)$
- $77x^2y - 33xy^2 - 55x^2y^2$
Sol. $77x^2y - 33xy^2 - 55x^2y^2 = 11xy(7x - 3y - 5xy)$
- $5x^3 + 10x^4 + 15x^5$
Sol. $5x^3 + 10x^4 + 15x^5 = 5x^3(x^2 + 2x + 3)$

Solved Exercise 2.8 حل مشق

Factorize the following:

مقابلہ کی تجویزی کریں۔

- $ax - by + bx - ay$
Sol. $ax - by + bx - ay = ax + bx - ay - by = x(a + b) - y(a + b) = (a + b)(x - y)$
- $2ab - 6bc - a + 3c$
Sol. $2ab - 6bc - a + 3c = (2ab - 6bc) - (a - 3c) = 2b(a - 3c) - 1(a - 3c) = (a - 3c)(2b - 1)$
- $x^2 + 2x - 3x - 6$
Sol. $x^2 + 2x - 3x - 6 = x(x + 2) - 3(x + 2) = (x + 2)(x - 3)$
- $x^2 + 5x - 2x - 10$
Sol. $x^2 + 5x - 2x - 10 = x(x + 5) - 2(x + 5) = (x + 5)(x - 2)$
- $x^2 - 7x + 2x - 14$
Sol. $x^2 - 7x + 2x - 14 = x^2 - 7x + 2x - 14 = x(x - 7) + 2(x - 7) = (x - 7)(x + 2)$
- $x^2 + 3x - 4x - 12$
Sol. $x^2 + 3x - 4x - 12 = x^2 + 3x - 4x - 12 = x(x + 3) - 4(x + 3) = (x + 3)(x - 4)$
- $y^2 - 9y + 3y - 27$
Sol. $y^2 - 9y + 3y - 27 = y^2 - 9y + 3y - 27 = y(y - 9) + 3(y - 9) = (y - 9)(y + 3)$
- $x^2 - 8x - 4x + 32$
Sol. $x^2 - 8x - 4x + 32 = x^2 - 8x - 4x + 32 = x(x - 8) - 4(x - 8) = (x - 8)(x - 4)$
- $x^2 - 7x - 5x + 35$
Sol. $x^2 - 7x - 5x + 35 = x^2 - 7x - 5x + 35 = x(x - 7) - 5(x - 7) = (x - 7)(x - 5)$

- $x^2 - 13x - 2x + 26$
Sol. $x^2 - 13x - 2x + 26 = x(x - 13) - 2(x - 13) = (x - 13)(x - 2)$
- $a(x - y) - b(x - y)$
Sol. $a(x - y) - b(x - y) = (x - y)(a - b)$
- $y(y - a) - b(y - a)$
Sol. $y(y - a) - b(y - a) = (y - a)(y - b)$
- $a^2(pq - rs) + b^2(pq - rs)$
Sol. $a^2(pq - rs) + b^2(pq - rs) = (pq - rs)(a^2 + b^2)$
- $ab(x + 7) + cd(x + 7)$
Sol. $ab(x + 7) + cd(x + 7) = (x + 7)(ab + cd)$

Solved Exercise 2.9 حل مشق

تجویزی کریں۔

- Factorize:
- $x^2 + 14x + 49$
Sol. $x^2 + 14x + 49 = (x)^2 + 2(7)x + (7)^2 = (x + 7)^2$
 - $9a^2 + 12ab + 4b^2$
Sol. $9a^2 + 12ab + 4b^2 = (3a)^2 + 2(3a)(2b) + (2b)^2 = (3a + 2b)^2$
 - $16 + 24a + 9a^2$
Sol. $16 + 24a + 9a^2 = (4)^2 + 2(4)(3a) + (3a)^2 = (4 + 3a)^2$
 - $25x^2 + 80xy + 64y^2$
Sol. $25x^2 + 80xy + 64y^2 = (5x)^2 + 2(5x)(8y) + (8y)^2 = (5x + 8y)^2$
 - $7a^4 + 84a^2 + 252$
Sol. $7a^4 + 84a^2 + 252 = 7(a^4 + 12a^2 + 36) = 7[(a^2)^2 + 2(a^2)(6) + (6)^2] = 7(a^2 + 6)^2$
 - $4a^2 + 120a + 900$
Sol. $4a^2 + 120a + 900 = 4(a^2 + 30a + 225) = 4[(a)^2 + 2(a)(15) + (15)^2] = 4(a + 15)^2$
 - $x^2 - 34x + 289$
Sol. $x^2 - 34x + 289 = (x)^2 - 2(x)(17) + (17)^2 = (x - 17)^2$
 - $49x^2 - 84x + 36$
Sol. $49x^2 - 84x + 36 = (7x)^2 - 2(7x)(6) + (6)^2 = (7x - 6)^2$

- $x^2 - 18xy + 81y^2$
Sol. $x^2 - 18xy + 81y^2 = (x)^2 - 2(x)(9y) + (9y)^2 = (x - 9y)^2$
- $a^4 - 26a^2 + 169$
Sol. $a^4 - 26a^2 + 169 = (a^2)^2 - 2(a^2)(13) + (13)^2 = (a^2 - 13)^2$
- $2a^2 - 64a + 512$
Sol. $2a^2 - 64a + 512 = 2(a^2 - 32a + 256) = 2[(a)^2 - 2(a)(16) + (16)^2] = 2(a - 16)^2$
- $1 - 6a^2b^2c + 9a^4b^4c^2$
Sol. $1 - 6a^2b^2c + 9a^4b^4c^2 = (1)^2 - 2(1)(3a^2b^2c) + (3a^2b^2c)^2 = (1 - 3a^2b^2c)^2$
- $4x^4 + 20x^2yz + 25x^2y^2z^2$
Sol. $4x^4 + 20x^2yz + 25x^2y^2z^2 = x^2(4x^2 + 20xyz + 25y^2z^2) = x^2[(2x)^2 + 2(2x)(5yz) + (5yz)^2] = x^2(2x + 5yz)^2$
- $\frac{9}{16}x^2 + xy + \frac{4}{9}y^2$
Sol. $\frac{9}{16}x^2 + xy + \frac{4}{9}y^2 = \left(\frac{3}{4}x\right)^2 + 2\left(\frac{3}{4}x\right)\left(\frac{2}{3}y\right) + \left(\frac{2}{3}y\right)^2 = \left(\frac{3}{4}x + \frac{2}{3}y\right)^2$
- $\frac{49}{64}x^2 - 2xy + \frac{64}{49}y^2$
Sol. $\frac{49}{64}x^2 - 2xy + \frac{64}{49}y^2 = \left(\frac{7}{8}x\right)^2 - 2\left(\frac{7}{8}x\right)\left(\frac{8}{7}y\right) + \left(\frac{8}{7}y\right)^2 = \left(\frac{7}{8}x - \frac{8}{7}y\right)^2$
- $\frac{n^2}{b^2}x^2 - \frac{2ac}{bd}xy + \frac{c^2}{d^2}y^2$
Sol. $\frac{n^2}{b^2}x^2 - \frac{2ac}{bd}xy + \frac{c^2}{d^2}y^2 = \left(\frac{n}{b}x\right)^2 - 2\left(\frac{n}{b}x\right)\left(\frac{c}{d}y\right) + \left(\frac{c}{d}y\right)^2 = \left(\frac{n}{b}x - \frac{c}{d}y\right)^2$
- $16x^4 - 16x^3 + 4x^4$
Sol. $16x^4 - 16x^3 + 4x^4 = 4x^4(4x^2 - 4x + 1)$

$-4x^4 [(2x)^2 - 2(2x)(1) + (1)^2]$

$-4x^4 (2x-1)^2$

18. $a^4b^2x^2 - 2a^3b^2cd^2xy + c^4d^4y^2$

Sol. $a^4b^2x^2 - 2a^3b^2cd^2xy + c^4d^4y^2$

$= (a^2bx)^2 - 2(a^2bx)(c^2dy) + (c^2dy)^2$

$= (a^2bx - c^2dy)^2$

Solved Exercise 2.10

Factorize the following expressions:

1. $9 - x^2$

Sol. $9 - x^2$

$= (3)^2 - (x)^2$

$= (3-x)(3+x)$

2. $-6 + 6y^2$

Sol. $-6 + 6y^2 = 6y^2 - 6$

$= 6(y^2 - 1)$

$= 6[(y)^2 - (1)^2]$

$= 6(y-1)(y+1)$

3. $16x^2y^2 - 25a^2b^2$

Sol. $16x^2y^2 - 25a^2b^2$

$= (4xy)^2 - (5ab)^2$

$= (4xy - 5ab)(4xy + 5ab)$

4. $x^2y - xy^2$

Sol. $x^2y - xy^2$

$= xy(x^2 - y^2)$

$= xy[(x)^2 - (y)^2]$

$= xy(x-y)(x+y)$

5. $16a^2 - 400b^2$

Sol. $16a^2 - 400b^2$

$= 16(a^2 - 25b^2)$

$= 16[(a)^2 - (5b)^2]$

$= 16(a-5b)(a+5b)$

6. $a^2b^2 - 64a^2b$

Sol. $a^2b^2 - 64a^2b$

$= a^2b(b^2 - 64)$

$= a^2b[(b)^2 - (8)^2]$

$= a^2b(b-8)(b+8)$

7. $7xy^2 - 343x$

Sol. $7xy^2 - 343x$

$= 7x(y^2 - 49)$

$= 7x[(y)^2 - (7)^2]$

$= 7x(y-7)(y+7)$

8. $5x^2 - 45x$

Sol. $5x^2 - 45x$

$= 5x(x^2 - 9)$

$= 5x[(x)^2 - (3)^2]$

$= 5x(x-3)(x+3)$

9. $11(a+b)^2 - 99c^2$

Sol. $11(a+b)^2 - 99c^2$

$= 11[(a+b)^2 - 9c^2]$

$= 11[(a+b)^2 - (3c)^2]$

$= 11(a+b-3c)(a+b+3c)$

$= 11(a+b-3c)(a+b+3c)$

10. $75 - 3(a-b)^2$

Sol. $75 - 3(a-b)^2$

$= 3[25 - (a-b)^2]$

$= 3[(5)^2 - (a-b)^2]$

$= 3[(5-(a-b))(5+(a-b))]$

$= 3(5-a+b)(5+a-b)$

11. $(x - \frac{9}{5})^2 - \frac{36}{25}y^2$

Sol. $(x - \frac{9}{5})^2 - \frac{36}{25}y^2$

$= (x - \frac{9}{5})^2 - (\frac{6}{5}y)^2$

$= (x - \frac{9}{5} - \frac{6}{5}y)(x - \frac{9}{5} + \frac{6}{5}y)$

12. $25(x + \frac{5}{4})^2 - 16(x + \frac{7}{4})^2$

Sol. $(5(x + \frac{5}{4}))^2 - [4(x + \frac{7}{4})]^2$

$= [5(x + \frac{5}{4}) - 4(x + \frac{7}{4})][5(x + \frac{5}{4}) + 4(x + \frac{7}{4})]$

$= (5x + \frac{25}{4} - 4x - 7)(5x + \frac{25}{4} + 4x + 7)$

$= (x - \frac{3}{4})(9x + \frac{53}{4})$

13. $16(a+b)^2 - 49(a-b)^2$

Sol. $16(a+b)^2 - 49(a-b)^2$

$= [4(a+b)]^2 - [7(a-b)]^2$

$= [4(a+b) + 7(a-b)][4(a+b) - 7(a-b)]$

$= (4a+4b+7a-7b)(4a+4b-7a+7b)$

$= (4a+7a+4b-7b)(4a-7a+4b+7b)$

$= (11a-3b)(-3a+11b)$

14. $36(x - \frac{1}{4})^2 - 64(x - \frac{5}{4})^2$

Sol. $[6(x - \frac{1}{4})]^2 - [8(x - \frac{5}{4})]^2$

$= [6(x - \frac{1}{4}) + 8(x - \frac{5}{4})][6(x - \frac{1}{4}) - 8(x - \frac{5}{4})]$

$= [6x - \frac{3}{2} + 8x - 10][6x - \frac{3}{2} - 8x + 10]$

$= (14x - \frac{23}{2})(-2x + \frac{17}{2})$

Evaluate the following with the help of formula:

یہ کام اس سے دیکھ کر کرنا سیکھ کر لیں۔

15. $(371)^2 - (129)^2$

Sol. $(371)^2 - (129)^2$

$= (371 + 129)(371 - 129)$

$= (500)(242) = 121000$

Solved Exercise 2.12

Factorize the following expressions:

درج ذیل کی تجزیہ کریں۔

1. $x^2 + 5x + 6$

Sol. $x^2 + 5x + 6$

$= x^2 + 2x + 3x + 6$

$= x(x+2) + 3(x+2)$

$= (x+2)(x+3)$

2. $x^2 + 10x + 24$

Sol. $x^2 + 10x + 24$

$= x^2 + 6x + 4x + 24$

$= x(x+6) + 4(x+6)$

$= (x+6)(x+4)$

3. $x^2 - 15x + 56$

Sol. $x^2 - 15x + 56$

$= x^2 - 7x - 8x + 56$

$= x(x-7) - 8(x-7)$

$= (x-7)(x-8)$

4. $x^2 + 3x - 40$

Sol. $x^2 + 3x - 40$

$= x^2 + 8x - 5x - 40$

$= x(x+8) - 5(x+8)$

$= (x+8)(x-5)$

5. $4x^2 + 8x + 3$

Sol. $4x^2 + 8x + 3$

$= 4x^2 + 2x + 6x + 3$

$= 2x(2x+1) + 3(2x+1)$

$= (2x+1)(2x+3)$

6. $4x^2 - 5xy + y^2$

Sol. $4x^2 - 5xy + y^2$

$= 4x^2 - 4xy - xy + y^2$

$= 4x(x-y) - y(x-y)$

$= (x-y)(4x-y)$

7. $10x^2 - 13xy - 9y^2$

Sol. $10x^2 - 13xy - 9y^2$

$= 10x^2 + 5xy - 18xy - 9y^2$

$= 5x(2x+y) - 9y(2x+y)$

$= (2x+y)(5x-9y)$

8. $x^2 + 12x + 27$

Sol. $x^2 + 12x + 27$

$= x^2 + 9x + 3x + 27$

$= x(x+9) + 3(x+9)$

$= (x+9)(x+3)$

All possible pairs	تمام ممکنہ جوڑے
$1 \times 6 = 6$	
$2 \times 3 = 6$	
Selected pair	منتخب شدہ جوڑا
$2 \times 3 = 6$	

All possible pairs	تمام ممکنہ جوڑے
$1 \times 24 = 24$	
$2 \times 12 = 24$	
$3 \times 8 = 24$	
$6 \times 4 = 24$	
Selected pair	منتخب شدہ جوڑا
$6 \times 4 = 24$	

All possible pairs	تمام ممکنہ جوڑے
$1 \times 56 = 56$	
$2 \times 28 = 56$	
$4 \times 14 = 56$	
$7 \times 8 = 56$	
Selected pair	منتخب شدہ جوڑا
$7 \times 8 = 56$	

All possible pairs	تمام ممکنہ جوڑے
$1 \times 40 = 40$	
$2 \times 20 = 40$	
$4 \times 10 = 40$	
$5 \times 8 = 40$	
Selected pair	منتخب شدہ جوڑا
$5 \times 8 = 40$	

All possible pairs	تمام ممکنہ جوڑے
$1 \times 12 = 12$	
$2 \times 6 = 12$	
$3 \times 4 = 12$	
Selected pair	منتخب شدہ جوڑا
$2 \times 6 = 12$	

All possible pairs	تمام ممکنہ جوڑے
$1 \times 4 = 4$	
$2 \times 2 = 4$	
Selected pair	منتخب شدہ جوڑا
$1 \times 4 = 4$	

All possible pairs	تمام ممکنہ جوڑے
$1 \times 90 = 90$	
$2 \times 45 = 90$	
$3 \times 30 = 90$	
$5 \times 18 = 90$	
$6 \times 15 = 90$	
$9 \times 10 = 90$	
Selected pair	منتخب شدہ جوڑا
$5 \times 18 = 90$	

All possible pairs	تمام ممکنہ جوڑے
$1 \times 27 = 27$	
$3 \times 9 = 27$	
Selected pair	منتخب شدہ جوڑا
$3 \times 9 = 27$	

16. $(674.17)^2 - (325.83)^2$

Sol. $(674.17)^2 - (325.83)^2$

$= (674.17 - 325.83)(674.17 + 325.83)$

$= (348.34)(1000.00)$

$= 348340$

17. $\frac{(0.567)^2 - (0.433)^2}{0.567 - 0.433}$

Sol. $\frac{(0.567)^2 - (0.433)^2}{0.567 - 0.433}$

$= \frac{(0.567 - 0.433)(0.567 + 0.433)}{0.567 - 0.433}$

$= 0.567 + 0.433 = 1$

18. $\frac{(0.409)^2 - (0.391)^2}{0.409 - 0.391}$

Sol. $\frac{(0.409)^2 - (0.391)^2}{0.409 - 0.391}$

$= \frac{(0.409 - 0.391)(0.409 + 0.391)}{0.409 - 0.391}$

$= 0.409 + 0.391 = 0.800$

Solved Exercise 2.11

Factorize the following expressions:

درج ذیل کی تجزیہ کریں۔

1. $a^2 + 2ab + b^2 - c^2$

Sol. $a^2 + 2ab + b^2 - c^2$

$= (a+b)^2 - (c)^2$

$= (a+b-c)(a+b+c)$

2. $a^2 + 6ab + 9b^2 - 16c^2$

Sol. $a^2 + 6ab + 9b^2 - 16c^2$

$= (a)^2 + 2(a)(3b) + (3b)^2 - (4c)^2$

$= (a+3b)^2 - (4c)^2$

$= (a+3b-4c)(a+3b+4c)$

3. $a^2 + b^2 + 2ab - 9a^2b^2$

Sol. $a^2 + b^2 + 2ab - 9a^2b^2$

$= (a+b)^2 - (3ab)^2$

$= (a+b-3ab)(a+b+3ab)$

4. $x^2 - 4xy + 4y^2 - 9x^2y^2$

Sol. $x^2 - 4xy + 4y^2 - 9x^2y^2$

$= (x)^2 - 2(x)(2y) + (2y)^2 - (3xy)^2$

$= (x-2y)^2 - (3xy)^2$

$= (x-2y-3xy)(x-2y+3xy)$

5. $9a^2 - 6ab + b^2 - 16c^2$

Sol. $9a^2 - 6ab + b^2 - 16c^2$

$= (3a)^2 - 2(3a)(b) + (b)^2 - (4c)^2$

$= (3a-b)^2 - (4c)^2$

$= (3a-b-4c)(3a-b+4c)$

6. $a^2 - b^2 - 4b - 4$

Sol. $a^2 - b^2 - 4b - 4$

$= (a)^2 - (b+2)^2$

$= (a+(b+2))(a-(b+2))$

$= (a+b+2)(a-b-2)$

9. $2x^2 - 17x - 30$
 Sol. $2x^2 - 17x - 30$
 $= 2x^2 + 3x - 20x - 30$
 $= x(2x+3) - 10(2x+3)$
 $= (2x+3)(x-10)$

All possible pairs
 $1 \times 60 = 60$
 $2 \times 30 = 60$
 $3 \times 20 = 60$
 $4 \times 15 = 60$
 $5 \times 12 = 60$
 $6 \times 10 = 60$
 Selected pair
 $3 \times 20 = 60$

10. $3x^2 - 10xy + 8y^2$
 Sol. $3x^2 - 10xy + 8y^2$
 $= 3x^2 - 4xy - 6xy + 8y^2$
 $= x(3x-4y) - 2y(3x-4y)$
 $= (3x-4y)(x-2y)$

All possible pairs
 $1 \times 24 = 24$
 $2 \times 12 = 24$
 $3 \times 8 = 24$
 $4 \times 6 = 24$
 Selected pair
 $4 \times 6 = 24$

Solved Exercise 2.13

1. Find the cube of the following:

(i) $x+4$
 Sol. $(x+4)^3 = (x)^3 + 3(x)(4)(x+4) + (4)^3$
 $= x^3 + 12x(x+4) + 64$
 $= x^3 + 12x^2 + 48x + 64$

(ii) $2m+1$
 Sol. $(2m+1)^3 = (2m)^3 + 3(2m)(1)(2m+1) + (1)^3$
 $= 8m^3 + 6m(2m+1) + 1$
 $= 8m^3 + 12m^2 + 6m + 1$

(iii) $a-2b$
 Sol. $(a-2b)^3 = (a)^3 - 3(a)(2b)(a-2b) - (2b)^3$
 $= a^3 - 6ab(a-2b) - 8b^3$
 $= a^3 - 6a^2b + 12ab^2 - 8b^3$

(iv) $5x-1$
 Sol. $(5x-1)^3 = (5x)^3 - 3(5x)(1)(5x-1) - (1)^3$
 $= 125x^3 - 15x(5x-1) - 1$
 $= 125x^3 - 75x^2 + 15x - 1$

(v) $2a+b$
 Sol. $(2a+b)^3 = (2a)^3 + 3(2a)(b)(2a+b) + (b)^3$
 $= 8a^3 + 6ab(2a+b) + b^3$
 $= 8a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + b^3$

(vi) $3x+10$
 Sol. $(3x+10)^3 = (3x)^3 + 3(3x)(10)(3x+10) + (10)^3$
 $= 27x^3 + 90x(3x+10) + 1000$
 $= 27x^3 + 270x^2 + 900x + 1000$

(vii) $2m+3n$
 Sol. $(2m+3n)^3 = (2m)^3 + 3(2m)(3n)(2m+3n) + (3n)^3$
 $= 8m^3 + 18mn(2m+3n) + 27n^3$
 $= 8m^3 + 36m^2n + 54mn^2 + 27n^3$

(viii) $4-3a$
 Sol. $(4-3a)^3 = (4)^3 - 3(4)(3a)(4-3a) - (3a)^3$
 $= 64 - 36a(4-3a) - 27a^3$
 $= 64 - 144a + 108a^2 - 27a^3$

(ix) $3x+3y$
 Sol. $(3x+3y)^3 = (3x)^3 + 3(3x)(3y)(3x+3y) + (3y)^3$
 $= 27x^3 + 27xy(3x+3y) + 27y^3$
 $= 27x^3 + 81x^2y + 81xy^2 + 27y^3$

(x) $7+2b$
 Sol. $(7+2b)^3 = (7)^3 + 3(7)(2b)(7+2b) + (2b)^3$
 $= 343 + 42b(7+2b) + 8b^3$
 $= 343 + 294b + 84b^2 + 8b^3$

(xi) $4x-2y$
 Sol. $(4x-2y)^3 = (4x)^3 - 3(4x)(2y)(4x-2y) - (2y)^3$
 $= 64x^3 - 24xy(4x-2y) - 8y^3$
 $= 64x^3 - 96x^2y + 48xy^2 - 8y^3$

(xii) $5m+4n$
 Sol. $(5m+4n)^3 = (5m)^3 + 3(5m)(4n)(5m+4n) + (4n)^3$
 $= 125m^3 + 60mn(5m+4n) + 64n^3$
 $= 125m^3 + 300m^2n + 240mn^2 + 64n^3$

2. If $x + \frac{1}{x} = 8$, then find the value of $x^3 + \frac{1}{x^3}$
 Sol. $x^3 + \frac{1}{x^3} = (x + \frac{1}{x})^3 - 3(x)(\frac{1}{x})(x + \frac{1}{x})$
 $= 8^3 - 3(x)(\frac{1}{x})(8)$
 $= 512 - 24$
 $= 488$

Sol. $x + \frac{1}{x} = 8$
 $(x + \frac{1}{x})^3 = x^3 + 3(x)(\frac{1}{x})(x + \frac{1}{x}) + \frac{1}{x^3}$
 $= x^3 + 3(x + \frac{1}{x}) + \frac{1}{x^3}$
 $= x^3 + \frac{1}{x^3} + 3(8)$
 $512 = x^3 + \frac{1}{x^3} + 24$
 $x^3 + \frac{1}{x^3} = 512 - 24$
 $x^3 + \frac{1}{x^3} = 488$

3. If $x - \frac{1}{x} = 3$, then find the value of $x^3 - \frac{1}{x^3}$
 Sol. $x^3 - \frac{1}{x^3} = (x - \frac{1}{x})^3 + 3(x)(\frac{1}{x})(x - \frac{1}{x})$
 $= 3^3 + 3(x)(\frac{1}{x})(3)$
 $= 27 + 9$
 $= 36$

Sol. $x - \frac{1}{x} = 3$
 $(x - \frac{1}{x})^3 = x^3 - 3(x)(\frac{1}{x})(x - \frac{1}{x}) - \frac{1}{x^3}$
 $= x^3 - 3(x - \frac{1}{x}) - \frac{1}{x^3}$
 $= x^3 - \frac{1}{x^3} - 3(3)$
 $27 = x^3 - \frac{1}{x^3} - 9$
 $x^3 - \frac{1}{x^3} = 27 + 9$
 $x^3 - \frac{1}{x^3} = 36$

Sol. $x - \frac{1}{x} = 3$
 $(x - \frac{1}{x})^3 = x^3 - 3(x)(\frac{1}{x})(x - \frac{1}{x}) - \frac{1}{x^3}$
 $= x^3 - 3(x - \frac{1}{x}) - \frac{1}{x^3}$
 $= x^3 - \frac{1}{x^3} - 3(3)$
 $27 = x^3 - \frac{1}{x^3} - 9$
 $x^3 - \frac{1}{x^3} = 27 + 9$
 $x^3 - \frac{1}{x^3} = 36$

Sol. $x - \frac{1}{x} = 3$
 $(x - \frac{1}{x})^3 = x^3 - 3(x)(\frac{1}{x})(x - \frac{1}{x}) - \frac{1}{x^3}$
 $= x^3 - 3(x - \frac{1}{x}) - \frac{1}{x^3}$
 $= x^3 - \frac{1}{x^3} - 3(3)$
 $27 = x^3 - \frac{1}{x^3} - 9$
 $x^3 - \frac{1}{x^3} = 27 + 9$
 $x^3 - \frac{1}{x^3} = 36$

Sol. $x - \frac{1}{x} = 3$
 $(x - \frac{1}{x})^3 = x^3 - 3(x)(\frac{1}{x})(x - \frac{1}{x}) - \frac{1}{x^3}$
 $= x^3 - 3(x - \frac{1}{x}) - \frac{1}{x^3}$
 $= x^3 - \frac{1}{x^3} - 3(3)$
 $27 = x^3 - \frac{1}{x^3} - 9$
 $x^3 - \frac{1}{x^3} = 27 + 9$
 $x^3 - \frac{1}{x^3} = 36$

Sol. $x - \frac{1}{x} = 3$
 $(x - \frac{1}{x})^3 = x^3 - 3(x)(\frac{1}{x})(x - \frac{1}{x}) - \frac{1}{x^3}$
 $= x^3 - 3(x - \frac{1}{x}) - \frac{1}{x^3}$
 $= x^3 - \frac{1}{x^3} - 3(3)$
 $27 = x^3 - \frac{1}{x^3} - 9$
 $x^3 - \frac{1}{x^3} = 27 + 9$
 $x^3 - \frac{1}{x^3} = 36$

(3)³ = x³ - 1/x³ - 3(3)

27 = x³ + 1/x³ - 9

x³ - 1/x³ = 27 + 9

Thus, x³ - 1/x³ = 36

4. If x + 1/x = 7, then find the value of x³ + 1/x³

x³ + 1/x³ = (x + 1/x)³ - 3(x)(1/x)(x + 1/x)

Sol. x + 1/x = 7

(x + 1/x)³ = x³ + 3(x)(1/x)(x + 1/x) + 1/x³

(7)³ = x³ + 3(x + 1/x) + 1/x³

(7)³ = x³ + 1/x³ + 3(x + 1/x)

(7)³ = x³ + 1/x³ + 3(7)

343 = x³ + 1/x³ + 21

x³ + 1/x³ = 343 - 21

Thus, x³ + 1/x³ = 322

5. If x - 1/x = 2, then find the value of x³ - 1/x³

x³ - 1/x³ = (x - 1/x)³ + 3(x)(1/x)(x - 1/x)

Sol. x - 1/x = 2

(x - 1/x)³ = x³ - 3(x)(1/x)(x - 1/x) - 1/x³

(2)³ = x³ - 3(x - 1/x) - 1/x³

(2)³ = x³ - 1/x³ - 3(2)

8 = x³ - 1/x³ - 6

x³ - 1/x³ = 8 + 6

Thus, x³ - 1/x³ = 14

6. Find the cube of the following by using formula.

(i) 13
 Sol. 13 = 10 + 3
 $(10+3)^3 = (10)^3 + 3(10)(3)(10+3) + 3^3$
 $= 1000 + 90(13) + 27$
 $= 1000 + 1170 + 27$
 $= 2197$

(ii) 103
 Sol. 103 = 100 + 3
 $(100+3)^3 = (100)^3 + 3(100)(3)(100+3) + 3^3$
 $= 1000000 + 900(103) + 27$
 $= 1000000 + 92700 + 27$
 $= 1092727$

(iii) 0.99
 Sol. 0.99 = 1 - 0.01
 $(1-0.01)^3 = (1)^3 - 3(1)(0.01)(1-0.01) - (0.01)^3$
 $= 1 - 0.03(0.99) - 0.000001$
 $= 0.970299$

Try yourself!

Convert 243, 32 and 625 in exponential form. Also identify the base and exponent of each.

243 = 3⁵, 32 = 2⁵, 625 = 5⁴

Here 3⁵ is the exponential form of 243

Base = 3, Exponent = 5

Here 2⁵ is the exponential form of 32

Base = 2, Exponent = 5

Here 5⁴ is the exponential form of 625

Base = 5, Exponent = 4

Solved Exercise 2.14

1. Identify the base and exponent of each of the following:

(i) 2⁴ (ii) b²
 Ans. Base = 2 Ans. Base = b
 Exponent = 4 Exponent = 2

(iii) t⁹ (iv) mⁿ
 Ans. Base = t Ans. Base = m
 Exponent = 9 Exponent = n

2. Find the value of the following:

(i) 3⁴ (ii) 7³
 Ans. 3⁴ = 3 × 3 × 3 × 3 = 81 Ans. 7³ = 7 × 7 × 7 = 343

(iii) 13²
 Ans. 13² = 13 × 13 = 169

(iv) 2^8
Sol. $2^8 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 256$

3. Express the following in exponential form:

(i) $5 \times 5 \times 5 \times 5$

Sol. $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$

(ii) $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

Sol. $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$

(iii) $b \times b \times b \times b$

Sol. $b \times b \times b \times b = b^4$

(iv) $u \times u \times u \times v \times v$

Sol. $u \times u \times u \times v \times v = u^3 \times v^2$

(v) $7 \times 7 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11$

Sol. $7 \times 7 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 = 7^2 \times 11^4$

(vi) $a \times a \times a \times c \times c \times c \times c \times d$

Sol. $a \times a \times a \times c \times c \times c \times c \times d = a^3 \times c^4 \times d$

4. Express each of the following numbers using exponential notation:

(i) 343

Sol. $343 = 7 \times 7 \times 7 = 7^3$

(ii) 512

Sol. $512 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^9$

(iii) 729

Sol. $729 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6$

(iv) 3125

Sol. $3125 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^5$

Try yourself!

Simplify and write in exponential form:

(i) $3^4 \times 3^5$

Sol. $3^4 \times 3^5 = 3^{4+5} = 3^9$

(ii) $t^4 \times t^7$

Sol. $t^4 \times t^7 = t^{4+7} = t^{11}$

(iii) $(-6^{10}) \times (-6^{20})$

Sol. $(-6^{10}) \times (-6^{20}) = (6^{10+20}) = (6^{30})$

Simplify and write in exponential form:

(i) $2^8 + 2^3$

Sol. $2^8 + 2^3 = \frac{2^8}{2^3} = 2^8 \times 2^{-3} = 2^{5}$

Thus $2^8 + 2^3 = 2^5$

(ii) $9^{13} + 9^8$

Sol. $9^{13} + 9^8 = \frac{9^{13}}{9^8} = 9^{13} \times 9^{-8} = 9^{5}$

Thus $9^{13} + 9^8 = 9^5$

(iii) $b^{20} + b^{11}$

Sol. $b^{20} + b^{11} = \frac{b^{20}}{b^{11}} = b^{20} \times b^{-11} = b^{9}$

Thus $b^{20} + b^{11} = b^9$

Simplify and write the answer in exponential form:

(i) $(5^4)^3$

Sol. $(5^4)^3 = 5^{4 \times 3} = 5^{12}$

(ii) $(2^3)^{50}$

Sol. $(2^3)^{50} = 2^{3 \times 50} = 2^{150}$

(iii) $(8^{100})^3$

Sol. $(8^{100})^3 = 8^{100 \times 3} = 8^{300}$

Simplify and write the answer in exponential form:

(i) $4^3 \times 2^3$

Sol. $4^3 \times 2^3 = (2 \times 2)^3 \times 2^3 = (2^2)^3 \times 2^3 = 2^6 \times 2^3 = 2^{6+3} = 2^9$

(ii) $5^4 \times 8^6$

Sol. $5^4 \times 8^6 = 5^4 \times (2 \times 2 \times 2)^6 = 5^4 \times (2^3)^6 = 5^4 \times 2^{18} = 5^4 \times 2^{18}$

(iii) $2^5 \times 7^5$

Sol. $2^5 \times 7^5 = (2 \times 7)^5 = 14^5$

Convert into another form using

$$x^m + y^m = \frac{x^m}{y^m} = \left(\frac{x}{y}\right)^m$$

$x^m + y^m = \frac{x^m}{y^m} = \left(\frac{x}{y}\right)^m$

(i) $6^5 + 7^5$

Sol. $6^5 + 7^5 = \frac{6^5}{7^5} = \left(\frac{6}{7}\right)^5$

(ii) $(-2)^3 + t^3$

Sol. $(-2)^3 + t^3 = \frac{(-2)^3}{t^3} = \left(\frac{-2}{t}\right)^3$

(iii) $5^6 + 3^6$

Sol. $5^6 + 3^6 = \frac{5^6}{3^6} = \left(\frac{5}{3}\right)^6$

Simplify:

(i) b^0

Sol. $b^0 = b^{1-1} = b^1 \cdot b^{-1} = \frac{b^1}{b^1} = 1$

(ii) $(s+t)^0$

Sol. $(s+t)^0 = 1$ ($\because x^0 = 1$)

(iii) $(5x-3)^0$

Sol. $(5x-3)^0 = 1$ ($\because x^0 = 1$)

Solved Exercise 2.15

1. Using laws of exponents, simplify and write the answer in exponential form.

(i) $2^4 \times 5^4 = (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (5 \times 5 \times 5 \times 5) = (2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$

(ii) $2^4 \times 5^4$

Sol. $2^4 \times 5^4 = (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (5 \times 5 \times 5 \times 5) = (2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$

Thus $2^4 \times 5^4 = 10^4$

(ii) $(2x + 3y)(2x + 3y)$

Sol. $(2x + 3y)(2x + 3y) = (2x + 3y)^{1+1} = (2x + 3y)^2$

(iii) $(2^4)^3$

Sol. $(2^4)^3 = 2^4 \times 2^4 \times 2^4 = 2^{4+4+4} = 2^{12}$

(iv) $a^6 \times b^6$

Sol. $a^6 \times b^6 = (a \times a \times a \times a \times a \times a) \times (b \times b \times b \times b \times b \times b) = (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) = (ab)^6$

(v) $9^8 + 9^3$

Sol. $9^8 + 9^3 = \frac{9^8}{9^3} = \frac{9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9}{9 \times 9 \times 9} = 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 = 9^6$

Now $9^8 + 9^3 = 9^{8-3} = 9^5$ ($\because x^m \div x^n = x^{m-n}$)

(vi) $t^4 \times t^3$

Sol. $t^4 \times t^3 = (t \times t \times t \times t) \times (t \times t \times t) = t \times t \times t \times t \times t \times t \times t = t^7$

(vii) $\frac{3^7}{3^4 \times 3^3}$

Sol. $\frac{3^7}{3^4 \times 3^3} = \frac{3^7}{3^{4+3}} = \frac{3^7}{3^7} = 3^7 \div 3^7 = 3^{7-7} = 3^0 = 1$

(viii) $\frac{2^4 \times a^5}{2^3 \times a^2}$

Sol. $\frac{2^4 \times a^5}{2^3 \times a^2} = (2^4 \times a^5) \div (2^3 \times a^2) = 2^{4-3} \times a^{5-2} = 2^1 \times a^3 = 2a^3$

(ix) $a^4 \times a^9$

Sol. $a^4 \times a^9 = a^{4+9} = a^{13}$

(x) $5^0 \times 3^0$

Sol. $5^0 \times 3^0 = 1 \times 1 = 1$

(xi) $((5^2)^3 \times 5^4) \div 5^7$

Sol. $((5^2)^3 \times 5^4) \div 5^7 = (5^{2 \times 3} \times 5^4) \div 5^7 = (5^6 \times 5^4) \div 5^7 = (5^{6+4}) \div 5^7 = 5^{10} \div 5^7 = 5^{10-7} = 5^3$

(xii) $\frac{x^2 y^5}{xy^4}$

Sol. $\frac{x^2 y^5}{xy^4} = x^{2-1} \times y^{5-4} = x^1 \times y^1 = x \times y = xy$

2. Simplify:

(i) $\frac{2x^4 y^{-4}}{8x^7 y^3}$

Sol. $\frac{2x^4 y^{-4}}{8x^7 y^3} = \frac{2 \times x^4 \times y^{-4}}{2^3 \times x^7 \times y^3} = \frac{2^1 \times x^4 \times y^{-4} \times 2^{-3} \times x^{-7} \times y^{-3}}{2^{1-3} \times x^{4-7} \times y^{-4-3}} = \frac{1}{2^2 \times x^3 y^7} = \frac{1}{4x^3 y^7}$

(ii) $\frac{x^{-4}}{y^{-8}}$

Sol. $\frac{x^{-4}}{y^{-8}} = \frac{y^8}{x^4}$

(iii) $\frac{6x^7}{2x^4}$

Sol. $\frac{6x^7}{2x^4} = \frac{3x^7}{x^4} = 3x^7 \times x^{-4} = 3 \times x^{7-4} = 3x^3$

(iv) $(27)^{\frac{1}{3}}$

Sol. $(27)^{\frac{1}{3}} = (3 \times 3 \times 3)^{\frac{1}{3}} = (3^3)^{\frac{1}{3}} = 3^{3 \times \frac{1}{3}} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

(v) $(32x^{10})^{\frac{2}{5}}$

Sol. $(32x^{10})^{\frac{2}{5}} = (2^5 \times x^{10})^{\frac{2}{5}} = (2^5)^{\frac{2}{5}} \times (x^{10})^{\frac{2}{5}} = 2^{5 \times \frac{2}{5}} \times x^{10 \times \frac{2}{5}} = 2^2 \times x^4 = 4x^4$

(vi) $(81a^4)^{\frac{3}{4}}$

Sol. $(81a^4)^{\frac{3}{4}} = (3^4 \times a^4)^{\frac{3}{4}} = (3^4)^{\frac{3}{4}} \times (a^4)^{\frac{3}{4}} = 3^{4 \times \frac{3}{4}} \times a^{4 \times \frac{3}{4}} = 3^3 \times a^3 = 27a^3$

(vii) $2x^{-2} y^3 \times 2x^3 y$

Sol. $2x^{-2} y^3 \times 2x^3 y = 2 \times 2 \times x^{-2} \times x^3 \times y^3 \times y = 2^2 \times x^{-2+3} \times y^{3+1} = 4 \times x \times y^4 = 4xy^4$

(viii) $\frac{(2^3)^2 \times 7^1}{8^3 \times 7^{-1}}$
 Sol. $\frac{(2^3)^2 \times 7^1}{8^3 \times 7^{-1}} = \frac{2^{6+1} \times 7^1}{(2^3)^3 \times 7^{-1}}$
 $= \frac{2^{7+1} \times 7^1}{2^{9+1} \times 7^{-1}}$
 $= \frac{2^{8+1} \times 7^1}{2^{10+1} \times 7^{-1}}$
 $= \frac{2^9 \times 7^1}{2^{11} \times 7^{-1}} = \frac{2^9 \times 7^1}{2^{11} \times 7^{-1}}$
 $= \frac{2^9 \times 7^1}{2^2 \times 7^4} = \frac{2^9 \times 7^1}{2^2 \times 7^4} = \frac{2^7 \times 7^0}{7^3} = \frac{128}{343}$

(ix) $\frac{3^5 \times a^7 b^4}{3^3 \times a^3 b^2}$
 Sol. $\frac{3^5 \times a^7 b^4}{3^3 \times a^3 b^2} = \frac{3^{5-3} \times a^{7-3} \times b^{4-2}}{3^{3-3} \times a^{3-3} \times b^{2-2}}$
 $= \frac{3^2 \times a^4 \times b^2}{1 \times 1 \times 1} = 9a^4 b^2$

Solved Exercise 2.16

1. Express each numbers in standard form.

(i) 5.18×10^7
 Sol. $5.18 \times 10^7 = 5.18 \times 10000000 = 51800000$

(ii) 9.203×10^{-10}
 Sol. $9.203 \times 10^{-10} = \frac{9.203}{10^{10}} = \frac{9.203 \times 1}{10000000000} = 0.0000000009203$

(iii) 2.169×10^8
 Sol. $2.169 \times 10^8 = 2.169 \times 100000000 = 216900000$

(iv) 7.2×10^5
 Sol. $7.2 \times 10^5 = 7.2 \times 100000 = 720000$

(v) 5.4×10^{-6}
 Sol. $5.4 \times 10^{-6} = \frac{5.4}{10^6} = \frac{5.4}{1000000} = 0.0000054$

(vi) 5.4105×10^{-12}
 Sol. $5.4105 \times 10^{-12} = \frac{5.4105}{10^{12}} = \frac{5.4105}{1000000000000} = 0.0000000000054105$

2. Express each number in scientific notation.

(i) 5620000
 Sol. $5620000 = 5.62 \times 10^6$

(ii) 0.0000014
 Sol. $0.0000014 = \frac{14}{10000000} = \frac{14}{10^7} = 1.4 \times 10^{-7}$

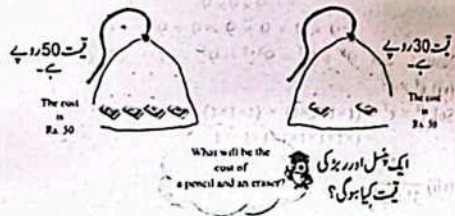
(iii) 874020000
 Sol. $874020000 = 8.7402 \times 10^8$

(iv) 7,586,000,000,000,000
 Sol. $7,586,000,000,000,000 = 7.586 \times 10^{15}$

(v) 4,460,500,000,000
 Sol. $4,460,500,000,000 = 4.4605 \times 10^{12}$

(vi) 0.0000000000995
 Sol. $0.0000000000995 = \frac{995}{10^{13}} = 9.95 \times 10^{-11}$

**Sub-Domain (iii):
 Linear Equations and Inequalities**



Let x = cost of a pencil
 y = cost of an eraser
 $3x + 4y = 50$ (i)
 $2x + 2y = 30$ (ii)
 $x = 15 - y$ (Put in (i))
 $3(15 - y) + 4y = 50$
 $y = 5$
 So, the cost of an eraser is Rs.5.

Can you find the cost of a pencil?
 Put $y = 5$ in (ii)
 $2x + 2(5) = 30$
 $2x = 20$
 $x = 10$
 So, the cost of a pencil is Rs.10.

Try yourself!

If $k = 7$ and $\ell = 5$, What will be the value of P
 when $P = \frac{3k\ell}{5}$?
 $P = \frac{3 \times 7 \times 5}{5} = 21$
 Sol. $P = \frac{3k\ell}{5}$
 Substitute $\ell = 5$ and $k = 7$ in the above equation.
 $P = \frac{3 \times 7 \times 5}{5} = 21$

$P = \frac{3 \times 7 \times 5}{5} = 21$

Solved Exercise 2.17

1. Write each equation in slope - Intercept form. Also find the slope and y-intercept.

(i) $10x + 35 = -5y$
 Sol. $10x + 35 = -5y$
 $-5y = 10x + 35$
 $y = \frac{10x}{-5} + \frac{35}{-5}$
 $y = -2x - 7$
 Which is slope-intercept form
 Slope = -2, y-intercept = (0, -7)

(ii) $x + 4y = 8$
 Sol. $x + 4y = 8$
 $4y = -x + 8$
 $y = \frac{-x}{4} + \frac{8}{4}$
 $y = -\frac{1}{4}x + 2$
 Which is slope-intercept form
 Slope = -1/4, y-intercept = (0, 2)

(iii) $-8x + y = 5$
 Sol. $-8x + y = 5$
 $y = 8x + 5$
 Which is slope-intercept form
 Slope = 8, y-intercept = (0, 5)

(iv) $2y - 8 = 6x$
 Sol. $2y - 8 = 6x$
 $2y = 6x + 8$
 $y = \frac{6x}{2} + \frac{8}{2}$
 $y = 3x + 4$
 Which is slope-intercept form
 Slope = 3, y-intercept = (0, 4)

(v) $3y = 15x + 9$
 Sol. $3y = 15x + 9$
 $y = \frac{15x}{3} + \frac{9}{3}$
 $y = 5x + 3$
 Which is slope-intercept form
 Slope = 5, y-intercept = (0, 3)

(vi) $3 = \frac{x}{4} + y$
 Sol. $3 = \frac{x}{4} + y$
 $\frac{x}{4} + y = 3$
 $y = -\frac{x}{4} + 3$

Which is slope-intercept form
 Slope = -1/4, y-intercept = (0, 3)

2. If $2x + y = 4$, then find the value of y when $x = 13$
 Sol. $2x + y = 4$
 Substitute $x = 13$ in the above equation.
 $2(13) + y = 4$
 $26 + y = 4$
 $y = 4 - 26$
 $y = -22$

3. If $2y - 7x = -3$, then find the value of y when $x = 3$
 Sol. $2y - 7x = -3$
 Substitute $x = 3$ in the above equation.
 $2y - 7(3) = -3$
 $2y - 21 = -3$
 $2y = -3 + 21$
 $2y = 18$
 $y = \frac{18}{2} = 9$

4. If $7y - 10x - 70 = 0$, then find the value of x when $y = -1$
 Sol. $7y - 10x - 70 = 0$
 Substitute $y = -1$ in the above equation.
 $7(-1) - 10x - 70 = 0$
 $-7 - 10x - 70 = 0$
 $-10x - 77 = 0$
 $-10x = 77$
 $x = -\frac{77}{10} = -7.7$

5. Make y the subset of each of the following.
 (i) $m - y = s$
 Sol. $m - y = s$
 $-y = -m + s$
 $y = m - s$

Where "y" is the required subject.

(ii) $\frac{y+3}{2} = x$

Sol. $\frac{y+3}{2} = x$

$y+3 = 2x$
 $y = 2x-3$

Where "y" is the required subject.

(iii) $\frac{x+y}{6} = 2$

Sol. $\frac{x+y}{6} = 2$

$x+y = 12$
 $y = 12-x$

Where "y" is the required subject.

(iv) $y^2 + x = 7$

Sol. $y^2 + x = 7$

$y^2 = 7-x$
 $y = \sqrt{7-x}$

Where "y" is the required subject.

(v) $\frac{y}{2} = 4x-7$

Sol. $\frac{y}{2} = 4x-7$

$y = 2(4x-7)$

Where "y" is the required subject.

(vi) $10-2y = 3x$

Sol. $10-2y = 3x$

$-2y = 3x-10$
 $y = -\frac{1}{2}(3x-10)$
 $y = -\frac{3x}{2} + 5$

Where "y" is the required subject.

(vii) $2+3y = ax+b$

Sol. $2+3y = ax+b$

$3y = ax+b-2$
 $y = \frac{1}{3}(ax+b-2)$

Where "y" is the required subject.

(viii) $x = 2(y+3)$

Sol. $x = 2(y+3)$

$\frac{x}{2} = y+3$
 $\frac{x}{2} - 3 = y$
 $y = \frac{x}{2} - 3$

Where "y" is the required subject.

6. If $P = a + b + c$, make b the subject of the formula and find b when $P = 40$, $a = 10$ and $c = 7$.

Sol. $P = a + b + c$
 $b = P - a - c$

Where "b" is the required subject

Now, put the values of P, a, c we get

$b = 40 - 10 - 7$
 $b = 23$

7. If $A = \frac{h}{2}(a+b)$, make h the subject of the formula. Also find h when $a = 4$, $b = 8$ and $A = 24$.

$A = \frac{h}{2}(a+b)$

Sol. $A = \frac{h}{2}(a+b)$

$2A = h(a+b)$

$h = \frac{2A}{a+b}$

Where "h" is the required subject.

Now, put the values of A, a, b we get

$h = \frac{2(24)}{4+8}$
 $h = \frac{48}{12}$
 $h = 4$

8. If $y = \frac{3x-9}{2}$, make x the subject. Also find value of x when $y = 3$.

Sol. $y = \frac{3x-9}{2}$

$2y = 3x-9$
 $2y+9 = 3x$
 $3x = 2y+9$

$x = \frac{1}{3}(2y+9)$

$x = \frac{2}{3}y + 3$

Where 'x' is the required subject.

Now, put the value of y, we get

$x = \frac{2}{3}(6) + 3 = 4 + 3 = 7$

$x = \frac{2}{3}(3) + 3$
 $x = 2 + 3$
 $x = 5$

9. Use the formula $y = 100 - \frac{100}{1+x}$ to find the value of y when $x = 19$.

$y = 100 - \frac{100}{1+x}$

Sol. $y = 100 - \frac{100}{1+x}$

Put the value of x, we get

$y = 100 - \frac{100}{1+19}$

$y = 100 - \frac{100}{20}$

$y = 100 - 5$

$y = 95$

Solved Exercise 2.18

1. Determine the quadrant of the coordinate plane in which the following points lie:

$J(3, -7)$, $K(5, 9)$, $L(-4, 4)$, $M(-8, -2)$

Sol. $J(3, -7)$, $K(5, 9)$, $L(-4, 4)$, $M(-8, -2)$

$J(3, -7)$ is in quadrant IV

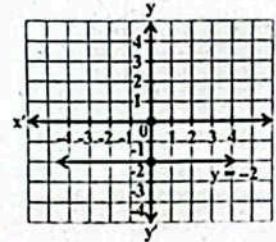
$K(5, 9)$ is in quadrant I

$L(-4, 4)$ is in quadrant II

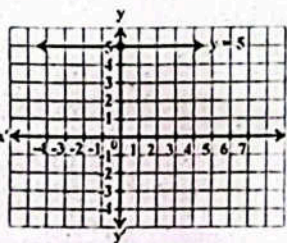
$M(-8, -2)$ is in quadrant III

2. Draw the graph of each of the following.

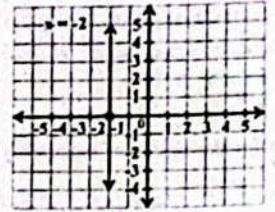
(i) $y = -2$



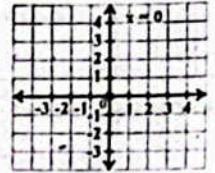
(ii) $y = 5$



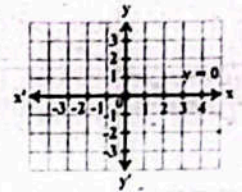
(iii) $x = -2$



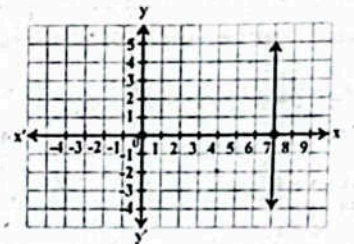
(iv) $x = 0$



(v) $y = 0$



(vi) $x = 7$

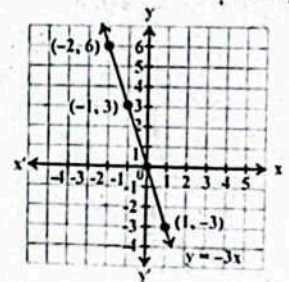


(vii) $y = -3x$

Sol. Table for the points of equation $y = -3x$ is given below.

x	-2	-1	0	1
y	6	3	0	-3

The graph of the equation $y = -3x$ is.



The graph of the equation $y = -3x$ is the straight line, it passes through the origin $(0, 0)$ and having slope -3 .

سادات $y = -3x$ کا گراف ایک خط مستقیم ہے۔ یہ مبدأ $(0, 0)$ سے گزرتا ہے۔ جس کی سلوپ (Slope) -3 ہے۔

(viii) $y = \frac{1}{2}x$

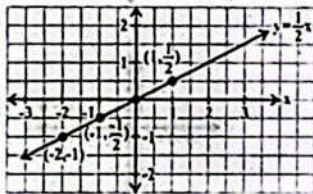
Sol. Table for the points of equation $y = \frac{1}{2}x$ is given below.

سادات $y = \frac{1}{2}x$ کے نقاط کا جدول درج ذیل میں دیا گیا ہے۔

x	-2	-1	0	1
y	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$

The graph of the equation $y = \frac{1}{2}x$ is.

سادات $y = \frac{1}{2}x$ کا گراف ہے۔



The graph of the equation $y = \frac{1}{2}x$ is a straight line.

It passes through the origin $(0, 0)$ and having slope $\frac{1}{2}$.

سادات $y = \frac{1}{2}x$ کا گراف ایک خط مستقیم ہے۔ یہ مبدأ $(0, 0)$ سے گزرتا ہے اور اس کی

سلوپ (Slope) $\frac{1}{2}$ ہے۔

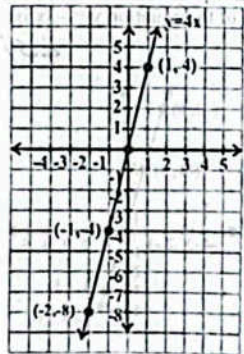
(ix) $4x - y = 0$
Sol. $4x - y = 0$
 $y = 4x$

Table for the points of equation $y = 4x$ is given below.

x	-2	-1	0	1
y	-8	-4	0	4

The graph of the equation $y = 4x$ is.

سادات $y = 4x$ کا گراف ہے۔



The graph of the equation $y = 4x$ is the straight line. It passes through the origin $(0, 0)$ and having slope 4.

سادات $y = 4x$ کا گراف ایک خط مستقیم ہے۔ یہ مبدأ $(0, 0)$ سے گزرتا ہے اور اس کی سلوپ (Slope) 4 ہے۔

(x) $2x - y = 4$

Sol. $2x - y = 4$
 $y = 2x - 4$

Here $m = 2, c = -4$ یہاں

Put $x = 0, 1, 2, 3$ into $y = 2x - 4$.

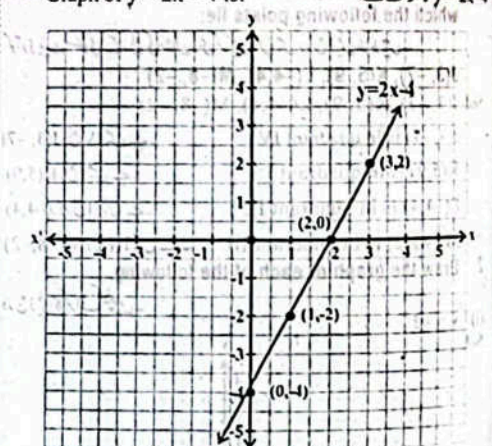
سادات $y = 2x - 4$ میں $x = 0, 1, 2, 3$ کو درج کرنے سے

$x = 0$	$x = 1$	$x = 2$	$x = 3$
$y = 2(0) - 4$	$y = 2(1) - 4$	$y = 2(2) - 4$	$y = 2(3) - 4$
$y = 0 - 4$	$y = 2 - 4$	$y = 4 - 4$	$y = 6 - 4$
$y = -4$	$y = -2$	$y = 0$	$y = 2$
$(0, -4)$	$(1, -2)$	$(2, 0)$	$(3, 2)$

Table for the above points is given below.

x	0	1	2	3
y	-4	-2	0	2

Graph of $y = 2x - 4$ is:



We see that $y = 2x - 4$ represents the straight line which does not pass through the origin $(0, 0)$ having slope $m = 2$ and y -intercept $(0, -4)$.

ہم دیکھتے ہیں کہ $y = 2x - 4$ ایک خط مستقیم ہے جو مبدأ $(0, 0)$ سے نہیں گزرتا۔ اس کی سلوپ (Slope) $m = 2$ اور y -intercept $(0, -4)$ ہے۔

(xi) $y = -3x + 3$

Sol. Here $m = -3, c = 3$ یہاں

Put $x = 0, 1, 2, 3$ into $y = -3x + 3$.

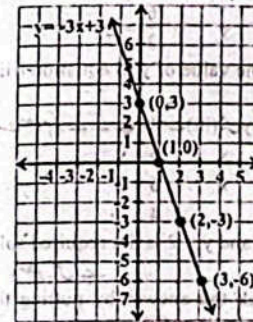
سادات $y = -3x + 3$ میں $x = 0, 1, 2, 3$ کو درج کرنے سے

$x = 0$	$x = 1$	$x = 2$	$x = 3$
$y = -3(0) + 3$	$y = -3(1) + 3$	$y = -3(2) + 3$	$y = -3(3) + 3$
$y = 0 + 3$	$y = -3 + 3$	$y = -6 + 3$	$y = -9 + 3$
$y = 3$	$y = 0$	$y = -3$	$y = -6$
$(0, 3)$	$(1, 0)$	$(2, -3)$	$(3, -6)$

Table for the above points is given below.

x	0	1	2	3
y	3	0	-3	-6

Graph of $y = -3x + 3$ is:



We see that $y = -3x + 3$ represents the straight line which does not pass through the origin $(0, 0)$ having slope $m = -3$ and y -intercept $(0, 3)$.

ہم دیکھتے ہیں کہ $y = -3x + 3$ ایک خط مستقیم ہے جو مبدأ $(0, 0)$ سے نہیں گزرتا۔ اس کی سلوپ (Slope) $m = -3$ اور y -intercept $(0, 3)$ ہے۔

Try yourself!

A piece of wood was 36cm long. It was cut into 3 pieces. The lengths in cm are $2x - 1, x + 4$ and $x + 5$. What is length of the longest piece?

ایک ٹکڑی کا کٹھا 36cm لمبا تھا۔ اس کو 3 حصوں میں کاٹا گیا۔ پہلی ٹکڑی میں $2x - 1$ ، دوسری میں $x + 4$ اور تیسری میں $x + 5$ cm لمبائی تھیں۔ سب سے لمبے ٹکڑے کی لمبائی کیا ہے؟

Sol. Length of wood = 36cm

Lengths of pieces are $2x - 1, x + 4, x + 5$

ٹکڑوں کی لمبائیاں $2x - 1, x + 4, x + 5$ ہیں۔

The equation can be written as:

$2x - 1 + x + 4 + x + 5 = 36$

$2x + x + x - 1 + 4 + 5 = 36$

$4x + 8 = 36$

$4x = 36 - 8$

$4x = 28$

$x = 7$

Length of first piece = $2x - 1$

پہلے ٹکڑے کی لمبائی = $2(7) - 1 = 13$ cm

Length of second piece = $x + 4$

دوسرے ٹکڑے کی لمبائی = $7 + 4 = 11$ cm

Length of third piece = $x + 5$

تیسرے ٹکڑے کی لمبائی = $7 + 5 = 12$ cm

So, the first piece with length $2x - 1$ was the longest

which was 13cm long.

لہذا پہلا ٹکڑا جس کی لمبائی $2x - 1$ تھی سب سے لمبا تھا، جس کی لمبائی 13cm تھی۔

Solved Exercise 2.19

1. Write equations for the following statements.

نیچے دیے گئے بیانات کے لیے مساواتیں لکھیں۔

(i) The difference between father's age and daughter's age is 26 years.

والد کی عمر اور بیٹی کی عمر کا فرق 26 سال ہے۔

Sol. Difference between age of father and daughter = 26 years

والد اور بیٹی کی عمر کا فرق

Let father's age = x

daughter's age = y

سادات لکھا جاسکتا ہے

$x - y = 26$

(ii) The price of 6 biscuits is equal to the price of one chocolate.

6 بیکٹوں کی قیمت برابر ہے ایک چاکلیٹ کی قیمت کے۔

Sol. Let the price of a biscuit = x

price of a chocolate = y

سادات لکھا جاسکتا ہے

$6x = y$

(iii) If a number is added to three times of another number, the sum is 25.

اگر ایک عدد کو دوسرے عدد کے 3 گنا میں جمع کریں تو مجموعہ 25 ہے۔

Sol. Let a number = x

another number = y

سادات لکھا جاسکتا ہے

$x + 3y = 25$

(iv) The division of sum of two numbers by their difference is equal to 1 (2^{nd} number is less than 1^{st})

دو اعداد کے مجموعے سے ان اعداد کے فرق کی تقسیم 1 ہے (دوسرا عدد پہلے عدد سے چھوٹا ہے)

Sol. Let the first number = x

second number = y

سادات لکھا جاسکتا ہے

$\frac{x + y}{x - y} = 1$

(v) Twice of any age increased by 7 years becomes y years.

کسی عمر کے دوگنا میں 7 سال کا اضافہ کرنے سے y سال بنتے ہیں۔

Sol. Let age = x year

سادات لکھا جاسکتا ہے

$2x + 7 = y$

2. Write simultaneous linear equations for the following statements.

دیے گئے بیانات کے لیے متوازی مساواتیں لکھیں۔

(i) The sum of two numbers is 10 and their difference is 2.

دو اعداد کا مجموعہ 10 اور ان کا فرق 2 ہے۔

Sol. Let the first number = x

Second number = y

Sum of the numbers = 10

Difference of the numbers = 2

$\therefore x - y = 2$

Hence simultaneous linear equations are:

یہں متزامک ررگی ساداتمں ہں۔

$x + y = 10 ; x - y = 2$

(ii) If double the age of son is added to the age of father, the sum is 54. But if double the age of father is added to the age of son, the sum is 92.

اگر بچے کی عمر کا دو گنا والد کی عمر میں جمع کیا جائے تو مجموعہ 54 ہے لیکن اگر والد کی عمر کا دو گنا بچے کی عمر میں جمع کیا جائے تو مجموعہ 92 ہے۔

Sol. Let age of son = x

Age of father = y

Sum of double the age of son and father's age = 54

بچے کی عمر کا دو گنا والد کی عمر کا مجموعہ

$\therefore 2x + y = 54$

Sum of double the age of father and son's age = 92

والد کی عمر کا دو گنا بچے کی عمر کا مجموعہ

$2y + x = 92$

Hence simultaneous linear equations are:

یہں متزامک ررگی ساداتمں ہں۔

$2x + y = 54$

$x + 2y = 92$

(iii) One pen and two erasers cost Rs.45 and 2 pens and 3 erasers cost Rs.80.

ایک پن اور دو رز 45 روپے کے ہیں اور 2 پن اور 3 رز 80 روپے کے ہیں۔

Sol. Let the cost of pen = x

Cost of an eraser = y

Cost of one pen and two eraser = 45

ایک پن اور دو رز کی قیمت

$\therefore x + 2y = 45$

Cost of 2 pens and 3 erasers = 80

2 پن اور 3 رز کی قیمت

$\therefore 2x + 3y = 80$

Hence simultaneous linear equations are:

یہں متزامک ررگی ساداتمں ہں۔

$x + 2y = 45$

$2x + 3y = 80$

Try yourself!

• $x + y = 6$ and $2x + 5y = 18$, what are the values of x and y ?

؟ $x + y = 6$ اور $2x + 5y = 18$ اور y کی قیمتیں کیا ہیں؟

Sol. $x + y = 6$ (i)

$2x + 5y = 18$ (ii)

Step1: Find the value of x or y from any of the given equations.

پہلا قدم: دی گئی ساداتوں میں سے کسی ایک سے x یا y کی قیمت معلوم کریں۔

From equation (i)

$x + y = 6 \Rightarrow x = 6 - y$ (iii)

Step2: Substitute the value of x in equation (ii)

دوسرا قدم: مساوات (ii) میں x کی قیمت درج کریں۔

$2x + 5y = 18$

$\Rightarrow 2(6 - y) + 5y = 18$

$\Rightarrow 12 - 2y + 5y = 18$

$\Rightarrow 12 + 3y = 18$

$\Rightarrow 3y = 18 - 12 = 6$

$\Rightarrow y = \frac{6}{3} = 2$

Step3: Put the value of y in equation (iii) to find the value of x .

$x = 6 - y$

$x = 6 - 2$

$x = 4$

Hence $x = 4$ and $y = 2$ is the required solution.

یہاں $x = 4$ اور $y = 2$ مطلوبہ حل ہے۔

Step4: Check the answer by putting the values in any equation, i.e. in (i) or (ii).

پہلا قدم: جواب کی پڑتال کے لیے کسی بھی مساوات یعنی (i) یا (ii) میں قیمتیں درج کریں۔

$x + y = 6$ (from (i) سے)

L.H.S. = $4 + 2$

= $6 =$ R.H.S

• $(-1, 0)$ and $(3, 1)$

Which of the following equation is satisfied by both of these pair of numbers (x, y) ?

مقابلہ میں سے کون سی مساوات کی ان دونوں اعداد (x, y) کے جوڑے کو تصدیق کرتی ہے؟

(i) $x + y = -1$

Sol. $x + y = -1$

L.H.S. = $x + y$ (i)

For point $(-1, 0)$

Substitute $x = -1$ and $y = 0$ in above equation

مقابلہ مساوات میں $x = -1$ اور $y = 0$ درج کریں۔

L.H.S. = $-1 + 0 = -1 =$ R.H.S.

For point $(3, 1)$

Substitute $x = 3$ and $y = 1$ in equation (i)

L.H.S. = $3 + 1 = 4 \neq$ R.H.S.

Hence, $x + y = -1$ is not satisfied by both of the pair of numbers (x, y)

لہذا مساوات $x + y = -1$ کے جوڑے کو تصدیق نہیں کرتی۔

(ii) $x + 2y = 5$

Sol. $x + 2y = 5$

L.H.S. = $x + 2y$ (i)

For point $(-1, 0)$

Substitute $x = -1$ and $y = 0$ in equation (i)

مساوات (i) میں $x = -1$ اور $y = 0$ درج کریں۔

L.H.S. = $(-1) + 2(0)$

= $-1 + 0 \neq$ R.H.S.

Hence $x + 2y = 5$ is not satisfied by both of the pair of numbers (x, y) .

لہذا $x + 2y = 5$ کے جوڑے کو تصدیق نہیں کرتی۔

(iii) $x - 3y = 0$

Sol. $x - 3y = 0$

L.H.S. = $x - 3y$ (i)

For point $(-1, 0)$

Substitute $x = -1$ and $y = 0$ in equation (i)

L.H.S. = $-1 - 3(0)$

= $-1 \neq$ R.H.S.

Hence $x - 3y = 0$ is not satisfied by both of the pair of numbers (x, y) .

(iv) $x - 4y = -1$

Sol. $x - 4y = -1$

L.H.S. = $x - 4y$ (i)

For point $(-1, 0)$

Substitute $x = -1$ and $y = 0$ in equation (i)

L.H.S. = $(-1) - 4(0)$

= $-1 =$ R.H.S.

For point $(3, 1)$

Substitute $x = 3$ and $y = 1$ in equation (i)

L.H.S. = $(3) - 4(1)$

= $3 - 4 = -1 =$ R.H.S.

Hence equation $x - 4y = -1$ is satisfied by both of the pair of numbers (x, y) .

پہلا قدم: x کے عدد کی سرگور برابر کرنے کے لیے مساوات (2) کے دونوں طرف سے ضرب دی

پہلا قدم: x کے عدد کی سرگور برابر کرنے کے لیے مساوات (2) کے دونوں طرف سے ضرب دی

Solved Exercise 2.20

1. Find the solution set by using the method of elimination.

(i) $2x + 5y = -1$
 $x - 2y = 4$

Sol. $2x + 5y = -1$ (1)

$x - 2y = 4$ (2)

Step1: Multiply both sides of equation (2) by 2 to make the coefficient of x equal.

$2(x - 2y) = 4 \times 2$
 $2x - 4y = 8$ (3)

Step2: subtract equation (3) from equation (1) to find the value of one variable

دوسرا قدم: ایک متضام کی قیمت معلوم کرنے کے لیے مساوات (3) کو مساوات (1) سے تفریق کریں۔

$2x + 5y = -1$

$\pm 2x - 4y = 8$

$9y = -9$

$y = -1$

Step3: Put the value of "y" in equation (i) or (2) to find the value of x .

تیسرا قدم: x کی قیمت معلوم کرنے کے لیے "y" کی قیمت کو مساوات (1) یا (2) میں درج کریں۔

$x - 2y = 4$ (2)

$x - 2(-1) = 4$

$x + 2 = 4$

$x = 2$

Thus $x = 2$ and $y = -1$ is the required solution.

پہلا قدم: x اور $y = -1$ کے لیے مساوات (1) میں درج کریں۔

Step4: Check the answer by placing the values of x and y in any equation

L.H.S. = $2(2) + 5(-1)$

$4 - 5 = -1 =$ R.H.S.

(ii) $x + y = 2$, $x - y = 0$

Sol. $x + y = 2$ (1)

$x - y = 0$ (2)

Step1: We can see that coefficients of y are already same

Step2: Add equation (1) and (2)

$x + y = 2$

$\pm x - y = 0$

$2x = 2$

$x = 1$

Step3: Put the value of "x" in equation (1) or (2) to find the value of y .

تیسرا قدم: y کی قیمت معلوم کرنے کے لیے مساوات (1) یا (2) میں x کی قیمت درج کریں۔

$x + y = 2$

$1 + y = 2$

$y = 1$

Thus, $x = 1$ and $y = 1$ is the required solution.

پہلا قدم: $x = 1$ اور $y = 1$ مطلوبہ حل ہے۔

Step4: Check this answer by placing the values of x and y in any equation

L.H.S. = $x + y = 2$

= $1 + 1 = 2 =$ R.H.S.

(iii) $2x + 3y = 3$

$x + 5y = 5$

Sol. $2x + 3y = 3$ (1)

$x + 5y = 5$ (2)

Step1: Multiply both sides of equation (2) by 2 to make the coefficient of x equal.

$2(x + 5y) = 5 \times 2$

$2x + 10y = 10$ (3)

Step2: Subtract equation (1) from equation (3)

$2x + 10y = 10$

$\pm 2x + 3y = 3$

$7y = 7$

$y = 1$

Step3: Put the value of "y" in equation (1) or (2) to find the value of x .

پہلا قدم: x کی قیمت معلوم کرنے کے لیے مساوات (1) اور (2) کو جمع کریں
 $x + 5y = 5$
 $x + 5(1) = 5$
 $x = 0$

Thus, $x = 0$ and $y = 1$ is the required solution.

پہلا قدم: $x = 0$ اور $y = 1$ کی قیمتیں درج کریں

Step4: Check the answer by placing the values of x and y in any equation

پہلا قدم: x اور y کی قیمتیں درج کر کے مساوات (1) اور (2) میں درج کریں
 $x + 5y = 5$
L.H.S. = $x + 5y$
 $= 0 + 5(1)$
 $= 5 = \text{R.H.S.}$

(iv) $x - 4y = 4$

$4x - y = 16$

Sol. $x - 4y = 4$ _____ (1)

$4x - y = 16$ _____ (2)

Step1: Multiply both sides of equation (1) by 4 to make coefficients of x equal.

پہلا قدم: x کے ہمدلی کرنا یا x کی قیمتیں درج کرنے کے لیے مساوات (1) کے دونوں طرف 4 سے ضرب دیں

$4(x - 4y) = 4 \times 4$

$4x - 16y = 16$ _____ (3)

Step2: Subtract equation (3) from equation (2) to find the value of one variable.

دوسرا قدم: ایک متضرب کی قیمت معلوم کرنے کے لیے مساوات (3) کو مساوات (2) سے تفریق کریں۔

$4x - y = 16$
 $\pm 4x \mp 16y = \pm 16$
 $15y = 0$
 $y = 0$

Step3: Put the value of "y" in equation (1) or (2) to find the value of x.

تیسرا قدم: x کی قیمت معلوم کرنے کے لیے مساوات (1) اور (2) میں y کی قیمت درج کریں

$x - 4y = 4$ _____ (1)
 $x - 4(0) = 4$
 $x = 4$

Thus $x = 4$ and $y = 0$ is the required solution.

پہلا قدم: $x = 4$ اور $y = 0$ کی قیمتیں درج کریں

Step4: Check this answer by placing the values of x and y in any equation

چوتھا قدم: جواب کی قیمتیں درج کر کے مساوات (1) اور (2) میں درج کریں

$x - 4y = 4$
L.H.S. = $x - 4y$
 $= 4 - 4(0)$
 $= 4 = \text{R.H.S.}$

(v) $2x - 3y = 6$

$3x + 5y = 0$

Sol. $2x - 3y = 6$ _____ (1)

$3x + 5y = 0$ _____ (2)

Step1: Multiply equation (1) by 3 and equation (2) by 2 to make coefficient of x equal.

پہلا قدم: x کے ہمدلی کرنا یا x کی قیمتیں درج کرنے کے لیے مساوات (1) اور (2) کو جمع کریں

$3(2x - 3y) = 3 \times 6$
 $6x - 9y = 18$ _____ (3)
 $2(3x + 5y) = 2 \times 0$
 $6x + 10y = 0$ _____ (4)

Step2: Subtract equation (3) from equation (4) to find the value of one variable.

دوسرا قدم: ایک متضرب کی قیمت معلوم کرنے کے لیے مساوات (3) کو مساوات (4) سے تفریق کریں

$6x + 10y = 0$
 $\pm 6x \mp 9y = \pm 18$
 $19y = -18$
 $y = \frac{-18}{19}$

Step3: Put the value of "y" in equation (1) or (2) to find the value of x.

تیسرا قدم: x کی قیمت معلوم کرنے کے لیے مساوات (1) اور (2) میں y کی قیمت درج کریں

$2x - 3y = 6$
 $2(x) - 3\left(\frac{-18}{19}\right) = 6 \Rightarrow 2(x) + \frac{54}{19} = 6$

$2x = 6 - \frac{54}{19} \Rightarrow 2x = \frac{114 - 54}{19}$

$2x = \frac{60}{19} \Rightarrow x = \frac{30}{19}$

Thus, $x = \frac{30}{19}$ and $y = \frac{-18}{19}$ is the required solution

پہلا قدم: $x = \frac{30}{19}$ اور $y = \frac{-18}{19}$ کی قیمتیں درج کریں

Step4: Check the answer by placing the values of x and y in any equation

چوتھا قدم: جواب کی قیمتیں درج کر کے مساوات (1) اور (2) میں درج کریں

$2x - 3y = 6$
L.H.S. = $2x - 3y$
 $= 2\left(\frac{30}{19}\right) - 3\left(\frac{-18}{19}\right)$
 $= \frac{60}{19} + \frac{54}{19} = 6 = \frac{60 + 54}{19} = 6$
 $= \frac{114}{19} = 6 = \text{R.H.S.}$

(vi) $3x - 4y = 7$

$5x + y = 27$

Sol. $3x - 4y = 7$ _____ (1)

$5x + y = 27$ _____ (2)

Step1: Multiply equation (2) by 4 to make coefficient of y equal.

پہلا قدم: y کے ہمدلی کرنا یا y کی قیمتیں درج کرنے کے لیے مساوات (2) کو 4 سے ضرب دیں

$4(5x + y) = 4 \times 27$

$20x + 4y = 108$ _____ (3)

Step2: Add equations (1) and (3) to find the value of one variable.

دوسرا قدم: ایک متضرب کی قیمت معلوم کرنے کے لیے مساوات (1) اور (3) کو جمع کریں
 $3x - 4y = 7$
 $20x + 4y = 108$
 $23x = 115$
 $x = 5$

Step3: Put the value of "x" in equation (1) or (2) to find the value of y.

تیسرا قدم: y کی قیمت معلوم کرنے کے لیے x کی قیمت کو مساوات (1) اور (2) میں درج کریں
 $5x + y = 27$
 $5(5) + y = 27$
 $25 + y = 27$
 $y = 2$

Thus $x = 5$ and $y = 2$ is required solution

پہلا قدم: $x = 5$ اور $y = 2$ کی قیمتیں درج کریں

Step4: Check the answer by placing the values of x and y in any equation.

چوتھا قدم: جواب کی قیمتیں درج کر کے مساوات (1) اور (2) میں درج کریں

$5x + y = 27$
L.H.S. = $5x + y$
 $= 5(5) + 2$
 $= 27 = \text{R.H.S.}$

2. Find the solution set by using the method of substitution.

(i) $2x + 2y = 5$
 $x - 2y = 3$

Sol. $2x + 2y = 5$ _____ (1)
 $x - 2y = 3$ _____ (2)

Step1: Find the value of x or y from any of the given equations.

پہلا قدم: دی گئی مساواتوں میں سے کسی ایک سے x یا y کی قیمت معلوم کریں۔

مساوات (2) سے

From equation (2)
 $x - 2y = 3$
 $\Rightarrow x = 2y + 3$ _____ (3)

دوسرا قدم: مساوات (1) میں x کی قیمت درج کریں۔

Step2: Substitute the value of x in equation (1)
 $2x + 2y = 5$
 $2(2y + 3) + 2y = 5$
 $\Rightarrow 4y + 6 + 2y = 5$
 $\Rightarrow 6y + 6 = 5$
 $\Rightarrow 6y = -1$
 $\Rightarrow y = \frac{-1}{6}$

Step3: Put the value of "y" in equation (3) to find the value of x.

تیسرا قدم: x کی قیمت معلوم کرنے کے لیے مساوات (3) میں y کی قیمت درج کریں۔

$x = 2y + 3$
 $= 2\left(\frac{-1}{6}\right) + 3 = \frac{-1}{3} + 3 = \frac{-1 + 9}{3} = \frac{8}{3}$

Hence $x = \frac{8}{3}, y = \frac{-1}{6}$ is the required solution.

پہلا قدم: $x = \frac{8}{3}$ اور $y = \frac{-1}{6}$ کی قیمتیں درج کریں

Step4: Check the answer by putting the values in any equation i.e. (1) or (2)

چوتھا قدم: جواب کی قیمتیں درج کر کے مساوات (1) اور (2) میں درج کریں۔

$x - 2y = 3$

L.H.S. = $\frac{8}{3} - 2\left(\frac{-1}{6}\right) = \frac{8}{3} + \frac{1}{3}$
 $= \frac{8 + 1}{3} = \frac{9}{3} = 3 = \text{R.H.S.}$

(ii) $5x + 2y = 15, -2x + y = 4$

Sol. $5x + 2y = 15$ _____ (1)

$-2x + y = 4$ _____ (2)

Step1: Find the value of x or y from any of the given equation.

پہلا قدم: دی گئی مساواتوں میں سے کسی ایک سے x یا y کی قیمت معلوم کریں۔

مساوات (2) سے

From equation (2)
 $-2x + y = 4$
 $y = 2x + 4$ _____ (3)

Step2: Substitute the value of "y" in equation (1)

دوسرا قدم: مساوات (1) میں y کی قیمت درج کریں۔
 $5x + 2y = 15$
 $\Rightarrow 5x + 2(2x + 4) = 15$
 $\Rightarrow 5x + 4x + 8 = 15$
 $\Rightarrow 9x = 7$
 $\Rightarrow x = \frac{7}{9}$

Step3: Put the value of "x" in equation (3)

تیسرا قدم: مساوات (3) میں x کی قیمت درج کریں۔

$y = 2x + 4$
 $= 2 \times \frac{7}{9} + 4 = \frac{14}{9} + 4$
 $y = \frac{14 + 36}{9} = \frac{50}{9}$

Hence $x = \frac{7}{9}$ and $y = \frac{50}{9}$ is the required solution.

پہلا قدم: $x = \frac{7}{9}$ اور $y = \frac{50}{9}$ کی قیمتیں درج کریں

Step4: Check the answer by putting values in any equation i.e. in (1) or (2).

چوتھا قدم: جواب کی قیمتیں درج کر کے مساوات (1) اور (2) میں درج کریں۔

پہلا قدم: $x = \frac{7}{9}$ اور $y = \frac{50}{9}$ کی قیمتیں درج کریں

$5x + 2y = 15$
L.H.S. = $5x + 2y$
 $= 5 \times \frac{7}{9} + 2\left(\frac{50}{9}\right)$

$$= \frac{35}{9} + \frac{100}{9} = \frac{35+100}{9} = \frac{135}{9} = 15 = \text{R.H.S}$$

(iii) $6x + y = 2$, $x - 4y = 15$

Sol. $6x + y = 2$ (1)
 $x - 4y = 15$ (2)

Step1: Find the value of x or y from any of the given equations.

پہلا قدم: دی گئی ساداتوں میں سے کسی ایک سے x یا y کی قیمت معلوم کریں۔

From equation (2)

$$x - 4y = 15$$

$$x = 4y + 15$$
 (3)

Step2: Substitute the value of "x" in equation (1)

دوسرا قدم: سادات (1) میں x کی قیمت درج کریں۔

$$6x + y = 2$$

$$\Rightarrow 6(4y + 15) + y = 2$$

$$\Rightarrow 24y + 90 + y = 2$$

$$\Rightarrow 25y + 90 = 2$$

$$\Rightarrow 25y = -88$$

$$y = \frac{-88}{25}$$

Step3: Put the value of y in equation (3) to find the value of x.

تیسرا قدم: x کی قیمت معلوم کرنے کے لیے y کی قیمت سادات (3) میں درج کریں۔

$$x = 4y + 15$$

$$= 4\left(\frac{-88}{25}\right) + 15 = \frac{-352}{25} + 15$$

$$= \frac{-352 + 375}{25} = \frac{23}{25}$$

Hence $x = \frac{23}{25}$ and $y = \frac{-88}{25}$ is the required solution.

یہیں $x = \frac{23}{25}$ اور $y = \frac{-88}{25}$ مطلوبہ حل ہے۔

Step4: Check the answer by putting the values in any equation i.e. in (1) or (2).

چوتھا قدم: جواب کی تصدیق کے لیے قیمتوں کو کسی بھی سادات (1) یا (2) میں درج کریں۔

$$x - 4y = 15$$

$$\text{L.H.S} = \frac{23}{25} - 4\left(\frac{-88}{25}\right)$$

$$= \frac{23}{25} + \frac{352}{25}$$

$$= \frac{23 + 352}{25} = \frac{375}{25} = 15 = \text{R.H.S}$$

(iv) $2x + 7y = 10$, $3x + y = 3$

Sol. $2x + 7y = 10$ (1)

$$3x + y = 3$$
 (2)

Step1: Find the value of x and y from any of the given equations.

پہلا قدم: دی گئی ساداتوں میں سے کسی ایک سے x یا y کی قیمت معلوم کریں۔

From equation (2)

$$3x + y = 3$$

$$y = 3 - 3x$$
 (3)

Step2: Substitute the value of "y" in equation (1)

دوسرا قدم: سادات (1) میں y کی قیمت درج کریں۔

$$2x + 7y = 10$$

$$\Rightarrow 2x + 7(3 - 3x) = 10$$

$$\Rightarrow 2x + 21 - 21x = 10$$

$$\Rightarrow -19x = 10 - 21$$

$$\Rightarrow -19x = -11$$

$$\Rightarrow x = \frac{11}{19}$$

Step3: Put the value of x in equation (3) to find the value of y.

تیسرا قدم: y کی قیمت معلوم کرنے کے لیے سادات (3) میں x کی قیمت درج کریں۔

$$y = 3 - 3x$$

$$= 3 - 3\left(\frac{11}{19}\right)$$

$$= \frac{57 - 33}{19} = \frac{24}{19}$$

Hence $x = \frac{11}{19}$ and $y = \frac{24}{19}$ is the required solution.

یہیں $x = \frac{11}{19}$ اور $y = \frac{24}{19}$ مطلوبہ حل ہے۔

Step4: Check the answer by putting the values in any equation i.e. (1) or (2).

چوتھا قدم: جواب کی تصدیق کے لیے قیمتوں کو کسی بھی سادات (1) یا (2) میں درج کریں۔

$$3x + y = 3$$

$$\text{L.H.S} = 3\left(\frac{11}{19}\right) + \frac{24}{19}$$

$$= \frac{33}{19} + \frac{24}{19} = \frac{33 + 24}{19}$$

$$= \frac{57}{19} = 3 = \text{R.H.S}$$

(v) $2x - 4y = -10$, $y - 5x = -5$

Sol. $2x - 4y = -10$ (1)

$$y - 5x = -5$$
 (2)

Step1: Find the value of x or y from any of the given equations.

پہلا قدم: دی گئی ساداتوں میں سے کسی ایک سے x یا y کی قیمت معلوم کریں۔

From equation (2)

$$y - 5x = -5$$

$$y = 5x - 5$$
 (3)

Step2: Substitute the value of y in equation (1)

دوسرا قدم: سادات (1) میں y کی قیمت درج کریں۔

$$2x - 4y = -10$$

$$\Rightarrow 2x - 4(5x - 5) = -10$$

$$\Rightarrow 2x - 20x + 20 = -10$$

$$\Rightarrow -18x + 20 = -10$$

$$\Rightarrow -18x = -30$$

$$\Rightarrow x = \frac{30}{18} = \frac{5}{3}$$

$$x = \frac{5}{3}$$

Step3: Put the value of x in equation (3) to find the value of y.

تیسرا قدم: y کی قیمت معلوم کرنے کے لیے x کی قیمت سادات (3) میں درج کریں۔

$$y = 5x - 5$$

$$y = 5\left(\frac{5}{3}\right) - 5 = \frac{25}{3} - 5 = \frac{25 - 15}{3} = \frac{10}{3}$$

Hence $x = \frac{5}{3}$ and $y = \frac{10}{3}$ is the required solution.

یہیں $x = \frac{5}{3}$ اور $y = \frac{10}{3}$ مطلوبہ حل ہے۔

Step4: Check the answer by putting the values in any equation i.e. in (1) or (2).

چوتھا قدم: جواب کی تصدیق کے لیے قیمتوں کو کسی بھی سادات (1) یا (2) میں درج کریں۔

$$y - 5x = -5$$

$$\text{L.H.S} = y - 5x$$

$$= \frac{10}{3} - 5\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{10}{3} - \frac{25}{3} = \frac{10 - 25}{3} = \frac{-15}{3}$$

$$= -5 = \text{R.H.S}$$

(vi) $x + 8y = 15$, $3x - y = 0$

Sol. $x + 8y = 15$ (1)

$$3x - y = 0$$
 (2)

Step1: Find the value of x or y from any of the given equations.

پہلا قدم: دی گئی ساداتوں میں سے کسی ایک سے x یا y کی قیمت معلوم کریں۔

From equation (2)

$$3x - y = 0$$

$$y = 3x$$
 (3)

Step2: Substitute the value of y in equation (1)

دوسرا قدم: سادات (1) میں y کی قیمت درج کریں۔

$$x + 8y = 15$$

$$\Rightarrow x + 8(3x) = 15$$

$$\Rightarrow x + 24x = 15$$

$$\Rightarrow 25x = 15$$

$$\Rightarrow x = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

Step3: Put the value of "x" in equation (3) to find the value of y.

تیسرا قدم: y کی قیمت معلوم کرنے کے لیے سادات (3) میں x کی قیمت درج کریں۔

$$y = 3x$$

$$y = 3\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{9}{5}$$

Hence $x = \frac{3}{5}$ and $y = \frac{9}{5}$ is required solution.

یہیں $x = \frac{3}{5}$ اور $y = \frac{9}{5}$ مطلوبہ حل ہے۔

Step4: Check the answer by putting the values in any equation i.e. in (1) or (2).

چوتھا قدم: جواب کی تصدیق کے لیے قیمتوں کو کسی بھی سادات (1) یا (2) میں درج کریں۔

$$\text{L.H.S} = 3\left(\frac{3}{5}\right) - \frac{9}{5}$$

$$= \frac{9}{5} - \frac{9}{5} = 0 = \text{R.H.S}$$

3. Find the solution set by using the graphical method.
 گراف کے طریقے سے حل میں معلوم کریں۔

(i) $2x - y = 2$
 $x + y = 4$

Sol. Given equations can be written as—
 $y = 2x - 2$ (1)
 $y = 4 - x$ (2)

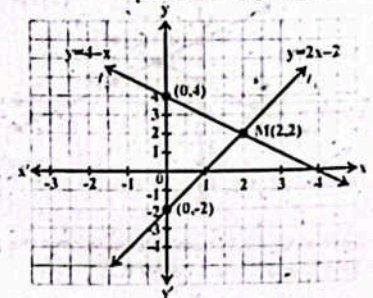
Table of value

x	0	2
y	-2	2

x	0	2
y	4	2

By putting the points, we get the following graph.

نما کو بنا کر کرنے سے ہمیں درج ذیل گراف حاصل ہوتا ہے۔



The solution of the system of equations is the point M where both ℓ_1 and ℓ_2 meet i.e. M(2, 2).

ساداتوں کا حل نقطہ M ہے جہاں ℓ_1 اور ℓ_2 آپس میں ملتے ہیں یعنی M(2, 2)

(ii) $3x - y = 1$

$$2x + y = 4$$

Sol. Given equation can be written as—
 $y = 3x - 1$ (1)
 $y = 4 - 2x$ (2)

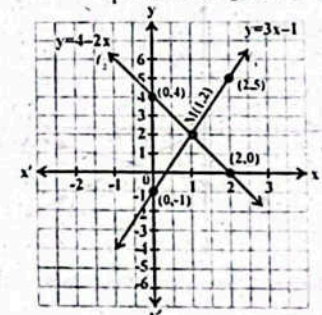
Table of value

x	0	2
y	-1	5

x	0	2
y	4	0

By putting the points, we get the following graph.

نما کو بنا کر کرنے سے ہمیں درج ذیل گراف حاصل ہوتا ہے۔



The solution of the system of equations is the point M where both ℓ_1 and ℓ_2 meet M(1, 2).

ساداتوں کا حل نقطہ M ہے جہاں ℓ_1 اور ℓ_2 آپس میں ملتے ہیں یعنی M(1, 2)

Solved Exercise 2.21 حل شد

(iii) $-x + y = 1$
 $x + y = 3$

Sol. Given equation can be written as - یہی مساواتیں کسی بائیں ہیں۔

$y = 1 + x$

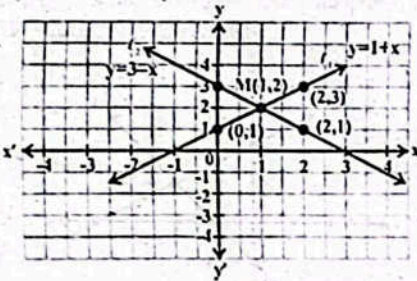
$y = 3 - x$

Table of value

x	0	2
y	1	3

x	0	2
y	3	1

By putting the points, we get the following graph.



The solution of the system of equations is the point M where both ℓ_1 and ℓ_2 meet i.e. $M(1, 2)$.

$M(1, 2)$ ساداتوں کا نقطہ M ہے جہاں ℓ_1 اور ℓ_2 آپس میں ٹکرتی ہیں یعنی $M(1, 2)$

(iv) $x - 4y = 3$
 $2x + 4y = 0$

Sol. Given equation can be written as - یہی مساواتیں کسی بائیں ہیں۔

$y = \frac{1}{4}x - \frac{3}{4}$

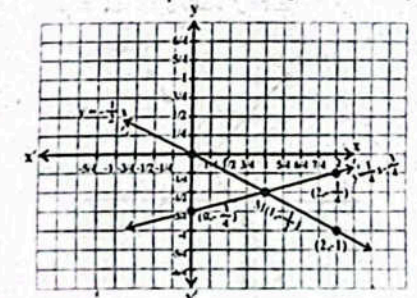
$y = -\frac{1}{2}x$

Table of value

x	0	2
y	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{4}$

x	0	2
y	0	-1

By putting the points, we get the following graph.



The solution of the system of equations is the point M where both ℓ_1 and ℓ_2 meet $M(1, -\frac{1}{2})$.

$M(1, -\frac{1}{2})$ ساداتوں کا نقطہ M ہے جہاں ℓ_1 اور ℓ_2 آپس میں ٹکرتی ہیں یعنی $M(1, -\frac{1}{2})$

$M(1, -\frac{1}{2})$ ساداتوں کا نقطہ M ہے جہاں ℓ_1 اور ℓ_2 آپس میں ٹکرتی ہیں یعنی $M(1, -\frac{1}{2})$

4. The difference of two numbers is 4. The sum of twice of one number and 3 times of the other number is 43. Find the numbers.

دو اعداد کا فرق 4 ہے ایک عدد کے دو گنا میں دوسرے کے تین گنا کو جمع کرنے سے 43 حاصل ہوتا ہے۔ اعداد معلوم کریں۔

Sol. Suppose first number = x

Another number = y

According to the given condition

$x - y = 4$ (1)

$2x + 3y = 43$ (2)

Multiply equation (1) by 2 - مساوات (1) کو (2) سے ضرب کریں۔

$2x - 2y = 8$ (3)

Subtract equation (3) from (2)

$2x + 3y = 43$

$\pm 2x - 2y = \pm 8$

$5y = 35$

$y = 7$

Put $y = 7$ in equation (1)

$x - 7 = 4$

$x - 7 = 4$

$x = 11$

Thus, 11 and 7 are required numbers.

پس، 11 اور 7 مطلوبہ اعداد ہیں۔

5. Samla is 7 years older than Amina. Find their ages

when $\frac{1}{4}$ of Samla's age is equal to the $\frac{1}{2}$ of Amina's age.

سمیلا، آمینا سے 7 سال بڑی ہے۔ ان کی عمریں معلوم کریں جب سمیلا کی عمر کا $\frac{1}{4}$ آمینا کی عمر کے $\frac{1}{2}$ کے برابر ہو۔

Sol. Let Samia's age = x years

Amina's age = y years

According to given condition

$x - 7 = y$ (1)

$\frac{x}{4} = \frac{y}{2}$ (2)

From (2)

$x = 2y$ (3)

Put $x = 2y$ in equation (1)

$2y - 7 = y$

$y = 7$ years

Put $y = 7$ in equation (3)

$x = 2 \times 7$

$x = 14$ years

Thus Samia's age is 14 years and Amina's age is 7 years

پس، سمیلا کی عمر 14 سال اور آمینا کی عمر 7 سال ہے۔

6. 5 years ago Ahsan's age was 7 times of Shakeel's age but after 3 years Ahsan's age will be 4 times of Shakeel's age. Calculate their ages.

5 سال پہلے احسان کی عمر کھلیل کی عمر کا 7 گنا تھی۔ لیکن 3 سال بعد احسان کی عمر کھلیل کی عمر کا 4 گنا ہو جائے گی۔ ان کی عمریں معلوم کریں۔

Sol. Suppose that Ahsan's age is "x" years and Shakeel's age is "y" years.

فرض کیا احسان کی عمر x سال اور کھلیل کی عمر y سال ہے۔

Then according to the given condition

Ahsan's age = 7 (Shakeel's age) (1)

$x - 5 = 7(y - 5)$

$x - 5 = 7y - 35$

$x - 7y = -35 + 5$

$x - 7y = -30$ (1)

After 3 years their ages will be

Ahsan's age = (x + 3) years,

Shakeel's age = (y + 3) years.

Then according to the given condition,

Ahsan's age = 4 (Shakeel's age) (2)

$x + 3 = 4(y + 3)$

$x + 3 = 4y + 12$

$x - 4y = 12 - 3$

$x - 4y = 9$ (2)

By solving equation (1) and equation (2)

$x - 7y = -30$

$\pm x \mp 4y = \pm 9$

$-3y = -39$ (By subtracting)

$3y = 39$

$y = \frac{39}{3} = 13$

Put the value of y in equation (2)

$x - 4y = 9$

$x - 4(13) = 9$

$x - 52 = 9$

$x = 9 + 52 = 61$

Thus Ahsan's age = 61 years and Shakeel's age = 13 years.

پس، احسان کی عمر 61 سال اور کھلیل کی عمر 13 سال ہے۔

7. The denominator of a fraction is 5 more than the numerator. But if we subtract 2 from the numerator

and the denominator of the fraction, we get $\frac{1}{6}$. Find the fraction.

ایک کسر کا خراب لہاس کے شمار کنندہ سے 5 زیادہ ہے۔ لیکن اگر اس کے شمار کنندہ اور خراب میں سے

2 تفریق کریں تو ہمیں $\frac{1}{6}$ کسر حاصل ہوتی ہے۔ کسر معلوم کریں۔

Sol. Suppose numerator = x

Denominator = y, Fraction = $\frac{x}{y}$ = ?

According to given condition

$y = x + 5$ (1)

$\frac{x - 2}{y - 2} = \frac{1}{6}$

$6(x - 2) = y - 2$

$6x - 12 = y - 2$

$6x - y = 10$ (2)

$6x - y = 10$

$6x - y = 10$

$6x - y = 10$

$6x - y = 10$

$6x - y = 10$

$6x - y = 10$

$$\frac{x-2}{y-2} = \frac{1}{6} \quad (2)$$

From equation (1)

$$y = x + 5$$

$$\Rightarrow x = y - 5 \quad (3)$$

From equation (2)

$$\frac{x-2}{y-2} = \frac{1}{6}$$

$$6(x-2) = y-2$$

$$6x - 12 = y - 2$$

$$6x = y - 2 + 12$$

$$6x = y + 10 \quad (4)$$

Subtract equation (3) from equation (4), we get

سادات (3) کو (4) سے تفریق کریں۔

$$6x = y + 10$$

$$\pm x = \pm y \mp 5$$

$$5x = 15$$

$$x = \frac{15}{5} = 3$$

Put $x = 3$ in equation (3), we get

$x = 3$ سادات (1) میں درج کرنے سے ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$x = y - 5$$

$$3 = y - 5$$

$$\Rightarrow y = 3 + 5 = 8$$

Hence the required fraction is $\frac{3}{8}$ ہیں مطلوبہ کسر $\frac{3}{8}$ ہے

8. Fida bought 3kg melons and 4kg mangoes for Rs.470. Anam bought 5kg melons and 6kg mangoes for Rs. 730. Calculate the price of melons and mangoes per kg.

فدائے نے 3 کلوگرام خربوزے اور 4 کلوگرام آم 470 روپے میں خریدے۔ انہی نے 5 کلوگرام خربوزے اور 6 کلوگرام آم 730 روپے میں خریدے۔ خربوزوں اور آموں کی کئی کلوگرام قیمت معلوم کریں۔

Sol. Let price of melon per kg = x rupees

فرض کیا خربوزے کی کئی کلوگرام قیمت

Price of mangoes per kg = y rupees

آم کی قیمت کی کلوگرام

سوال کی شرط کے مطابق

$$3x + 4y = 470 \quad (1)$$

$$\text{اور اور } 5x + 6y = 730 \quad (2)$$

Multiply equation (1) by 5 and equation (2) by 3

سادات (1) کو 5 سے اور سادات (2) کو 3 سے ضرب کرنے سے

$$15x + 20y = 2350 \quad (3)$$

$$15x + 18y = 2190 \quad (4)$$

By solving equation (3) and (4), subtracting (4) from (3).

سادات (3) اور (4) کو حل کرتے ہوئے (4) کو (3) میں سے تفریق کریں۔

$$15x + 20y = 2350$$

$$\text{Subtract } \pm 15x \pm 18y = \pm 2190$$

$$2y = 160$$

$$y = 80$$

Put $y = 80$ in equation (1)

$y = 80$ سادات (1) میں درج کرنے سے

$$3x + 4(80) = 470$$

$$3x = 470 - 320$$

$$3x = 150 \Rightarrow x = 50$$

Price of melons per kg = $x = 50$ rupees

خربوزے کی قیمت کی کلوگرام

Price of mangoes per kg = $y = 80$ rupees

آم کی قیمت کی کلوگرام

9. The cost of 2 footballs and 10 basketballs is Rs.2300 and the cost of 7 footballs and 5 basketballs is Rs.2650. Calculate the price of each football and basketball.

دونوں ہالوں اور 10 ہاسکٹ بالوں کی قیمت 2300 روپے ہے اور 7 ہالوں اور 5 ہاسکٹ بالوں کی قیمت 2650 روپے ہے۔ ہر ایک ہال اور ہاسکٹ بال کی قیمت معلوم کریں۔

Sol. Let cost of football = x

فرض کیا ہال کی قیمت = x

Cost of a basket ball = y

ہال کی ہاسکٹ بال کی قیمت

$$2x + 10y = 2300 \quad (1)$$

$$\text{اور اور } 7x + 5y = 2650 \quad (2)$$

Multiply equation (2) by 2

سادات (2) کو 2 سے ضرب کرنے سے

$$14x + 10y = 5300 \quad (3)$$

Subtract equation (1) from equation (3)

سادات (1) کو سادات (3) سے تفریق کرنے سے

$$14x + 10y = 5300$$

$$\pm 2x \pm 10y = \pm 2300$$

$$12x = 3000$$

$$x = 250$$

Put $x = 250$ in equation (1)

$x = 250$ سادات (1) میں درج کرنے سے

$$2(250) + 10y = 2300$$

$$10y = 2300 - 500$$

$$10y = 1800$$

$$y = 180$$

Sol. Cost of a football = $x = 250$ rupees.

ایک ہال کی قیمت

Cost of a basketball = $y = 180$ rupees.

ایک ہاسکٹ بال کی قیمت

10. If numerator and denominator of a fraction are

Increased by 1, the fraction becomes $\frac{2}{3}$ and if

numerator and denominator of same fraction are

decreased by 2, it becomes $\frac{1}{3}$. Find the fraction.

اگر کسی کسر کے شمار کنندہ اور مخرب میں 1 کا اضافہ کیا جائے تو کسر $\frac{2}{3}$ حاصل ہوتی ہے اور اگر اس

کسر کے مخرب اور شمار کنندہ میں 2 کی کمی کریں تو کسر $\frac{1}{3}$ ہوتی ہے۔ کسر معلوم کریں۔

Sol. Let numerator = x

فرض کیا شمار کنندہ = x

Denominator = y

$$\text{Fraction} = \frac{x}{y} = ?$$

According to given condition

سوال کی شرط کے مطابق

$$\frac{x+1}{y+1} = \frac{2}{3} \quad (1)$$

$$\frac{x-2}{y-2} = \frac{1}{3} \quad (2)$$

From (1)

$$3x + 3 = 2y + 2$$

$$3x = 2y - 1 \quad (3)$$

From (2)

$$3x - 6 = y - 2$$

$$3x = y + 4 \quad (4)$$

Subtract (3) from (4)

$$3x = y + 4$$

$$\pm 3x \pm 2y \mp 1$$

$$0 = -y + 5$$

$$y = 5$$

Put $y = 5$ in equation (3) $y = 5$ سادات (3) میں درج کرنے سے۔

$$3x = 2(5) - 1$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

So, Fraction = $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$ لہذا

11. If numerator and denominator of a fraction are

decreased by 1, the fraction becomes $\frac{1}{2}$. If

numerator and denominator of the same fraction are

decreased by 3, it becomes $\frac{1}{4}$. Find the fraction.

اگر کسی کسر کے شمار کنندہ اور مخرب میں 1 کی کمی کی جائے تو کسر $\frac{1}{2}$ حاصل ہوتی ہے اور اگر اس

کسر کے مخرب اور شمار کنندہ میں 3 کی کمی کریں تو کسر $\frac{1}{4}$ حاصل ہوتی ہے۔ کسر معلوم کریں۔

Sol. Let numerator = x

فرض کیا شمار کنندہ = x

and Denominator = y

$$\text{Fraction} = \frac{x}{y} = ?$$

According to given statement

سوال کی شرط کے مطابق

$$\frac{x-1}{y-1} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\text{اور اور } \frac{x-3}{y-3} = \frac{1}{4} \quad (2)$$

From equation (1)

$$2x - 2 = y - 1$$

$$2x = y + 1 \quad (3)$$

From equation (2)

$$4x - 12 = y - 3$$

$$4x = y + 9 \quad (4)$$

Subtract equation (3) from equation (4)

سادات (3) کو سادات (4) سے تفریق کریں۔

$$4x = y + 9$$

$$\pm 2x \pm y \pm 1$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

Put $x = 4$ in equation (3) $x = 4$ سادات (3) میں درج کریں۔

$$2 \times 4 = y + 1$$

$$8 = y + 1$$

$$y = 7$$

$$\text{Fraction} = \frac{x}{y} = \frac{4}{7}$$

Try yourself! خود آزمائی

Solve: $9x - 6 < 4x + 9$

حل کریں۔

Sol. $9x - 6 < 4x + 9$

$9x < 4x + 15$ (Adding 6 to each side دونوں طرف 6 جمع کرنے سے)

$5x < 15$ (Subtracting $4x$ to each side دونوں طرف $4x$ تفریق کرنے سے)

$x < 3$ (Multiply each side by $\frac{1}{5}$ دونوں طرف $\frac{1}{5}$ سے ضرب دینے سے)

Hence, the solution set = $\{x | x < 3\}$ ہیں حل میٹ

Solved Exercise 2.22 حل شدہ مشق 2.22

1. Solve:

حل کریں۔

(i) $x - 3 < 2$

Sol. $x - 3 < 2$

$$x - 3 + 3 < 2 + 3$$

$$x < 5$$

Hence, the solution set = $\{x | x < 5\}$ ہیں حل میٹ

(ii) $-7x < 49$

Sol. $-7x < 49$

$$\frac{-7x}{-7} > \frac{49}{-7}$$

$$x > -7$$

Hence, the solution set = $\{x | x > -7\}$ ہیں حل میٹ

(iii) $4x \geq 16$

Sol. $4x \geq 16$

$$\frac{4x}{4} \geq \frac{16}{4}$$

$$x \geq 4$$

Hence, the solution set = $\{x | x \geq 4\}$ ہیں حل میٹ

(iv) $5x + 5 < -15$

Sol. $5x + 5 < -15$

$$5x + 5 - 5 < -15 - 5$$

$$5x < -20$$

$$\frac{5x}{5} < \frac{-20}{5}$$

$$x < -4$$

Hence, the solution set = $\{x | x < -4\}$ ہیں حل میٹ

(v) 3x - 1 > 17

Sol. 3x - 1 > 17

3x - 1 + 1 > 17 + 1

3x > 18

$\frac{3x}{3} > \frac{18}{3}$

x > 6

Hence, the solution set = {x|x > 6} = نہیں ملے گی

(vi) -x + 3 < 6

Sol. -x + 3 < 6

-x + 3 - 3 < 6 - 3

-x < 3

$\frac{-x}{-1} \geq \frac{3}{-1}$

x ≥ -3

Hence, the solution set = {x|x ≥ -3} = نہیں ملے گی

2. Solve and show the solution on number line:

حل کریں اور حل کو نمبر لائن پر دکھائیں

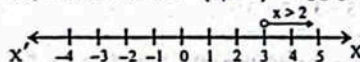
(i) 5x > 2x + 6

Sol. 5x > 2x + 6

or 3x > 6

or x > 2

Hence, the solution set = {x|x > 2} = نہیں ملے گی



(ii) 7x + 6 < 5x

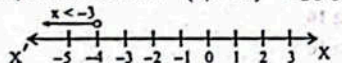
Sol. 7x + 6 < 5x

or 7x < 5x - 6

or 2x < -6

or x < -3

Hence, the solution set = {x|x < -3} = نہیں ملے گی

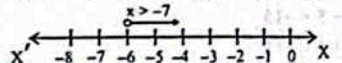


(iii) -3x < 21

Sol. -3x < 21

or x > -7

Hence, the solution set = {x|x > -7} = نہیں ملے گی

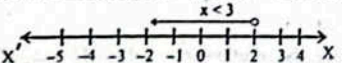


(iv) -9x > -27

Sol. -9x > -27

or x < 3

Hence, the solution set = {x|x < 3} = نہیں ملے گی



Solved Review Exercise 2

1. Four options are given against each statement. Encircle the correct one.

چاروں کے سامنے چار جملے دیئے گئے ہیں۔ درست کے گرد دائرہ لگائیں۔

(i) The general term of the arithmetic sequence is:

- (a) a + nd (b) a + (n - 1)d (c) ar^{n-1} (d) ar^n

(ii) Which term of the geometric sequence 3, 6, 12, 24, ... is 384?

- (a) 7 (b) 8 (c) 9 (d) 10

(iii) The 5th term of the sequence a_n = 2n + 3 is

- (a) -13 (b) -7 (c) 7 (d) 13

(iv) Find the missing term in 7, 11, 13, 17, 19, ... 25:

- (a) 20 (b) 21 (c) 22 (d) 23

(v) In the arithmetic sequence 7, 10, 13, ..., the 20th term is:

- (a) 59 (b) 56 (c) 66 (d) 64

(vi) Polynomial 3y^2 is:

- (a) Linear (b) Quadratic (c) Cubic (d) Biquadratic

(vii) The square of 99 by formula is:

- (a) (100)^2 - 2(100)(1) + (1)^2 (b) (100)^2 + 2(100)(1) + (1)^2 (c) (100)^2 + 2(100)(1) - (1)^2 (d) (100)^2 - 2(100)(1) - (1)^2

(viii) If x + 1/x = 9, then x^2 + 1/x^2 = ?

- (a) 81 (b) 18 (c) 27 (d) 79

(ix) The factorization of 4x^2 - 12xy + 9y^2 is:

- (a) (2x + 3y)(2x - 3y) (b) (2x - 3y)(2x - 3y) (c) (2x + 3y)(2x + 3y) (d) None of these

(x) Simplified form of (100 - 99^0) 100 is:

- (a) 10000 (b) 100 (c) 9900 (d) 99000

(xi) If 3y - x = 4, find the value of y, when x = 2:

- (a) 4 (b) 3 (c) 2 (d) 1/2

(xii) Make x the subject in y = -2x + 1:

- (a) (1+y)/2 (b) (y-1)/2 (c) (1-y)/2 (d) 2(1+y)

(xiii) If x + y = 6, x - y = 2, then x = ?

- (a) 4 (b) 2 (c) 6 (d) 8

(xiv) The line y = -7x passes through:

- (a) (0, 7) (b) (7, 0) (c) (0, 0) (d) (7, 7)

(xv) If 7x < -14, then:

- (a) x > -2 (b) x > -1/2 (c) x > 1/2 (d) x < -2

2. Find the next two terms.

- (i) 12, 14, 17, 21, ...

Sol. 12, 14, 17, 21, 26, 32

Here the difference between 1st and 2nd term is 2 i.e. 14 - 12 = 2 and 1 added continuously in next difference.

یہاں ہر اگلے اور دوسرے رقم کا فرق 2 ہے یعنی 14 - 12 = 2 اور اگلے رقم کے فرق میں 1 جمع ہوتا ہے۔

So, 5th term = 21 + 5 = 26

6th term = 26 + 6 = 32

Hence 12, 14, 17, 21, 26, 32

(ii) 1, 3, 9, ...

Sol. 1, 3, 9, 27, 81

Here every next term is obtained by multiplying previous term by 3.

یہاں ہر اگلے رقم پچھلے رقم کو 3 سے ضرب دینے سے حاصل ہوتی ہے۔

So, 4th term = 9 x 3 = 27

5th term = 27 x 3 = 81

Hence 1, 3, 9, 27, 81

3. Find the first four terms.

(i) a_n = 8 + 2n

Sol. Given that a_n = 8 + 2n

Put n = 1

a_1 = 8 + 2(1) = 10

Put n = 2

a_2 = 8 + 2(2) = 12

Put n = 3

a_3 = 8 + 2(3) = 14

Put n = 4

a_4 = 8 + 2(4) = 16

Hence, the first four terms of given arithmetic sequence are: 10, 12, 14, 16

(ii) a_n = 6.3^{n-1}

Sol. Given that a_n = 6.3^{n-1}

Put n = 1

a_1 = 6(3^{1-1}) = 6(1) = 6

Put n = 2

a_2 = 6(3^{2-1}) = 6(3) = 18

Put n = 3

a_3 = 6(3^{3-1}) = 6(3)^2 = 6(9) = 54

Put n = 4

a_4 = 6(3^{4-1}) = 6(3)^3 = 6(27) = 162

Hence, the first four terms of given geometric sequence are: 6, 18, 54, 162

4. Find a_{15} by position to term rule of the arithmetic sequence 1, 4, 7, 10, ...

Sol. 1, 4, 7, 10, ...

Table with 3 columns: Position, 3 Times Table, Terms. Rows 1-4.

Rule: Multiply the position by 3 then subtract 2.

So, a_{15} = 15 x 3 - 2 = 45 - 2 = 43

5. Shahid earned Rs.240 in the 1st day, Rs.340 in the 2nd day and Rs.440 on 3rd day. How much did he earn in 9th day?

Sol. The sequence is 240, 340, 440, ...

It is an arithmetic sequence

Here a = 240, d = 340 - 240 = 100, n = 9

Using a_n = a + (n-1)d

a_9 = 240 + (9-1)(100) = 240 + (8)(100) = 240 + 800 = 1040

Hence, Shahid earned Rs.1040 on 9th day.

6. Factorize the following:

(a) 3xy + 6x^2y^2 + 9x^2z

(b) y^4 - 12y^2 + 36

(c) x^4 - y^4

Sol. x^4 - y^4 = (x^2)^2 - (y^2)^2

= (x^2 + y^2)(x^2 - y^2)

= (x^2 + y^2)(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)

= (x^2 + y^2)(x^2 + y^2)(x + y)(x - y)

(d) $x^2 + 2x - 63$

Sol. $x^2 + 2x - 63$
 $= x^2 - 7x + 9x - 63$
 $= x(x-7) + 9(x-7)$
 $= (x-7)(x+9)$

All possible pairs

1 × 63 = 63
3 × 21 = 63
7 × 9 = 63
Selected pair 7 × 9 = 63

7. Solve.

(a) $(6x^2 + x^2 - 26) - (9 + 3x^2 - 5x^2)$

Sol. $(6x^2 + x^2 - 26) - (9 + 3x^2 - 5x^2)$
 $= 6x^2 + x^2 - 26 - 9 - 3x^2 + 5x^2$
 $= 6x^2 + 5x^2 + x^2 - 3x^2 - 26 - 9$
 $= 11x^2 - 2x^2 - 35$

(b) $(y^2 - 5) - (y^2 + 5)$

Sol. $(y^2 - 5) - (y^2 + 5)$
 $= y^2 - 5 - y^2 - 5$
 $= -y^2 - 10$

(c) $(x^3 + x - 2) \div (x - 1)$

Sol.
$$\begin{array}{r} x^3 + x - 2 \\ x-1 \overline{) x^3 - 0x^2 + x - 2} \\ \underline{x^3 - x^2} \\ x^2 + x - 2 \\ \underline{x^2 - x} \\ 2x - 2 \\ \underline{2x - 2} \\ 0 \end{array}$$

8. Simplify:

(a) $\left(\frac{2m}{n}\right)^4$

Sol. $\left(\frac{2m}{n}\right)^4 = \frac{(2m)^4}{(n)^4} = \frac{2m \times 2m \times 2m \times 2m}{n \times n \times n \times n} = \frac{16m^4}{n^4}$

(b) $(x^2y^2)^4$

Sol. $(x^2y^2)^4 = (x^2)^4 (y^2)^4$
 $= (x^{2 \times 4})(y^{2 \times 4}) = x^8y^8$

(c) $\frac{12x^2y^2z^2}{2xy^4z^4}$

Sol. $\frac{12x^2y^2z^2}{2xy^4z^4} = \frac{6x^2y^2z^2}{xy^4z^4}$
 $= \frac{6 \times x^{2-1} \times y^{2-4} \times z^{2-4}}{1} = 6xy^{-2}z^{-2}$

9. Write each equation in slope-intercept form. Also find slope and y-intercept.

(a) $3y - 7 = 3x$

Sol. $3y - 7 = 3x$
 $3y = 3x + 7$
 $y = \frac{3x}{3} + \frac{7}{3} \Rightarrow y = x + \frac{7}{3}$

Which is the required form with slope = 1 and

y-intercept = $(0, \frac{7}{3})$

جوکہ مطلوبہ شکل ہے جس میں 1 = سلوپ اور $(0, \frac{7}{3})$ = y-Intercept

(b) $4y + 7 = 2x$

Sol. $4y + 7 = 2x$
 $4y = 2x - 7$

$y = \frac{2x}{4} - \frac{7}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{7}{4}$

Which is the required form with slope = $\frac{1}{2}$ and

y-intercept = $(0, -\frac{7}{4})$

جوکہ مطلوبہ شکل ہے جس میں $\frac{1}{2}$ = سلوپ اور $(0, -\frac{7}{4})$ = y-Intercept

10. Make s the subject in $3t + 5s = 10$.

Sol. $3t + 5s = 10$

$5s = 10 - 3t$

$s = \frac{10 - 3t}{5}$

Where 's' is the required subject.

11. If $A = xy$ then make x the subject, also find value of x if $A = 240, y = 40$.

Sol. $A = xy$ اور $A = 240, y = 40$ کی قیمت بھی معلوم کریں اور اگر $A = 240, y = 40$ ہے تو x کی قیمت بھی معلوم کریں۔

or $xy = A$

$x = \frac{A}{y}$

Where x is the required subject. Now, put the value of A and y, we get

$x = \frac{240}{40}$

$x = 6$

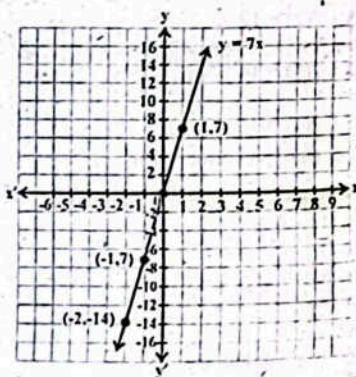
12. Draw the graph of each of the following.

(a) $y = 7x$

Sol. Table for the points of equation $y = 7x$ is given below.

x	-2	-1	0	1
y	-14	-7	0	7

The graph of the equation $y = 7x$ is:



(b) $y = -2x + 8$

Sol. Put $x = 0, 1, 2, 3$ into $y = -2x + 8$

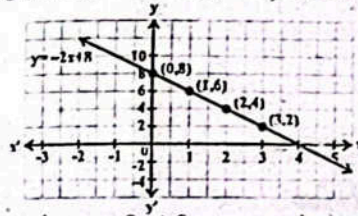
$x = 0, 1, 2, 3$ میں $y = -2x + 8$ میں درج کریں۔

x = 0	x = 1	x = 2	x = 3
y = -2(0) + 8 = 8	y = -2(1) + 8 = 6	y = -2(2) + 8 = 4	y = -2(3) + 8 = 2

Table for the above points is given below.

x	0	1	2	3
y	8	6	4	2

The graph of $y = -2x + 8$ is:



We see that $y = -2x + 8$ represents the straight line which does not pass through the origin (0, 0), having slope $m = -2$ and y-intercept (0, 8).

ہم دیکھتے ہیں کہ $y = -2x + 8$ ایک خط مستقیم کو ظاہر کرتی ہے جو کہ (0, 0) سے نہیں گزرتی، جس کی سلوپ -2 اور y-Intercept (0, 8) ہے۔

OBJECTIVE TYPE QUESTIONS

Multiple Choice Questions (MCQ's) Taken From Previous Term Wise Papers (First Term, Second Term & Annual) of PEC

1. The next term of the arithmetic sequence 5, 8, 11, 14, will be:

- (a) 16 (b) 17 (c) 18 (d) 19

2. The next term of the arithmetic sequence 4, 7, 10, 13, Will be:

- (a) 15 (b) 16 (c) 18 (d) 19

3. The 4th term of the geometric sequence 4, -16, 64, is:

- (a) 132 (b) -132 (c) 256 (d) -256

4. The 6th term of the geometric sequence 1, 4, 16, 64, Is:

- (a) 128 (b) 256 (c) 512 (d) 1024

5. If n^{th} term of a sequence is $a_n = 5n - 2$, then its 5th term will be:

- (a) 13 (b) 18 (c) 23 (d) 28

6. Factorization of $16a^2 - 25$ is:

- (a) $(4a^2 + 25)(4a^2 - 25)$ (b) $(4a + 5)(4a - 5)$

7. The factorization of $p^2 - 49q^2$ is:

- (a) $(p + 7q)(p - 7q)$ (b) $(p + 7q)(p + 7q)$
 (c) $(p + 49q)(p + 49q)$ (d) $(p + 49q)(p - 49q)$

8. Factorization of $49 - 81y^2$ is:

- (a) $(7 + 9y)(7 + 9y)$ (b) $(7 - 9y)(7 - 9y)$
 (c) $(7 + 9y)(7 - 9y)$ (d) $(7 + 9y^2)(7 - 9y^2)$

9. By adding $3x^2 + 5x + 9$ and $7x^2 - 2x - 11$, we get:

- (a) $10x^2 + 3x + 2$ (b) $10x^2 - 3x + 2$
 (c) $10x^2 + 3x - 2$ (d) $10x^2 - 3x - 2$

10. The solution of $x + y = 1$ and $x - y = 3$ is:

- (a) $x = -2, y = -1$ (b) $x = 2, y = 1$
 (c) $x = -2, y = 1$ (d) $x = 2, y = -1$

11. The solution of $3x > 18$ is:

- (a) $x > 6$ (b) $x < 6$ (c) $x < -6$ (d) $x > -6$

12. The slope of the equation $6x - y = 1$ will be:

- (a) -6 (b) -1 (c) 6 (d) 1

13. The product of $(x + 2)$ and $(x - 3)$ is:

- (a) $x^2 + x + 6$ (b) $x^2 - x - 6$
 (c) $x^2 - x + 6$ (d) $x^2 + x - 6$

14. The point (1, -1) is in quadrant:

- (a) I (b) II (c) III (d) IV

15. The equation for the statement "The difference between brother's age and sister's age is 4 years" is:

- (a) $x + y = 4$ (b) $x - y = 4$ (c) $xy = 4$ (d) $\frac{x}{y} = 4$

16. Slope of the line $2x - 4y = 1$ is:

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) 2 (c) $\frac{1}{4}$ (d) 4

17. In the equation $5x + 3y = 11$, if $x = 1$, then the value of 'y' will be:

- (a) -1 (b) 1 (c) -2 (d) 2

18. Give short answers.

(a) Find the n^{th} and 10^{th} term of the geometric sequence 4, 8, 16, 32,

Sol. Give that $a_1 = 4$

$$r = \frac{8}{4} = 2$$

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad (i)$$

Put $a_1 = 4$, $r = 2$ and $n = 10$ in equation (i) we get
 مساوات (i) میں $a_1 = 4$, $r = 2$ اور $n = 10$ رکھ کر

$$a_{10} = 4(2)^{10-1} = 4(2)^9$$

$$a_{10} = 2048$$

(b) Sum of two numbers is 10. Difference of twice of first number and second number is 5. Find the numbers. (Second Term 2)

دو اعداد کا مجموعہ 10 ہے۔ پہلے عدد کے دوگنا اور دوسرے عدد کا فرق 5 ہے۔ اعداد معلوم کریں۔
 Sol. Let x and y be the required numbers. Then by the given conditions:

$$x + y = 10 \quad (i)$$

$$2x - y = 5 \quad (ii)$$

From equation (i) مساوات (i) سے

$$y = 10 - x \quad (iii)$$

Substituting the value of "y" in equation (ii) from equation (iii)

مساوات (iii) سے "y" کی قیمت مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$$2x - (10 - x) = 5$$

$$2x - 10 + x = 5 \Rightarrow 3x = 10 + 5$$

$$x = \frac{15}{3} \Rightarrow x = 5$$

Using the value of x in equation (iii)

x کی قیمت مساوات (iii) میں استعمال کرنے سے

$$y = 10 - 5$$

$$y = 5$$

2 (a) Simplify: $(x^2 - y^2) \div (x - y)$ (Final Term 2)

Sol. $(x^2 - y^2) \div (x - y)$

$$= \frac{x^2 - y^2}{(x - y)}$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (a - b)(a + ab + b^2)$$

$$= \frac{(x - y)(x^2 + xy + y^2)}{(x - y)} = x^2 + xy + y^2$$

(b) Find the product of $2x^2 + 7x - 3$ and $3x^2 - 5x + 2$ (Final Term 2)

Sol. $(2x^2 + 7x - 3)(3x^2 - 5x + 2)$

$$= 2x^2(3x^2 - 5x + 2) + 7x(3x^2 - 5x + 2) - 3(3x^2 - 5x + 2)$$

$$= 6x^4 - 10x^3 + 4x^2 + 21x^3 - 35x^2 + 14x - 9x^2 + 15x - 6$$

$$= 6x^4 + 11x^3 - 40x^2 + 29x - 6$$

(c) Find the first five terms of geometric sequence

whose n^{th} term is $7 \times \left(\frac{1}{7}\right)^{n-1}$ (First Term 2)

سری مسلک کی پہلی پانچ رقم معلوم کریں جس کی n^{th} رقم $7 \times \left(\frac{1}{7}\right)^{n-1}$ ہے۔

Sol. Put $n = 1$ سے $n = 1$ درج کرنے سے

$$a_1 = 7 \times \left(\frac{1}{7}\right)^{1-1} = 7 \times \left(\frac{1}{7}\right)^0 = 7 \times 1 = 7$$

Put $n = 2$. درج کرنے سے $n = 2$

$$a_1 = 7 \times \left(\frac{1}{7}\right)^{2-1} = 7 \times \left(\frac{1}{7}\right)^1 = 7 \times \frac{1}{7} = 1$$

Put $n = 3$ سے $n = 3$ درج کرنے سے

$$a_1 = 7 \times \left(\frac{1}{7}\right)^{3-1} = 7 \times \left(\frac{1}{7}\right)^2 = 7 \times \frac{1}{49} = \frac{1}{7}$$

Put $n = 4$ سے $n = 4$ درج کرنے سے

$$a_1 = 7 \times \left(\frac{1}{7}\right)^{4-1} = 7 \times \left(\frac{1}{7}\right)^3 = 7 \times \frac{1}{343} = \frac{1}{49}$$

Put $n = 5$ سے $n = 5$ درج کرنے سے

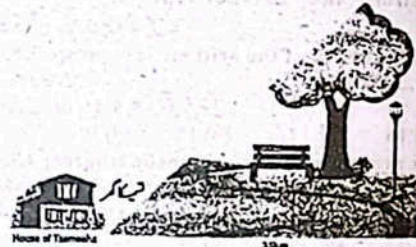
$$a_1 = 7 \times \left(\frac{1}{7}\right)^{5-1} = 7 \times \left(\frac{1}{7}\right)^4 = 7 \times \frac{1}{2401} = \frac{1}{343}$$

Domain 3

Measurement پیمائش

Sub-Domain:

Mensuration رقبہ یا حجم معلوم کرنا



Can you find out the distance between the Aslam's house and Tasmeeha's house?

کیا آپ اسلم کے گھر اور تسمیہ کے گھر کے درمیان فاصلہ معلوم کر سکتے ہیں؟
 Sol. Let x be the distance between Aslam's house and Tasmeeha's house.

By Pythagoras Theorem

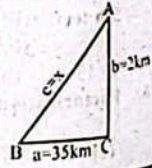
$$c^2 = a^2 + b^2, m \angle c = 90^\circ$$

Here $c = x, a = 35 \text{ km}, b = 2 \text{ km}$

$$x^2 = (35)^2 + (2)^2 = 1225 + 4$$

$$x^2 = 1229$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{1229} = 35.06 \text{ km}$$

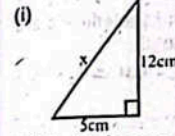


Thus, the distance between Aslam's house and Tasmeeha house is 35.06 km.
 اسلم کے گھر اور تسمیہ کے گھر کے درمیان فاصلہ 35.06 کلومیٹر ہے۔

Solved Exercise 3.1 حل شدہ مشق 3.1

1. In the right angled triangles (not drawn to scale), measurements (in cm) of two of the sides are indicated in the figures. Find the value of x in each case.

تساویہ الاضلاع مثلثوں میں (پیمانہ پر نہیں کھینچی گئیں) دو اطراف کی پیمائش (سینٹی میٹر میں) اشکال میں دکھائی گئی ہے۔ x کی قیمت معلوم کریں۔



Sol. By Pythagoras theorem

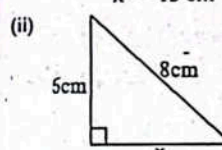
$$x^2 = (12)^2 + (5)^2$$

$$x^2 = 144 + 25$$

$$x^2 = 169$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{169}$$

$$x = 13 \text{ cm}$$



Sol. By Pythagoras theorem

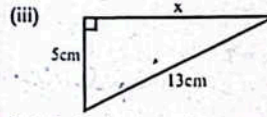
$$(8)^2 = (x)^2 + (6)^2$$

$$64 = x^2 + 36$$

$$\text{or } x^2 = 64 - 36$$

$$x^2 = 28$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{28} \Rightarrow x = 2\sqrt{7} \text{ cm}$$



Sol. By Pythagoras theorem

$$(13)^2 = (x)^2 + (5)^2$$

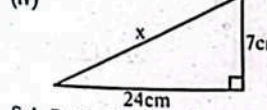
$$169 = x^2 + 25$$

$$\text{or } x^2 = 169 - 25$$

$$x^2 = 144$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{144}$$

$$x = 12 \text{ cm}$$



Sol. By Pythagoras theorem

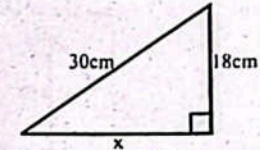
$$x^2 = (24)^2 + (7)^2$$

$$x^2 = 576 + 49$$

$$x^2 = 625$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{625}$$

$$x = 25 \text{ cm}$$



Sol. By Pythagoras theorem

$$(30)^2 = x^2 + (18)^2$$

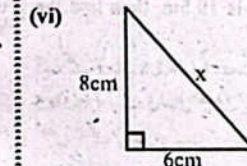
$$900 = x^2 + 324$$

$$\text{or } x^2 + 324 = 900$$

$$x^2 = 900 - 324 = 576$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{576}$$

$$x = 24 \text{ cm}$$



Sol. By Pythagoras theorem

$$x^2 = (6)^2 + (8)^2$$

$$x^2 = 36 + 64 = 100$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{100} \Rightarrow x = 10 \text{ cm}$$

2. In an isosceles right angled triangle, the square of the hypotenuse is 98cm. Find the length of the equal sides.

ایک مساوی الاضلاع تساہیہ الاضلاع مثلث میں وتر کی لمبائی کا مربع 98cm ہے۔ برابر اطراف کی لمبائی معلوم کریں۔

Sol. We know that in an isosceles right angled triangles, length of two sides is same.

ہم جانتے ہیں کہ مساوی الاضلاع تساہیہ الاضلاع مثلث میں دو اطراف کی لمبائیاں برابر ہوتی ہیں۔

$$AC = BC = x \text{ cm And } (AB)^2 = 98 \text{ cm}$$

By Pythagoras theorem

$$(AB)^2 = (AC)^2 + (BC)^2$$

$$98 = x^2 + x^2$$

$$98 = 2x^2$$

$$\text{or } 2x^2 = 98$$

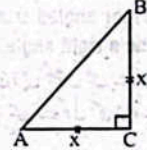
$$x^2 = \frac{98}{2}$$

$$x^2 = 49$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{49}$$

$$x = 7 \text{ cm}$$

Hence, the length of equal sides is 7cm.

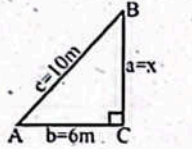


3. A ladder 10m long is made to rest against a wall. Its lower end touches the ground at a distance of 6m from the wall. At what height above the ground the upper end of the ladder rests against the wall?

ایک 10 میٹر لمبی سیڑھی کو دیوار کے ساتھ لگا دیا گیا ہے۔ اس کا نیچا سر اوپر والے 6 میٹر کے فاصلے پر ہے۔ سیڑھی کا اوپر والا حصہ کس اونچائی پر دیوار کے ساتھ لگا ہے؟

Sol. Let x be the height of the upper end of the ladder.

فرض کیا بیڑی کے اوپر والے حصے کی اونچائی x ہے۔
 $c = 10m, b = 6m, a = x = ?$
 By Pythagoras theorem
 $c^2 = b^2 + a^2$
 $(10)^2 = (6)^2 + x^2$
 $100 = 36 + x^2$
 $64 = x^2$
 or $\sqrt{x^2} = \sqrt{64}$
 $x = 8m$
 Thus, the height of upper end of the ladder is 8m.



4. The shadow of a pole measured from the foot of the pole is 2.8m long. If the distance from the tip of the shadow to the tip of the pole is 10.5m, then find the length of the pole.

ایک جھبے کا سایہ 2.8 میٹر لمبا ہے۔ اگر سامنے کی ٹوک اور جھبے کی ٹوک کا درمیانی فاصلہ 10.5 میٹر ہو تو جھبے کی لمبائی معلوم کریں۔

Sol. Let x be the length of the pole.

By Pythagoras theorem

Here $c = 10.5m, b = 2.8m, a = ?$
 $c^2 = a^2 + b^2$

$$(10.5)^2 = (x)^2 + (2.8)^2$$

$$110.25 = x^2 + 7.84$$

$$110.25 - 7.84 = x^2$$

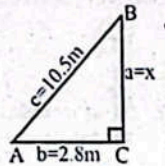
$$102.41 = x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 102.41$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{102.41}$$

$$x = 10.12$$

Hence, length of the pole is 10.12m



5. If a, b, c are the lengths of the sides of a triangle ABC, then tell which of the following triangles are not right angled triangles. Any of $\angle A, \angle B$ and $\angle C$ may be a right angle.

اگر مثلث ABC کے اضلاع a, b, c ہوں تو بتائیے درج ذیل مثلثوں میں سے کون کون سی مثلثیں قائم الزاویہ ہیں۔ $\angle A, \angle B$ اور $\angle C$ میں سے کوئی بھی زاویہ قائم ہو سکتا ہے۔

(i) $a = 6, b = 5, c = 7$

Sol. By Pythagoras theorem

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$(7)^2 = (6)^2 + (5)^2$$

$$49 = 36 + 25$$

$$49 = 61$$

Hence, the sides a, b, c are not the lengths of right angled triangle.

(ii) $a = 8, b = 9, c = \sqrt{145}$

Sol. By Pythagoras theorem

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$(\sqrt{145})^2 = (8)^2 + (9)^2$$

$$145 = 64 + 81$$

$$145 = 145$$

Hence, the sides a, b, c are the lengths of right angled triangle.

(iii) $a = 12, b = 5, c = 13$

Sol. By Pythagoras theorem

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$(13)^2 = (12)^2 + (5)^2$$

$$169 = 144 + 25$$

$$169 = 169$$

Hence, the sides a, b, c are the lengths of right angled triangle.

6. In a right angled triangle ABC with hypotenuse c and sides a and b , find the unknown length.

ہمزہ الزاویہ مثلث ABC میں وتر c اور اضلاع a اور b ہیں۔ معلوم لمبائی معلوم کریں۔

(i) $a = 60cm, c = 61cm, b = ?$

Sol. By Pythagoras theorem

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$(61)^2 = (60)^2 + b^2$$

$$3721 = 3600 + b^2$$

$$or \ b^2 = 3721 - 3600$$

$$b^2 = 121$$

$$\sqrt{b^2} = \sqrt{121} = 11cm$$

(ii) $a = \frac{5}{12}cm, c = \frac{13}{12}cm, b = ?$

Sol. By Pythagoras theorem

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\left(\frac{13}{12}\right)^2 = \left(\frac{5}{12}\right)^2 + b^2$$

$$\frac{169}{144} = \frac{25}{144} + b^2$$

$$or \ b^2 = \frac{169}{144} - \frac{25}{144} = \frac{169 - 25}{144} = 1$$

$$\sqrt{b^2} = \sqrt{1}$$

$$b = 1cm$$

(iii) $b = 10m, a = 4\sqrt{5}m, c = ?$

Sol. By Pythagoras theorem

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = (4\sqrt{5})^2 + (10)^2$$

$$c^2 = 80 + 100$$

$$c^2 = 180$$

$$\sqrt{c^2} = \sqrt{180}$$

$$c = \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5}$$

$$c = 2 \times 3 \sqrt{5} = 6\sqrt{5}m$$

(iv) $b = 5dm, a = 5\sqrt{7}dm, c = ?$

Sol. By Pythagoras theorem

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = (5\sqrt{7})^2 + (5)^2$$

$$c^2 = 175 + 25 = 200$$

$$\sqrt{c^2} = \sqrt{200}$$

$$c = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5}$$

$$c = 2 \times 5 \sqrt{2}$$

$$c = 10\sqrt{2}dm$$

(v) $c = 10\sqrt{2}dm, b = 5\sqrt{3}dm, a = ?$

Sol. By Pythagoras theorem

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$(10\sqrt{2})^2 = a^2 + (5\sqrt{3})^2$$

$$200 = a^2 + 75$$

$$or \ a^2 = 200 - 75$$

$$a^2 = 125$$

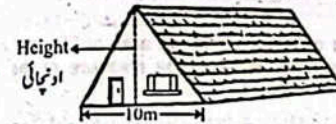
$$\sqrt{a^2} = \sqrt{125}$$

$$c = \sqrt{5 \times 5 \times 5}$$

$$a = 5\sqrt{5}dm$$

7. The front of a house is in the shape of an equilateral triangle with the measure of side 10m. Find the height of the house.

ایک مکان کے سامنے کا حصہ مساوی الاضلاع مثلث جیسا ہے جس کے طے کی لمبائی 10m ہے۔ مکان کی اونچائی معلوم کریں۔



Sol. Let height = xm

In $\triangle ADC$

By using Pythagoras theorem

By using Pythagoras theorem

(Hyp)² = (Perp)² + (Base)²

(وتر)² = (عمود)² + (قاعدہ)²

$(10m)^2 = (x)^2 + (5m)^2$

$100m^2 = x^2 + 25m^2$

$100m^2 - 25m^2 = x^2$

$75m^2 = x^2$

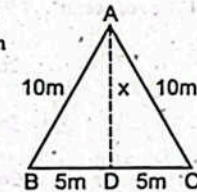
$\Rightarrow x^2 = 75m^2$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{75m^2}$

$x = \sqrt{5 \times 5 \times 3} = 5\sqrt{3}$

Hence $x = 5\sqrt{3}m$

Hence, height of house = $5\sqrt{3}m$



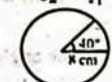
Solved Exercise 3.2

1. Calculate the length of an arc of a circle if the radius of an arc is 8 cm and the central angle is 40° .

ایک دائرے کی قوس کی لمبائی معلوم کریں اگر قوس کا رداس 8cm اور مرکزی زاویہ 40° ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ

Sol. We know that

$$\text{Arc length} = \frac{x}{360^\circ} \times 2\pi r$$



$$= \frac{14 \times 40}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 8$$

$$= \frac{36}{9}$$

$$\text{Arc length} = \frac{352}{63} = 5.59cm$$

2. If central angle of the sector of a circle is 36° and r is 15cm, then what will be the arc length?

اگر دائرے کے سیکٹر کا مرکزی زاویہ 36° اور رداس 15cm ہے تو قوس کی لمبائی معلوم کریں۔ ہم جانتے ہیں کہ

Sol. We know that

$$\text{Arc length} = \frac{x}{360^\circ} \times 2\pi r$$

$$= \frac{36}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 15$$

$$= \frac{10}{21}$$

$$\text{Arc length} = \frac{66}{7} = 9.43cm$$

3. Saleem marks an arc of length 8cm and measures its central angle as 120° . What is the radius of the arc?

سليم 8cm لمبائی کی ایک قوس پر نشان لگاتا ہے اور اس کے مرکزی زاویے کی پیمائش کرتا ہے جو کہ 120° ہے۔ قوس کا رداس کتنا ہے؟ ہم جانتے ہیں کہ

Sol. We know that

$$\text{Arc length} = \frac{x}{360^\circ} \times 2\pi r$$

$$8cm = \frac{120}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times r$$

$$8 = \frac{44}{21} r$$

$$or \ r = \frac{21}{44} \times 8 = \frac{42}{11} = 3.82cm$$

4. Jamal uses a compass to draw an arc of length 11cm and a radius of 7cm. Find the angle of this arc?

جمال ایک بڑے کاوا کی مدد سے 11cm لمبائی اور 7cm رداس کی ایک قوس لگاتا ہے۔ اس قوس کا زاویہ معلوم کریں۔ ہم جانتے ہیں کہ

Sol. We know that

$$\text{Arc length} = \frac{x}{360^\circ} \times 2\pi r$$

$$11 = \frac{x}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 7$$

$$11 = \frac{11x}{90}$$

$$or \ x = \frac{90}{11} \times 11 = 90^\circ$$

5. The radius of the circle is 14 units and the arc subtends an angle of 65° at the centre. What is the length of arc?

ایک دائرے کا رداس 14 اکائیاں ہے اور قوس کا مرکزی زاویہ 65° ہے۔ قوس کی لمبائی کیا ہوگی؟ ہم جانتے ہیں کہ

Sol. We know that

Arc length $\text{قوس کی لمبائی} = \frac{x}{360} \times 2\pi r$
 $= \frac{65}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{14}$
 $= \frac{72}{36} = 2$

Arc length $\text{قوس کی لمبائی} = \frac{143}{9} = 15.89$ units اکائیاں

6. Calculate the perimeter of the sector of circle to 1 decimal place as shown in the figure.



Now اب
 Perimeter of sector of circle = 16.06cm + 8cm + 8cm = 32.06 cm

Arc length $\text{قوس کی لمبائی} = \frac{x}{360} \times 2\pi r$
 $= \frac{110}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 8$
 $= \frac{1012}{63} = 16.06$ cm

Now اب
 Perimeter of sector of circle = 16.06cm + 8cm + 8cm = 32.06 cm

7. Calculate the perimeter of a sector of circle of radius 10 cm and central angle is 90° in terms of pi?

ایک دائرے کے سیکٹر کا املا معلوم کریں جس کا رداس 10cm اور مرکزی زاویہ 90° کے لحاظ سے ہے۔

Sol. We know that ہم جانتے ہیں کہ
 Arc length $\text{قوس کی لمبائی} = \frac{x}{360} \times 2\pi r$
 $= \frac{90}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 10 = \frac{110}{7}$

Arc length $\text{قوس کی لمبائی} = 15.71$ cm
 So لہذا
 Perimeter of sector of circle = 15.71cm + 10cm + 10cm = 35.71 cm

8. If central angle is 130° and radius is 28cm, then what will be the arc length and sector area of the circle?

اگر دائرے کے سیکٹر کا مرکزی زاویہ 130° اور رداس 28cm ہو تو دائرے کے قوس کی لمبائی اور سیکٹر کا رقبہ کیا ہوگا؟

Sol. Arc length $\text{قوس کی لمبائی} = \frac{x}{360} \times 2\pi r$
 $= \frac{130}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 28$
 $= \frac{572}{9} = 63.56$ cm

Arc length $\text{قوس کی لمبائی} = \frac{572}{9} = 63.56$ cm

Area of sector $\text{سیکٹر کا رقبہ} = \frac{x}{360} \times \text{Area of circle}$
 $= \frac{130}{360} \times \frac{22}{7} \times (28)^2$ (∵ Area of circle = πr^2)
 $= \frac{2860}{2520} \times 784 = 889.77$ cm²

9. Gulshan wants to create a garden in the shape of a sector of the circle of radius 42 feet and having a central angle of 120° degrees. Calculate the area of the grass which is required to cover the garden.

گلشن دائرے کے سیکٹر کی شکل میں ایک باغ بنانا چاہتا ہے جس کا رداس 42 فٹ اور مرکزی زاویہ 120° ہے۔ باغ کو گراس سے ڈھانپنے کے لیے درکار گراس کا رقبہ معلوم کریں۔

Sol. Area of sector $\text{سیکٹر کا رقبہ} = \frac{x}{360} \times \text{Area of a circle}$
 $= \frac{120}{360} \times \frac{22}{7} \times (42)^2 = 1848$

Thus, area of grass is 1848 square feet. لہذا گراس کا رقبہ 1848 مربع فٹ ہے۔

10. A sector of a circle with an area of 26πcm² and has a radius 6cm. What is the measure of the central angle?

ایک دائرے کے سیکٹر کا رقبہ 26πcm² اور رداس 6cm ہے۔ اس کا مرکزی زاویہ کیا ہے؟

Sol. Area of sector $\text{سیکٹر کا رقبہ} = \frac{x}{360} \times \text{Area of a circle}$
 $26\pi = \frac{x}{360} \times \pi r^2$
 $26\pi = \frac{x}{360} \times \pi (6)^2$
 $26\pi = \frac{x}{360} \times \pi \times 36$
 $26\pi = \frac{\pi x}{10}$
 $26 \times \frac{10}{\pi} = x$
 $260 = x$
 $x = 260^\circ$

11. If a clock 's face measures 14 inches across, how much area is between the minute and hour hands at 5 O'clock? (Approximate pi to 3.14)

اگر ایک گھڑی کی سطح 14 انچ کی سطح پر 5 بجے کے وقت منٹ کی سوئیوں کے درمیان کناریہ کتنا رقبہ ہوگا؟ (قریباً 3.14)

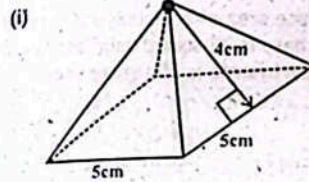
Sol. The watch is divided into 12 divisions and one rotation of the clock measures 360° degrees.
 لہذا گھڑی کی 12 حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ اور ایک مکمل گردش 360° برابر ہوتی ہے۔
 So, the angle between each hour $\frac{360}{12} = 30^\circ$
 لہذا ہر گھنٹے کے درمیان زاویہ $\frac{360}{12} = 30^\circ$
 The angle at 5 O'clock = $30^\circ \times 5 = 150^\circ$

As چہرہ Face of clock گھڑی کی سطح = 14 inch
 So, لہذا radius of clock گھڑی کا رداس = 7 inch
 Now اب

Area of sector $\text{سیکٹر کا رقبہ} = \frac{x}{360} \times \text{Area of a circle}$
 $= \frac{150}{360} \times 3.14 \times (7)^2$
 $= \frac{150}{360} \times 3.14 \times 49$
 Area رقبہ = 64.12 sq inches مربع انچ

Solved Exercise 3.3 حل شدہ مشق 3.3

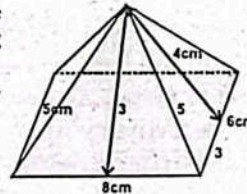
1. Find the total surface area of the following pyramids:
 درج ذیل مخروطی اشکال کا کل سطحی رقبہ معلوم کریں۔



Sol.
 Area of 1 face of pyramid = $\frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{slant height}$
 مخروطی ایک سطح کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10$ cm²

Area of square base = $5 \times 5 = 25$ cm²
 Total surface area of pyramid = area of base + 4 × area of face
 مخروطی کا کل سطحی رقبہ = 25 + 4 × 10 = 65 cm²

(ii) Find the total surface area of the following pyramid.

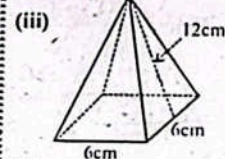


Sol.
 Area of 1 face of pyramid = $\frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{slant height}$
 مخروطی ایک سطح کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times 8 \times 5 = 20$ cm²
 Area of square base = $8 \times 8 = 64$ cm²
 Total surface area of pyramid = area of base + 4 × area of face
 مخروطی کا کل سطحی رقبہ = 64 + 4 × 20 = 144 + 80 = 224 cm²

Now, total surface area of pyramid = 2 {Area of first triangle + Area of second triangle} + Area of Base rectangle
 اب مخروطی کا کل سطحی رقبہ = 2 { پہلی مثلث کا رقبہ + دوسری مثلث کا رقبہ } + مربع بنیاد کا رقبہ

Total surface area of pyramid = 2 {Area ΔAGB + Area of ΔBGC} + Area of rectangle ABCD
 $= 2 \left[\frac{1}{2} (8 \times 3) + \frac{1}{2} (6 \times 4) \right] + 8 \times 8$
 $= 2 \left[\frac{24}{2} + \frac{24}{2} \right] + 64$
 $= 2 \left[\frac{48}{2} \right] + 64 = \frac{96}{2} + 64$
 $= \frac{96 + 128}{2} = \frac{224}{2} = 112$

Hence, total surface area of pyramid = 96 cm² پس مخروطی کا کل سطحی رقبہ



Sol.
 Area of 1 face of pyramid = $\frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{slant height}$
 مخروطی ایک سطح کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times 6 \times 12 = 36$ cm²
 Area of square base = $6 \times 6 = 36$ cm²
 Total surface area of pyramid = area of base + 4 × area of face
 مخروطی کا کل سطحی رقبہ = 36 + 4 × 36 = 36 + 144 = 180 cm²

2. Find the surface area of a square pyramid of slant height 15cm and base length 12cm.

ایک مربعی مخروطی کا سطحی رقبہ معلوم کریں جس کا رقبہ بنیاد 12cm اور اس کی سطحی رقبہ 15cm ہے۔

Sol. Area of 1 face of pyramid = $\frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{slant height}$
 مخروطی ایک سطح کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times 12 \times 15 = 90$ cm²
 Area of square base = $12 \times 12 = 144$ cm²
 Total surface area of pyramid = area of base + 4 × area of face
 مخروطی کا کل سطحی رقبہ = 144 + 4 × 90 = 144 + 360 = 504 cm²

3. The height of a square pyramid is 25cm and the base area of a square pyramid is 256cm². Find its volume and surface area.

ایک مربعی مخروط کی بلندی 25cm اور مربعی مخروط کے قاعدے کا رقبہ 256cm² ہے۔ اس کا حجم اور سطحی رقبہ معلوم کریں۔

Sol. Volume of pyramid = $\frac{1}{3}$ volume of prism
 مخروط کی بلندی

$$= \frac{1}{3} \times \text{base area} \times \text{height of pyramid}$$

 مخروط کی بلندی قاعدہ کا رقبہ

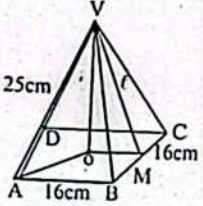
$$= \frac{1}{3} \times 256 \times 25 = \frac{6400}{3} = 2133 \frac{1}{3} \text{ cm}^3$$

Now اب
 Area of square peramid = $(\text{length of square base})^2$
 مربعی قاعدہ کی لمبائی

$$\sqrt{256} = \sqrt{(\text{length of square base})^2}$$

 16 cm = length of square base مربعی قاعدہ کی لمبائی

In ΔVOM میں ΔVOM مثلث
 By Pythagoras Theorem
 مستطیغ ثورث کی روتے
 $(\text{Hyp})^2 = (\text{Perp})^2 + (\text{Base})^2$
 $(\text{قاعدہ})^2 = (25)^2 + (8)^2$
 $c^2 = 625 + 64$
 $c^2 = 689$
 $c = \sqrt{689} = 26.249 \text{ cm}$



Area of 1 surface of pyramid = $\frac{1}{2} b \times \text{slant height}$ مخروط کی بلندی

$$= \frac{1}{2} \times 16 \times 26.249$$

 $= 209.992$

Total surface area of pyramid = Area of base + 4 * area of face
 سطح کا رقبہ قاعدہ کا رقبہ مخروط کی کل سطح کا رقبہ

$$= 256 + 4 \times 209.992$$

 $= 256 + 839.968 = 1095.97 \text{ cm}^2$

4. Find the surface area of a square pyramid with a base length of 5cm and a slant height of 10cm.

ایک مربعی مخروط کی سطحی رقبہ معلوم کریں جس کے قاعدے کی لمبائی 5cm اور ترجمی بلندی 10cm ہے۔

Sol.
 Area of 1 face of pyramid = $\frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{slant length}$
 مخروط کی بلندی قاعدہ

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 10 = 25 \text{ cm}^2$$

Area of square base = $5 \times 5 = 25 \text{ cm}^2$
 مربعی قاعدہ کے رقبہ

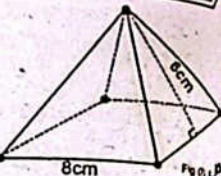
Total surface area of pyramid = Area of base + 4 * area of a face
 سطح کا رقبہ قاعدہ کا رقبہ مخروط کی کل سطح کا رقبہ

$$= 25 + 4 \times 25 = 25 + 100$$

 $= 125 \text{ cm}^2$

5. Find the total surface area of the square based pyramid shown in Fig (i).

مثل (i) میں دکھائے گئے مربعی مخروط کی کل سطحی رقبہ معلوم کریں۔



Sol.
 Area of 1 face of pyramid = $\frac{1}{2} \times b \times \text{slant length}$ مخروط کی بلندی

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24 \text{ cm}^2$$

Area of square base = $8 \times 8 = 64 \text{ cm}^2$
 مربعی قاعدہ کے رقبہ

Total surface area of pyramid = Area of base + 4 * area of face
 سطح کا رقبہ قاعدہ کا رقبہ مربعی مخروط کی کل سطح کا رقبہ

$$= 64 + 4 \times 24$$

 $= 160 \text{ cm}^2$

6. Find the total surface area of a rectangular pyramid whose area of the base is 30 square units and lateral surface area of each triangle is 25 square units.

ایک مستطیغ مخروط کی سطحی رقبہ معلوم کریں جس کا قاعدے کا رقبہ 30 مربع اکائیوں ہے اور ہر مثلث کا سطحی رقبہ 25 مربع اکائیوں ہے۔

Sol. Area of base قاعدہ کے رقبہ = 30 square unit
 Lateral surface area of each triangle = 25 square units
 ہر مثلث کا سطحی رقبہ کا رقبہ
 مربع اکائیوں

Total surface area of a rectangular pyramid = Area of base + 4 * (lateral surface area of each triangle)
 ہر مثلث کا سطحی رقبہ

$$= 30 + 4 \times (25)$$

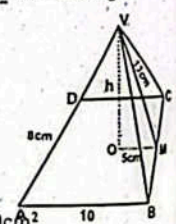
 $= 130 \text{ square units}$ مربع اکائیوں

7. Find the volume of a rectangular pyramid whose base length and width are 10cm and 8cm and the lateral height of a triangle of base 8cm is 13cm.

مستطیغ مخروط کا حجم معلوم کریں جس کے قاعدے کی لمبائی اور چوڑائی 10cm اور 8cm ہے اور 8cm والے قاعدے کی ترجمی بلندی 13cm ہے۔

Sol. By Pythagoras theorem

In ΔVOM میں ΔVOM مثلث
 $h^2 = (13)^2 - (5)^2$
 $= 169 - 25$
 $h^2 = 144$
 $h = 12 \text{ cm}$



And اور
 Base area قاعدہ کے رقبہ = $10 \times 8 = 80 \text{ cm}^2$

Volume of pyramid = $\frac{1}{3} \times \text{base area} \times \text{height of pyramid}$
 مخروط کی بلندی قاعدہ کے رقبہ مخروط کا حجم

$$= \frac{1}{3} \times 80 \times 12 = 320 \text{ cm}^3$$

8. Given a right pyramid with a square base of side 7cm. If the total surface area of the pyramid is 161 cm², find its slant height.

ایک قائم البرامی مخروط کا مربعی قاعدہ کی لمبائی 7cm ہے اگر اس کی کل سطحی رقبہ 161cm² ہے تو اس کی ترجمی بلندی معلوم کریں۔

Sol. We know that
 Total surface area of pyramid = Area of base + 4 * area of face
 ابرام کی کل سطح کا رقبہ قاعدہ کا رقبہ

$$161 = 7 \times 7 + 4 \times (\frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{slant height})$$

 (ترجمی بلندی قاعدہ * slant height) (ترجمی بلندی قاعدہ * slant height)

$$161 = 49 + 2 \times (7) \times (\text{slant height})$$

$$161 - 49 = 14 \times (\text{slant height})$$

$$\frac{112}{14} = \text{slant height}$$
 ترجمی بلندی
 8cm

9. Each side of a triangular based pyramid is 4cm and slant height is 8cm. Find total surface area.

ایک مثلثی قاعدے والے مخروط کے ہر مثلث کی لمبائی 4cm اور ترجمی بلندی 8cm ہے۔ کل سطحی رقبہ معلوم کریں۔

Sol. The total surface area of a triangular pyramid of side b is 4cm
 مثلث b کے ایک مثلثی مخروط کی کل سطح کا رقبہ 4cm ہے۔
 we find the length "a" as shown in figure.
 اب ہم لمبائی "a" معلوم کرتے ہیں جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔

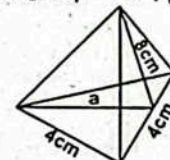
By Pythagoras theorem
 مستطیغ ثورث کی روتے

$$(4)^2 = a^2 + (2)^2$$

$$16 - 4 = a^2$$

$$12 = a^2$$

$$a = 3.47$$



Total surface area of triangular pyramid = $\frac{1}{2} ab + \frac{3}{2} bs$

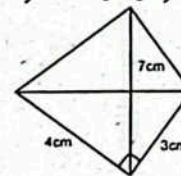
$$= \frac{1}{2} \times 3.47 \times 4 + \frac{3}{2} \times 4 \times 8$$

$$= 6.94 + 48 = 54.94 \text{ cm}^2$$

10. The base of pyramid is a right angled triangle of sides 3cm, 4cm and 5cm. If height of pyramid is 7cm, find volume of the pyramid.

ایک مخروط کا قاعدہ ایک قائم الزاویہ مثلث ہے جس کے اضلاع 3cm، 4cm اور 5cm ہیں۔ اگر مخروط کی بلندی 7cm ہے تو مخروط کا حجم معلوم کریں۔

Sol.
 Base Area = $\frac{1}{2} \times (4)(3)$
 قاعدہ کے رقبہ = 6 cm^2



Volume of pyramid = $\frac{1}{3} \times \text{base area} \times \text{height of pyramid}$
 مخروط کی بلندی قاعدہ کے رقبہ مخروط کا حجم

$$= \frac{1}{3} \times 6 \times 7 = 14 \text{ cm}^3$$

11. What is the volume of a triangular pyramid whose base area is 92 inch² and height is 4 inches?

ایک مثلثی مخروط کا حجم معلوم کریں جس کا قاعدہ کا رقبہ 92 مربع انچ اور بلندی 4 انچ ہے؟

Sol.
 Volume of pyramid = $\frac{1}{3} \times \text{base area} \times \text{height of pyramid}$
 مخروط کی بلندی قاعدہ کے رقبہ مخروط کا حجم

$$= \frac{1}{3} \times 92 \times 4 = \frac{368}{3}$$

 کعب انچ = $122 \frac{2}{3} \text{ inch}^3$

12. Find the volume of a tetrahedron whose base area is 15cm² and height is 6cm.

ایک چار سطحی مثلث کا حجم معلوم کریں جس کے قاعدے کا رقبہ 15cm² اور بلندی 6cm ہے۔

Sol.
 Volume of tetrahedron = $\frac{1}{3} \times \text{base area} \times \text{height of tetrahedron}$
 چار سطحی مثلث کی بلندی قاعدہ کے رقبہ

$$= \frac{1}{3} \times 15 \times 6 = 30 \text{ cm}^3$$

13. Find the volume of a hexagon based pyramid with base area 23cm² and height 8cm.

ایک ستی مخروط کا حجم معلوم کریں جس کے قاعدے کا رقبہ 23cm² اور بلندی 8cm ہے۔

Sol.
 Volume of pyramid = $\frac{1}{3} \times \text{base area} \times \text{height of pyramid}$
 مخروط کی بلندی قاعدہ کے رقبہ مخروط کا حجم

$$= \frac{1}{3} \times 23 \times 8 = \frac{184}{3} = 61 \frac{1}{3} \text{ cm}^3$$

14. The height of the Great pyramid in Egypt is 146m and the base is a square of side 229m. Find the volume of the pyramid.

مصر میں قائم البرامی کا اونچائی 146m اور قاعدہ 229m مربع کا ہے۔ ابرام کا حجم معلوم کریں۔

Sol.
 Volume of pyramid = $\frac{1}{3} \times \text{base area} \times \text{height of pyramid}$
 مخروط کی بلندی قاعدہ کے رقبہ مخروط کا حجم

$$= \frac{1}{3} \times (229 \times 229) \times 146$$

$$= \frac{7656386}{3} = 2552128.67 \text{ m}^3$$

15. The pyramid shown in figure (ii), has a rectangular base. If its volume is 100cm³, find its vertical height.

مثل (ii) میں دکھائے گئے مخروط کا قاعدہ مستطی ہے۔ اگر اس کا حجم 100cm³ ہے تو اس کی عمودی بلندی معلوم کریں۔

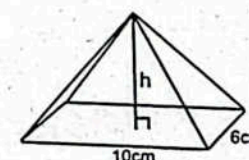


Fig. (ii) مثل

Sol. Volume of pyramid = $\frac{1}{3} \times \text{base area} \times \text{height of pyramid}$
 مخروطی قاعدے کا حجم = $\frac{1}{3} \times \text{قاعدے کا رقبہ} \times \text{تقدیر}$
 $100 = \frac{1}{3} \times (10 \times 6) \times h$
 $\frac{100 \times 3}{10 \times 6} = h \Rightarrow h = 5 \text{ cm}$

16. A pyramid with a triangular base has volume of 50 cm^3 . If the base and height of the triangle are 5 cm and 8 cm respectively, find the height of the pyramid.

ایک مثلثی قاعدے والے مخروط کا حجم 50 cm^3 ہے۔ اگر مثلث کا قاعدہ اور بلندی بالترتیب 5 cm اور 8 cm ہیں تو مخروط کی بلندی معلوم کریں۔

Sol. Volume of pyramid = $\frac{1}{3} \times \text{base area} \times \text{height of pyramid}$
 مخروطی قاعدے کا حجم = $\frac{1}{3} \times \text{قاعدے کا رقبہ} \times \text{تقدیر}$

$$50 = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 5\right) \times h$$

$$50 = \frac{1}{3} \times (20) \times h$$

or $h = \frac{50 \times 3}{20} = 7.5 \text{ cm}$

17. The height and volume of a square based pyramid are 12 cm and 100 cm^3 respectively. Find the length of the square base.

ایک مربعی قاعدے والے مخروط کی بلندی اور حجم بالترتیب 12 cm اور 100 cm^3 ہے۔ مربعی قاعدے کی لمبائی معلوم کریں۔

Sol. Volume of pyramid = $\frac{1}{3} \times \text{base area} \times \text{height of pyramid}$
 مخروطی قاعدے کا حجم = $\frac{1}{3} \times \text{قاعدے کا رقبہ} \times \text{تقدیر}$

$$100 = \frac{1}{3} \times (\ell \times \ell) \times 12 = 4\ell^2$$

or $\ell^2 = \frac{100}{4} \Rightarrow \ell^2 = 25$

$$\sqrt{\ell^2} = \sqrt{25}$$

$$\ell = 5 \text{ cm}$$

Solved Exercise 3.4

1. Find the curved surface area of the spheres whose radii are given below (taking $\pi = \frac{22}{7}$)

گولوں کی شعاع کے آگے معلوم کریں جب کہ ان کے رداس ذیل میں دیے گئے ہیں:

- (i) $r = 3.5 \text{ cm}$ (ii) $r = 2.8 \text{ m}$

Sol. $r = 3.5 \text{ cm}$ Sol. $r = 2.8 \text{ m}$

Surface area of sphere Surface area of sphere

$$= 4\pi r^2 \quad \text{گولہ کی سطح کا رقبہ} \quad = 4\pi r^2 \quad \text{گولہ کی سطح کا رقبہ}$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times (3.5)^2 \quad = 4 \times \frac{22}{7} \times (2.8)^2$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \quad = 4 \times \frac{22}{7} \times 2.8 \times 2.8$$

$$= 154 \text{ cm}^2 \quad = 98.56 \text{ m}^2$$

(iii) 0.21 m

Sol. $r = 0.21 \text{ m}$

Surface area of sphere = $4\pi r^2$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times (0.21)^2$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 0.21 \times 0.21$$

$$= 0.5544 \text{ m}^2$$

2. Find the radius of a sphere if its area is given by:

گولہ کے رقبہ معلوم کریں اگر اس کا رقبہ دیا گیا ہو:

(i) 154 m^2

Sol. Let's surface area of sphere = S

then $S = 154 \text{ m}^2$

We know that ہم جانتے ہیں کہ

$$S = 4\pi r^2$$

$$154 = 4 \times \frac{22}{7} \times r^2$$

or $r^2 = \frac{154 \times 7}{4 \times 22} = \frac{1078}{88} = 12.25$

$$\sqrt{r^2} = \sqrt{12.25}$$

$$r = 3.5 \text{ m}$$

(ii) 231 m^2

Sol. Let's surface area of sphere = S

then $S = 231 \text{ m}^2$

We know that ہم جانتے ہیں کہ

$$S = 4\pi r^2$$

$$231 = 4 \times \frac{22}{7} \times r^2$$

or $r^2 = \frac{231 \times 7}{4 \times 22} = \frac{1617}{88} = 18.375$

$$\sqrt{r^2} = \sqrt{18.375}$$

$$r = 4.29 \text{ m}$$

(iii) 308 m^2

Sol. Let's surface area of sphere = S

then $S = 308 \text{ m}^2$

We know that ہم جانتے ہیں کہ

$$S = 4\pi r^2$$

$$308 = 4 \times \frac{22}{7} \times r^2$$

or $r^2 = \frac{308 \times 7}{4 \times 22} = \frac{2156}{88} = 24.5$

$$\sqrt{r^2} = \sqrt{24.5}$$

$$r = 4.95 \text{ m}$$

3. Find the volume of a sphere if r is given by:

گولہ کے حجم معلوم کریں اگر رداس r دیا گیا ہو۔

(i) 5.8 cm

Sol. $r = 5.8 \text{ cm}$

We know that ہم جانتے ہیں کہ

$V = \frac{4}{3} \pi r^3$
 $= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (5.8)^3$
 $= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 5.8 \times 5.8 \times 5.8 = 817.61 \text{ cm}^3$

(ii) 8.7 cm

Sol. $r = 8.7 \text{ cm}$

We know that ہم جانتے ہیں کہ

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (8.7)^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 8.7 \times 8.7 \times 8.7$$

$$= 2759.44 \text{ cm}^3$$

(iii) 7 cm

Sol. $r = 7 \text{ m}$

We know that ہم جانتے ہیں کہ

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (7)^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7$$

$$= 1437.33 \text{ cm}^3$$

(iv) 3.4 m

Sol. $r = 3.4 \text{ m}$

We know that ہم جانتے ہیں کہ

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (3.4)^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 3.4 \times 3.4 \times 3.4$$

$$= 164.70 \text{ m}^3$$

4. Find the radius and volume of each of the following spheres whose surface areas are given below:

درج ذیل گولوں کے رقبہ معلوم کریں جن کی سطح کا رقبہ دیا گیا ہے۔

(i) $201 \frac{1}{7} \text{ cm}^2$

Sol. Let's surface area of sphere = S

then $S = 201 \frac{1}{7} \text{ cm}^2$

We know that ہم جانتے ہیں کہ

$$S = 4\pi r^2$$

$$201 \frac{1}{7} = 4 \times \frac{22}{7} \times r^2$$

or $r^2 = \frac{201.14 \times 7}{4 \times 22} = \frac{1407.98}{88} = 16$

$$\sqrt{r^2} = \sqrt{16}$$

$$r = 4 \text{ cm}$$

Now $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (4)^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 4 \times 4 \times 4$$

$$= 268.19 \text{ cm}^3$$

(ii) 2.464 cm^2

Sol. Let's surface area of sphere = S

then $S = 2.464 \text{ cm}^2$

We know that ہم جانتے ہیں کہ

$$S = 4\pi r^2$$

$$2.464 = 4 \times \frac{22}{7} \times r^2$$

or $r^2 = \frac{2.464 \times 7}{4 \times 22} = \frac{17.248}{88} = 0.196$

$$\sqrt{r^2} = \sqrt{0.196}$$

$$r = 0.44 \text{ cm}$$

Now $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (0.44)^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.44 \times 0.44 \times 0.44$$

$$= 0.36 \text{ cm}^3$$

(iii) 616 m^2

Sol. Let's surface area of sphere = S

then $S = 616 \text{ m}^2$

We know that ہم جانتے ہیں کہ

$$S = 4\pi r^2$$

$$616 = 4 \times \frac{22}{7} \times r^2$$

or $r^2 = \frac{616 \times 7}{4 \times 22} = \frac{4312}{88} = 49$

$$\sqrt{r^2} = \sqrt{49}$$

$$r = 7 \text{ m}$$

Now $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (7)^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7$$

$$= 1437.33 \text{ m}^3$$

5. A spherical tank is of radius 7.7m. How many litres of water can it contain?

ایک کرہ کی ٹینک کا رداس 7.7m ہے۔ اس میں کتنے لٹریں آسکتی ہیں؟

Sol. $r = 7.7$ m

We know that ہم جانتے ہیں کہ

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (7.7)^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7.7 \times 7.7 \times 7.7$$

$$= 1913.090667$$

Water a spherical tank can contain

کرہ کی ٹینک میں چھتائی لٹریں آسکتی ہیں۔

$$= \frac{1913.090667 \times 1000 \times 100 \times 100}{1000}$$

$$= 1913090.67 \text{ litres}$$

6. The radius of sphere A is twice that of a sphere B. Find:

کرہ A کا رداس کرہ B کے رداس سے دوگنا ہے۔ معلوم کریں۔

(i) The ratio between their surface areas.

ان کی سطحوں کے رقبوں کے درمیان نسبت

(ii) The ratio between their volumes.

ان کے حجم کے درمیان نسبت

Sol. Let the radius of sphere B = r

قرہ B کا رداس r ہے

$$\text{Surface area of sphere B} = S_B = 4\pi r^2$$

قرہ B کا سطحی رقبہ

Radius of sphere A = 2r

قرہ A کا رداس

Surface area of sphere A = $S_A = 4\pi(2r)^2$

قرہ A کا سطحی رقبہ

Surface area of sphere A کا حجم $\frac{16\pi r^2}{4\pi r^2}$

Surface area of sphere B کا حجم $\frac{4\pi r^2}{4\pi r^2}$

$$= \frac{4(4\pi r^2)}{4\pi r^2} = \frac{4}{1} = 4:1$$

(ii) Volume of sphere B = $V_B = \frac{4}{3}\pi r^3$

قرہ B کا حجم

Volume of sphere A = $V_A = \frac{4}{3}\pi(2r)^3 = \frac{4}{3}\pi(8r^3)$

قرہ A کا حجم

$$= 8\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$$

Volume of sphere A کا حجم $\frac{8\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)}{\frac{4}{3}\pi r^3}$

Volume of sphere B کا حجم $\frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{8}{1} = 8:1$$

7. The surface area of a sphere is $576\pi \text{ cm}^2$. What will be its volume? If it is melted, how many small spheres of diameter 1cm can be made out of it?

کرہ کی سطحی رقبہ $576\pi \text{ cm}^2$ ہے۔ اس کا حجم کیا ہوگا؟ اگر اسے پگھلایا جائے تو 1cm قطر کے کتنے چھوٹے کرے بنائے جاسکتے ہیں؟

Sol. Surface area of sphere = $576\pi \text{ cm}^2$

کرہ کی سطحی رقبہ

$$\text{Surface area of sphere} = 4\pi r^2$$

So, کرہ کی سطحی رقبہ $4\pi r^2 = 576\pi$

$$r^2 = \frac{576\pi}{4\pi} = 144$$

$$r = 12 \text{ cm}$$

Volume of sphere کا حجم $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \pi \times (12)^3 = \frac{4}{3} \times 1728\pi = \frac{6912}{3}\pi$$

Volume of sphere کا حجم $= 2304\pi \text{ cm}^3$

If radius = $\frac{1}{2} \text{ cm}$

then Volume $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{1}{2}\right)^3$

$$= \frac{4}{3}\pi(0.5)^3 = \frac{4}{3}\pi \times 0.125$$

$$= \frac{0.5}{3}\pi = 0.166667\pi \text{ cm}^3$$

Volume of sphere with radius $\frac{1}{2} = 0.166667\pi \text{ cm}^3$

کرہ A کے کرہ کا حجم

Number of sphere of diameter, 1cm $= \frac{2304\pi \text{ cm}^3}{0.166667\pi \text{ cm}^3} = 13824$

1cm قطر کے کرہ کی تعداد $= 2304\pi \text{ cm}^3 \div 0.166667\pi \text{ cm}^3$

8. A solid copper sphere of radius 3cm is melted and electric wire of diameter 0.4cm is made out of the copper obtained. Find the length of the wire.

ایک 3cm رداس کے کھوپڑے کرہ کو پگھلا کر 0.4cm قطر کی ایک تار بنائی گئی ہے۔ تار کی لمبائی معلوم کریں۔

Sol. Radius of solid sphere = $r = 3 \text{ cm}$

قرہ کا رداس

Volume of sphere کا حجم $= V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (3)^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 3 \times 3 \times 3$$

$$= \frac{2376}{21} \text{ cm}^3$$

Diameter of wire $= 0.4 \text{ cm}$

Radius of wire = r $= \frac{0.4}{2} = 0.2 \text{ cm}$

Area of wire $= \pi r^2$

$$= \frac{22}{7} \times (0.2)^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 0.2 \times 0.2 = \frac{0.88}{7} \text{ cm}^2$$

Volume of wire = length of wire \times Area of wire

تار کا حجم = تار کی لمبائی \times تار کا سطحی رقبہ

Length of wire = $\frac{\text{Volume of wire}}{\text{Area of wire}}$

$$= \frac{2376}{\frac{0.88}{7}} = \frac{2376 \times 7}{0.88} = 900 \text{ cm}$$

Solved Exercise 3.5 حل شدہ مشق 3.5

1. Calculate the surface area of a solid hemisphere of radius 10cm.

ایک محسوس نصف کرہ کا سطحی رقبہ معلوم کریں جس کا رداس 10cm ہے۔

Sol. Surface area of hemisphere = $3\pi r^2$

نصف کرہ کا سطحی رقبہ $= 3\pi(10)^2$

$$= 3\left(\frac{22}{7}\right)(100) = 942.86 \text{ cm}^2$$

2. The surface area of a solid hemispherical object is $150.86\pi^2$. What is the diameter of the hemisphere?

ایک محسوس نصف کرہ کا سطحی رقبہ $150.86\pi^2$ ہے۔ نصف کرہ کا قطر کیا ہوگا؟

Sol. Surface area of hemisphere = $3\pi r^2$

نصف کرہ کا سطحی رقبہ $150.86 = 3\left(\frac{22}{7}\right)(r^2)$

$$150.86 \times \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{7}{22}\right) = r^2$$

$$16 = r^2$$

or $r = 4 \text{ cm}$

3. The surface area of a solid hemispherical object is 1356.48 cm^2 . What is the diameter of the hemisphere? (Take $\pi \approx 3.14$)

ایک محسوس نصف کرہ کا سطحی رقبہ 1356.48 cm^2 ہے۔ نصف کرہ کا قطر کیا ہوگا؟ ($\pi \approx 3.14$)

Sol. Surface area of hemisphere = $3\pi r^2$

نصف کرہ کا سطحی رقبہ $1356.48 = 3(3.14)(r^2)$

$$\frac{1356.48}{(3)(3.14)} = r^2$$

$$144 = r^2$$

or $r = 12$

As Diameter $= 2r = 2(12) = 24 \text{ cm}$

4. What is the total surface area of a solid hemispherical object of radius 2cm, (considering $\pi \approx \frac{22}{7}$)

ایک 2cm رداس کے نصف کرہ کا کل سطحی رقبہ کیا ہوگا؟ ($\pi \approx \frac{22}{7}$)

Sol. Surface area of hemisphere = $3\pi r^2$

نصف کرہ کا سطحی رقبہ $= 3\left(\frac{22}{7}\right)(2)^2 = 3\left(\frac{22}{7}\right)(4)$

$$= 37.71 \text{ cm}^2$$

5. A hemisphere has a curved surface of $175\pi \text{ cm}^2$. Find its radius.

ایک نصف کرہ کا کھوپڑے کا سطحی رقبہ $175\pi \text{ cm}^2$ ہے۔ اس کا رداس معلوم کریں۔

Sol. Surface area of curved surface of hemisphere = $2\pi r^2$

نصف کرہ کی کھوپڑے کا سطحی رقبہ $175 = 2 \times \frac{22}{7} \times r^2$

$$\frac{175 \times 7}{2 \times 22} = r^2$$

$$27.84 = r^2$$

or $r = 5.28 \text{ cm}$

6. Find the volume of a hemisphere whose diameter is:

ایک نصف کرہ کا حجم معلوم کریں جس کا قطر ہے:

(a) 14cm

Sol. Diameter of hemisphere = 14cm

نصف کرہ کا قطر

Radius of hemisphere = $\frac{14}{2} = 7 \text{ cm}$

نصف کرہ کا رداس

Volume of hemisphere = $\frac{2}{3}\pi r^3$

$$= \frac{2}{3}\left(\frac{22}{7}\right)(7)^3$$

$$= \frac{2}{3}\left(\frac{22}{7}\right)(343)$$

$$= 718.67 \text{ cm}^3$$

(b) 21cm

Sol. Diameter of hemisphere = 21cm

نصف کرہ کا قطر

Radius of hemisphere = $\frac{21}{2} = 10.5 \text{ cm}$

نصف کرہ کا رداس

Volume of hemisphere = $\frac{2}{3}\pi r^3$

$$= \frac{2}{3}\left(\frac{22}{7}\right)(10.5)^3$$

$$= 2425.5 \text{ cm}^3$$

(c) 10cm

Sol. Diameter of hemisphere = 10cm

نصف کرہ کا قطر

Radius of hemisphere = $\frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$

Solved Exercise 3.6

Volume of hemisphere = $\frac{2}{3}\pi r^3$
 نصف کرہ کا حجم
 $= \frac{2}{3}\left(\frac{22}{7}\right)(5)^3 = \frac{2}{3}\left(\frac{22}{7}\right)(125)$
 $= 261.90 \text{ cm}^3$

7. A hemispherical bowl has a volume of 288π cubic cm. Find the diameter of the bowl.

ایک نصف کرہ کی شکل کے پیالے کا حجم 288π مکعب سینٹی میٹر ہے۔ پیالے کا قطر معلوم کریں۔

Sol. Volume of hemisphere = $\frac{2}{3}\pi r^3$

$288\pi = \frac{2}{3}\pi r^3$

$(288\pi)\left(\frac{3}{2\pi}\right) = r^3$

$432 = r^3$

or $r = 7.56 \text{ cm}$

So, Diameter of hemisphere = 7.56×2

نصف کرہ کا قطر = 15.12 cm

8. The solid shown in Fig. (i) consists of a cylinder and a hemisphere on the top. Find its volume. ($\pi \approx 3.14$)

شکل (i) میں دکھائی گئی ایک ٹھوس ایک سلنڈر ہے جس کے سب سے اوپر ایک نصف کرہ ہے۔ اس کا حجم معلوم کریں۔ ($\pi \approx 3.14$)

Sol. Since diameter of cylinder is 4 cm, So its radius will be 2 cm and radius of hemisphere will also be 2 cm.

چونکہ سلنڈر کا قطر 4 cm ہے، لہذا اس کا رداس 2 cm ہوگا اور نصف کرہ کا رداس بھی 2 cm ہوگا۔

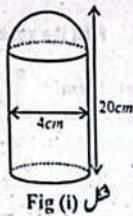


Fig (i) شکل

Radius of cylinder = 2 cm

height of cylinder = 18 cm

Volume of cylinder = $\pi r^2 h$

$= \left(\frac{22}{7}\right)(2)^2(18)$

$= \left(\frac{22}{7}\right)(4)(18)$

$= 226.28 \text{ cm}^3$

Now, اب

Volume of hemisphere = $\frac{2}{3}\pi r^3$

$= \frac{2}{3}\left(\frac{22}{7}\right)(2)^3 = \frac{2}{3}\left(\frac{22}{7}\right)(8) = 16.76 \text{ cm}^3$

So, Total volume

= Volume of cylinder + volume of hemisphere

$= 226.28 + 16.76$

$= 243 \text{ cm}^3$

1. Write down the missing elements of cones (all lengths are in cm).

	r	h	l	Curved surface Area	Base Area	Total surface Area
(i)	--	8	10	--	--	--
(ii)	3	4	--	--	--	--
(iii)	9	--	25	--	--	--
(iv)	--	--	--	--	154 cm ²	375 cm ²

(i) $r = ?$, $h = 8$, $l = 10$

Curved surface area = ?, Base area = ?, Total surface area = ?

Sol. $r = \sqrt{l^2 - h^2}$
 $= \sqrt{(10)^2 - (8)^2} = \sqrt{100 - 64}$
 $= \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$

Curved surface area = $\pi r l$
 $= \frac{22}{7} \times 6 \times 10 = \frac{1320}{7} = 188.57 \text{ cm}^2$

Base area = πr^2
 $= \frac{22}{7} \times (6)^2$
 $= \frac{22}{7} \times 6 \times 6 = 113.14 \text{ cm}^2$

Total surface area = Curved surface area + Base area
 $= 188.57 + 113.14 = 301.71 \text{ cm}^2$

(ii) $r = 3$, $h = 4$, $l = ?$

Curved surface area = ?, Base area = ?, Total surface area = ?

Sol. $l = \sqrt{r^2 + h^2}$
 $= \sqrt{(3)^2 + (4)^2}$
 $= \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$

Curved surface area = $\pi r l$
 $= \frac{22}{7} \times 3 \times 5 = 47.14 \text{ cm}^2$

Base area = πr^2
 $= \frac{22}{7} \times (3)^2$
 $= \frac{22}{7} \times 3 \times 3 = 28.28 \text{ cm}^2$

Total surface area = Curved surface area + Base area
 $= 47.14 + 28.28$
 $= 75.42 \text{ cm}^2$

(iii) $r = 9$, $h = ?$, $l = 25$
 Curved surface area = ?, Base area = ?, Total surface area = ?

Sol. $h = \sqrt{l^2 - r^2}$
 $= \sqrt{(25)^2 - (9)^2} = \sqrt{625 - 81}$
 $= \sqrt{544} = 23.32 \text{ cm}$

Curved surface area = $\pi r l$
 $= \frac{22}{7} \times 9 \times 25 = 707.14 \text{ cm}^2$

Base area = πr^2
 $= \frac{22}{7} \times (9)^2 = \frac{22}{7} \times 9 \times 9 = 254.57 \text{ cm}^2$

Total surface area = Curved surface area + Base area
 $= 707.14 + 254.57 = 961.71 \text{ cm}^2$

(iv) $r = ?$, $h = ?$, $l = ?$
 Sol. $r = ?$, $h = ?$, $l = ?$

Curved surface area = ?, Base area = 154 cm²
 Total surface area = 374 cm²

Base area = $\pi r^2 = 154$
 $\frac{22}{7} \times r^2 = 154$
 $r^2 = 154 \times \frac{7}{22} = 49$
 $r = 7 \text{ cm}$

Total surface area = 375
 $\pi r(r + l) = 375$

$\frac{22}{7} \times 7(7 + l) = 375$
 $22(7 + l) = 375$

$7 + l = \frac{375}{22}$
 $7 + l = 17.045$

$l = 17.045 - 7 = 10.045$
 $l = 10.045$

Now, اب
 $h = \sqrt{l^2 - r^2}$
 $h = \sqrt{(10.045)^2 - (7)^2}$
 $h = \sqrt{100.90 - 49}$
 $h = \sqrt{51.9} = 7.20$
 $h = 7.20$

Curved surface area = $\pi r l$
 $= \frac{22}{7} \times 7 \times 10.045$
 $= 221 \text{ cm}^2$

2. Find the Volume of the Cone if: ($\pi = \frac{22}{7}$)
 (i) $r = 3 \text{ cm}$, $h = 4 \text{ cm}$

Sol. Volume of cone = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$
 $= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (3)^2 \times 4$
 $= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 9 \times 4$
 $= \frac{792}{21} = 37.71 \text{ cm}^3$

(ii) $r = 7 \text{ cm}$, $h = 10 \text{ cm}$

Sol. Volume of cone = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$
 $= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (7)^2 \times 10$
 $= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 49 \times 10$
 $= 513.33 \text{ cm}^3$

(iii) $r = 5 \text{ cm}$, $l = 7 \text{ cm}$

Sol. $h = \sqrt{l^2 - r^2}$
 $= \sqrt{(7)^2 - (5)^2} = \sqrt{49 - 25}$
 $= \sqrt{24} \text{ cm}$

Now, اب
 Volume of cone = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$
 $= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (5)^2 \times \sqrt{24}$
 $= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 25 \times \sqrt{24}$
 $= 128.31 \text{ cm}^3$

(iv) $h = 5 \text{ cm}$, $l = 8 \text{ cm}$

Sol. $r = \sqrt{l^2 - h^2}$
 $= \sqrt{(8)^2 - (5)^2}$
 $= \sqrt{64 - 25} = \sqrt{39} \text{ cm}$

Now, اب
 Volume of cone = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$
 $= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (\sqrt{39})^2 \times 5$
 $= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 39 \times 5 = \frac{4290}{21}$
 $= 204.29 \text{ cm}^3$

3. A conical cup is full of ice-cream. What will be the quantity of the ice-cream, if the radius and height of the cone are 4 cm and 5 cm respectively? ($\pi = 3.14$)

ایک مخروطی شکل کا کپ آئس کریم سے بھرا ہوا ہے۔ اس میں آئس کریم کی مقدار کتنی ہوگی اگر مخروط کا رداس اور بلندی بالترتیب 4 cm اور 5 cm ہوں؟
 Sol. Radius of conical cup = $r = 4 \text{ cm}$
 مخروطی شکل کے کپ کا رداس
 Height = $h = 5 \text{ cm}$

Volume of cone = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$
 $= \frac{1}{3} \times 3.14 \times (4)^2 \times 5$
 $= \frac{1}{3} \times 3.14 \times 16 \times 5 = 83.73 \text{cm}^3$

4. What will be total surface area of a solid cone of height 4cm and radius 3cm? ($\pi = \frac{22}{7}$)

Sol. Radius of base = $r = 3 \text{cm}$
 Height = $h = 4 \text{cm}$

Slant height of cone = $l = \sqrt{r^2 + h^2}$
 $= \sqrt{(3)^2 + (4)^2}$
 $= \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \text{cm}$

Total surface area of cone = $\pi r(l + r)$
 $= \frac{22}{7} \times 3 \times (5 + 3)$
 $= \frac{22}{7} \times 3 \times 8 = 75.43 \text{cm}^2$

5. The area of the base of cone is 38.50cm^2 . If its height is three times the radius of the base, find its volume. ($\pi = \frac{22}{7}$)

Sol. Base area of cone = $\pi r^2 = 38.50$

$\pi r^2 = 38.50$
 $\frac{22}{7} \times r^2 = 38.50$
 $r^2 = 38.50 \times \frac{7}{22} = 12.25$
 $\sqrt{r^2} = \sqrt{12.25}$
 $r = 3.5 \text{cm}$
 Height of cone = $h = 3r = 3(3.5) = 10.5 \text{cm}$

Volume of cone = $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
 $= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (3.5)^2 \times 10.5$
 $= 134.75 \text{cm}^3$

6. A conical tent is 8m high and its base is of 54dm radius. It is to be used to accommodate scouts. How many scouts can be accommodated in the tent if each scout requires 5.819m^3 of air?

Sol. Height of tent = $h = 8 \text{m}$

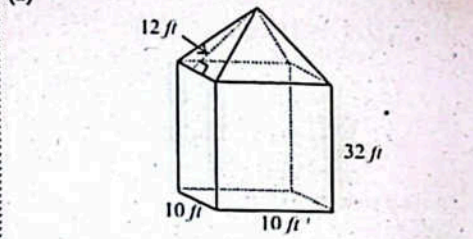
Radius of base = $r = 54 \text{dm}$
 $= \frac{54}{10} \text{m} = 5.4 \text{m}$

Volume of cone = $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
 $= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (5.4)^2 \times 8$
 $= \frac{22}{3} \times 5.4 \times 5.4 \times 8$
 $= 244.3886 \text{m}^3$

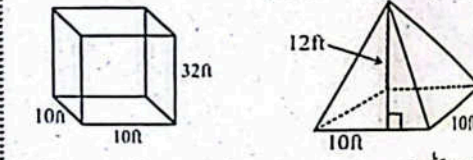
Each scout required air = 5.819m^3
 Number of scouts can be accommodated = $\frac{244.3886}{5.819} = 42$ scouts

Solved Exercise 3.7

1. Find the volume and surface area of the following:



Sol. (a) The figure is composed of two parts as shown



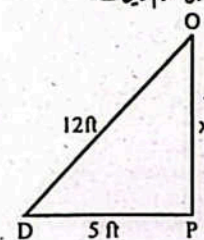
Surface area of square prism
 $S_1 = \ell w + 2\ell h + 2wh \text{cm}^2$
 $S_1 = 10(10) + 2(10)(32) + 2(10)(32)$
 $S_1 = 100 + 640 + 640 = 1380 \text{cm}^2$

Surface area of square pyramid
 $S_2 = \text{Area of four lateral faces}$
 $S_2 = 4 \times \left(\frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{slant height}\right)$

Total surface area of the object = $S_1 + S_2$
 $= 1380 + 240 = 1620 \text{cm}^2$

Volume of the square prism
 $V_1 = \text{area of base} \times \text{height}$
 $V_1 = (\ell \times w) \times h$
 $V_1 = (10 \times 10) \times 32 = 3200 \text{ft}^3$

Volume of square pyramid
 $V_2 = \frac{1}{3} \times \text{area of base} \times \text{height}$



By using Pythagoras theorem
 $c^2 = a^2 + b^2$

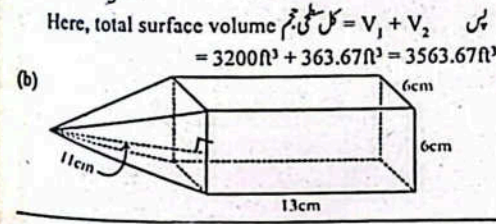
$(12)^2 = (x)^2 + (5)^2$
 $144 = x^2 + 25$
 $144 - 25 = x^2$
 $119 = x^2$
 $\Rightarrow x^2 = 119$
 $\sqrt{x^2} = \sqrt{119}$
 $x = 10.91 \text{ft}$

Height = $h = 10.91 \text{ft}$

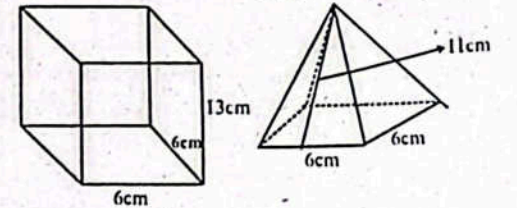
Now, from (i), we have
 $V_2 = \frac{1}{3} \times \text{area of base} \times \text{height}$

$V_2 = \frac{1}{3} \times \text{area of base} \times \text{height}$
 $V_2 = \frac{1}{3} \times 10 \times 10 \times 10.91$
 $V_2 = \frac{1091}{3} = 363.67 \text{ft}^3$

Here, total surface volume = $V_1 + V_2$
 $= 3200 \text{ft}^3 + 363.67 \text{ft}^3 = 3563.67 \text{ft}^3$



Sol. The figure is composed of two parts as shown.



Surface Area of square prism

$S_1 = \ell w + 2\ell h + 2wh \text{cm}^2$
 $S_1 = 6 \times 6 + 2 \times 6 \times 13 + 2 \times 6 \times 13 \text{cm}^2$
 $S_1 = 36 + 156 + 156 \text{cm}^2$
 $S_1 = 348 \text{cm}^2$

Surface Area of square pyramid

$S_2 = \text{Area of four lateral faces}$
 $S_2 = 4 \times \left(\frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{slant height}\right)$
 $S_2 = 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 11\right) = 4 \times 33 = 132 \text{cm}^2$

Total surface area of the object = $S_1 + S_2$
 $= 348 + 132 = 480 \text{cm}^2$

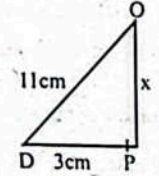
Volume of the square prism

$V_1 = \text{area of base} \times \text{height}$
 $V_1 = (\ell \times w) \times h$
 $V_1 = 6 \times 6 \times 13$
 $V_1 = 468$

Volume of square pyramid

$V_2 = \frac{1}{3} \times \text{area of base} \times \text{height}$

Now we find the vertical height of the square pyramid.



By using Pythagoras theorem

$c^2 = a^2 + b^2$
 $(11)^2 = (x)^2 + (3)^2$
 $121 = x^2 + 9$
 $121 - 9 = x^2$
 $112 = x^2$
 $\Rightarrow x^2 = 112$
 $x = 10.58\text{cm}$
 Height بلندی = $h = 10.58\text{cm}$

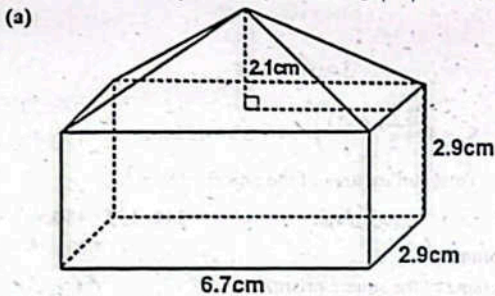
Now, from first (i), we have

$V_2 = \frac{1}{3} \times \text{area of base} \times \text{height}$
 قاعدے کا رقبہ \times بلندی

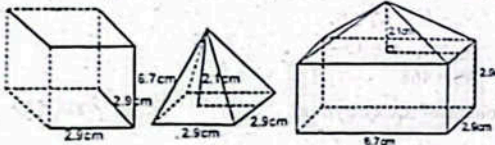
$V_2 = \frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times 10.58 = 127\text{cm}^3$

Hence, total surface volume کل سطحی حجم = $V_1 + V_2$ پس
 $= 468 + 127 = 595\text{cm}^3$

2. Determine the volume of the composite objects shown below: ($\pi = 3.14$) مرکب اشکال کا حجم معلوم کریں۔



Sol. The figure is composed of two parts as shown.



As we know that جیسے ہم جانتے ہیں کہ
 Volume of square prism.

$V_1 = \text{area of base} \times \text{height}$

بلندی قاعدے کا رقبہ

$V_1 = l \times w \times h$

$V_1 = 6.7 \times 2.9 \times 2.9$

$V_1 = 56.347\text{cm}^3$

Now, volume of the square pyramid.

$V_2 = \frac{1}{3} \times \text{area of base} \times \text{height}$

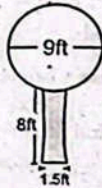
بلندی قاعدے کا رقبہ

$V_2 = \frac{1}{3} \times 6.7 \times 2.9 \times 2.1 = \frac{40.803}{3} = 13.601\text{cm}^3$

Hence,

Total volume of the composite object = $V_1 + V_2$ پس

(b) مرکب شے کا کل حجم = $56.347 + 13.601 = 69.95\text{cm}^3$



Sol. Diameter of tree = 9ft

درخت کا قطر

Radius of tree = $\frac{9}{2} = 4.5\text{ft}$

درخت کا رداس

Now, Volume of tree (sphere) (کرہ)

Volume of tree (sphere) = $\frac{4}{3}\pi r^3$

= $\frac{4}{3} \times 3.14 \times (4.5)^3$

= $\frac{4}{3} \times 3.14 \times 91.125 = 381.51$

Height of Trunk = $h = 8\text{ft}$

تہ کی بلندی

Diameter of Trunk = $d = 1.5\text{ft}$

تہ کا قطر

Radius of Trunk = $\frac{1.5}{2} = 0.75$

تہ کا رداس

Volume of Trunk = $\pi r^2 h = 3.14 \times (0.75)^2 \times 8$

تہ کا حجم

= $3.14 \times 0.5625 \times 8 = 14.13\text{ft}^3$

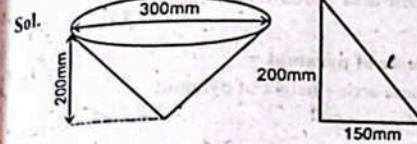
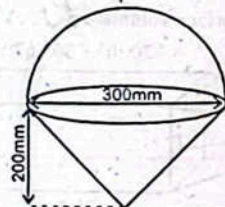
Total volume کل حجم = $381.51 + 14.13 = 395.64\text{ft}^3$

3. The composite object in the illustration, at right, consists of a hemisphere connected to the top of a cone. Find the object's;

a. Surface area (in cm^2) b. Volume (in cm^3) ($\pi = 3.14$)

دائیں طرف کی تصویر میں مرکب آجیکٹ ایک نصف کرہ پر مشتمل ہے جو مخروط کے اوپر لیجے سے جوڑا ہوا ہے۔ آجیکٹ معلوم کریں۔

(a) سطحی رقبہ (ب) حجم (c) (میں)



By using Pythagoras theorem

$(\text{Hyp})^2 = (\text{Perp})^2 + (\text{Base})^2$

$l^2 = (200)^2 + (150)^2$

$l^2 = 40000 + 22500 = 62500$

$l = 250\text{mm}$

As we know that جیسا ہم جانتے ہیں کہ

$l^2 = \sqrt{h^2 + r^2}$

$r^2 = \sqrt{l^2 - h^2}$

When $l = 250\text{mm}$ and $h = 200\text{mm}$ جہاں

$r^2 = \sqrt{(250)^2 - (200)^2}$

$r^2 = \sqrt{62500 - 40000}$

$r^2 = \sqrt{22500} \Rightarrow r = 150\text{mm}$

As $1\text{cm} = 10\text{mm}$ جیسا کہ

Sol. $l = 250\text{mm} = 2.5\text{cm}$ لہذا

$r = 150\text{mm} = 1.5\text{cm}$

(a) Surface area of the object = curved surface area of a cone + curved surface area of a hemisphere

شے کا سطحی رقبہ = مخروط کا ترچھی سطح کا رقبہ + نصف کرہ کا ترچھی سطح کا رقبہ

= $\pi r l + 2\pi r^2$

= $\pi r (l + 2r)$

= $3.14 \times 1.5 (2.5 + 2(1.5))$

= $3.14 \times 1.5 (2.5 + 3)$

= $3.14 \times 1.5 \times 5.5$

Surface area of the object = 2590.5cm^2

شے کا سطحی رقبہ

(b) Here Radius $r = 15\text{cm}$ جیسا کہ

Height بلندی = $h = 200\text{mm}$

= $h = \frac{200}{10}\text{cm} (\because 1\text{cm} = 10\text{mm})$

$h = 20\text{cm}$

Now, volume of the object = Volume of a cone + Volume of a hemisphere

اب، شے کا حجم = مخروط کا حجم + نصف کرہ کا حجم

= $\frac{1}{3} \pi r^2 h + \frac{2}{3} \pi r^3$

= $\frac{1}{3} \times 3.14 \times (15)^2 \times 20 + \frac{2}{3} \times 3.14 \times (15)^3$

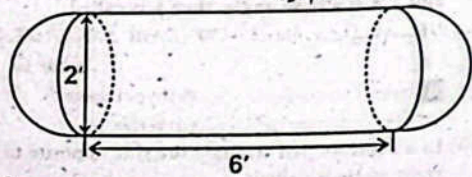
= $\frac{1}{3} \times 3.14 \times 225 \times 20 + \frac{2}{3} \times 3.14 \times 3375$

= $\frac{14130}{3} + \frac{21195}{3}$
 $= \frac{14130 + 21195}{3} = \frac{35325}{3} = 11775\text{cm}^3$

4. The composite object in the illustration, at right consists of two hemispheres which are connected by a cylinder in between Find the object's

(a) Surface Area سطحی رقبہ (b) Volume حجم ($\pi = 3.14$)

مثال میں مرکب اشیا دائیں طرف، دو نصف کرہ پر مشتمل ہے جو درمیان میں ایک سلنڈر سے جوڑے ہوئے ہیں۔ آجیکٹ معلوم کریں۔



Sol.

Here, Diameter قطر = $d = 2'$

Radius رداس = $r = \frac{d}{2} = \frac{2'}{2} = 1'$

Height بلندی = $6'$

(a) Surface Area = Surface area of a sphere + Surface area of cylinder

سطحی رقبہ = کرہ کا سطحی رقبہ + سلنڈر کا سطحی رقبہ

= $4\pi r^2 + 2\pi r h$

= $4 \times 3.14 (1')^2 + 2 \times 3.14 \times (1')(6)$

= $4 \times 3.14 \times 1' + 2 \times 3.14 \times 6$

= $12.56 + 37.38 = 50.24\text{cm}^2$

(b) Now, اب

Volume of sphere = $\frac{4}{3} \pi r^3$

کرہ کا حجم = $\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (1')^3$

= $\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 1' = 4.19$

Volume of cylinder = $\pi r^2 h$

سلنڈر کا حجم = $3.14 \times (1')^2 \times 6$

= $3.14 \times 1 \times 6$

= 18.84

Total volume = Volume of sphere + Volume of cylinder

کل حجم = کرہ کا حجم + سلنڈر کا حجم

Total Volume کل حجم = $4.19 + 18.84$

= 23.03inch انچ

Solved Review Exercise 3 حل جانے والا مشق 3

1. Four options are given against each statement. Encircle the correct one.

ہر بیان کے سامنے چارہ چیز دی گئی ہیں۔ درست کے گرد دائرہ لگائیں۔

(i) If in a right angled triangle ABC, $m\angle C = 90^\circ$, then c is called _____.

اگر ایک قائمہ الزاویہ مثلث ABC میں $m\angle C = 90^\circ$ تو c کہلاتا ہے۔

- (a) base قاعدہ (b) hypotenuse وتر
- (c) perpendicular عمود (d) vertex راس

(ii) If in a right angled triangle ABC, $m\angle C = 90^\circ$ and $\angle A$ is a base angle, then b is called:

اگر ایک قائمہ الزاویہ مثلث ABC میں $m\angle C = 90^\circ$ اور $\angle A$ ایک قاعدے کا زاویہ ہے تو b کہلاتا ہے۔

- (a) base قاعدہ (b) hypotenuse وتر
- (c) perpendicular عمود (d) vertex راس

(iii) In a right angled triangle the side opposite to the right angle is called:

ایک قائمہ الزاویہ مثلث میں قاعدے کے سامنے والا رخ کہلاتا ہے۔

- (a) perpendicular عمود (b) base قاعدہ
- (c) hypotenuse وتر (d) right angle قائمہ زاویہ

(iv) An arc whose measure is less than 180° is called a _____.

ایک قوس جس کی لمبائی 180° سے کم ہو کہلاتی ہے۔

- (a) minor arc قوسِ سنہرہ (b) major arc قوسِ کبیرہ
- (c) arc length قوس کی لمبائی (d) sector area سیکٹر کا رقبہ

(v) A straight line that touches a circle at a single point externally is called:

ایک خط مستقیم جو دائرے کو بیرونی طور پر ایک نقطے پر مس کرے کہلاتا ہے۔

- (a) chord قاطع خط (b) tangent مماس
- (c) sector سیکٹر (d) line segment قطعہ خط

(vi) The perpendicular distance from base to the apex in a pyramid is called _____.

ایک مخروط میں قاعدے سے اوپر کی تک کا عمودی فاصلہ کہلاتا ہے۔

- (a) area رقبہ
- (b) lateral surface area ترجمہ سطح کا رقبہ
- (c) slant height of pyramid مخروط کی ترجمہ بلندی
- (d) altitude بلندی

(vii) The volume of pyramid is always _____ of the prism.

مخروط کا حجم ہمیشہ پریم کا $\frac{1}{3}$ ہوتا ہے۔

- (a) two-third دو تہائی (b) one-third ایک تہائی
- (c) one-fourth ایک چوتھائی (d) two-fourth دو چوتھائی

(viii) Surface area of square pyramid is:

ایک مربع مخروط کا سطح کا رقبہ ہے:

- (a) area of the base + 4(area of a face) (ایک سطح کا رقبہ) + 4(قاعدے کا رقبہ)
- (b) base area + 3 (area of each face) (بیس کا رقبہ) + 3(قاعدے کا رقبہ)
- (c) area of the base + 2(area of a face) (ایک سطح کا رقبہ) + 2(قاعدے کا رقبہ)

(d) base area + area of each face

(ix) Volume of pyramid = _____

(a) base area \times height of pyramid (بیس کا رقبہ \times قاعدے کا رقبہ)

(b) $\frac{1}{3}$ base area + height of pyramid (بیس کا رقبہ \times قاعدے کا رقبہ)

(c) $\frac{1}{3}$ base area \times height of pyramid (بیس کا رقبہ \times قاعدے کا رقبہ)

(d) base area + height of pyramid (بیس کا رقبہ + قاعدے کا رقبہ)

(x) Surface area of sphere = _____

(a) $4\pi r^2$ (ب) $4\pi r$ (c) $\frac{4}{3}\pi r^3$ (d) $3\pi r^2$

(xi) Volume of cone: _____

(a) $\frac{1}{3}$ (area of the base + height) (بیس کا رقبہ + قاعدے کا رقبہ)

(b) $\frac{1}{3}$ (area of the base \times height) (بیس کا رقبہ \times قاعدے کا رقبہ)

(c) $\frac{1}{2} \times$ surface area of cone + area of base (قاعدے کا رقبہ + مخروط کا سطح کا رقبہ)

(d) two-third of the volume of cylinder (سیلنڈر کے حجم کا دو تہائی)

(xii) The circles with a common center and have different radii are known as:

ایسے دائرے جو ہم مرکز ہوں اور ان کے رداس مختلف ہوں کہلاتے ہیں۔

- (a) centre مرکز (b) semicircle نصف دائرہ
- (c) chord وتر (d) concentric circle ہم مرکز دائرے

(xiii) 3 times volume of a cone is equal to:

ایک کن کے حجم کا 3 گنا ہوتا ہے۔

(a) volume of the cylinder سیلنڈر کے حجم کے

(b) area of the cylinder سیلنڈر کے رقبہ کے

(c) volume of sphere کن کے حجم کے

(d) volume of hemi-sphere نصف کن کے حجم کے

(xiv) A composite 3D figure is a three-dimensional figure made up of basic _____

ایک مرکب 3D شکل ایک سب سے بنی شکل ہے جو بنیادی شکل سے بنتی ہے۔

(a) 2D figures دو رخہ اشکال (b) 3D figures 3D اشکال

(c) pyramid مخروط (d) 2D and 3D figures دو رخہ اور تین رخہ اشکال

(xv) Arc length (l) = _____

(a) $\frac{x}{60^\circ} \times$ area of circle (دائرے کا رقبہ)

(b) $\frac{x}{360^\circ} + 2\pi r$

(c) $\frac{x}{360^\circ} \times 2\pi r$

(d) $\frac{x}{360^\circ}$

2. Write short answers of the following questions. ($\pi = \frac{22}{7}$)

(i) State Pythagoras theorem. _____

Ans. In a right angle triangle ABC with $m\angle C = 90^\circ$ and a, b, c are lengths of opposite sides of the angles $\angle A, \angle B$ and $\angle C$ respectively.

ایک قائمہ الزاویہ مثلث ABC جس میں $m\angle C = 90^\circ$ اور a, b, c وتر، وتر اور $\angle C$ کے مخالف اضلاع کی لمبائیاں ہیں۔

$a^2 + b^2 = c^2$

(ii) Write formula of surface area of a sphere.

کروہ کی سطح کا رقبہ معلوم کرنے کا کلیہ لکھیں۔

Ans. Surface area of sphere = $4\pi r^2$

(iii) Write the formula of volume of a cone.

کن کا حجم معلوم کرنے کا کلیہ لکھیں۔

Ans. Volume of cone = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

(iv) Define: _____

(a) Sector سیکٹر

Ans. A sector of a circle is defined as the portion of a circle that is enclosed between its two radii and the arc adjoining them

دائرے کا حصہ جو دو رداسوں اور ان کی متعلقہ قوس کے درمیان ہو، دائرے کا سیکٹر کہلاتا ہے۔

(b) Chord وتر

Ans. A line segment joining two points on a circle is called a chord of a circle

دائرے پر دو نقطوں کو ملانے والا قطعہ خط دائرے کا وتر کہلاتا ہے۔

(c) Concentric circle ہم مرکز دائرے

Ans. The circles with a common centre and have different radii are known as concentric circles.

ایسے دائرے جن کا مرکز ایک ہی ہو مگر رداس مختلف ہوں، ہم مرکز دائرے کہلاتے ہیں۔

(d) Central angle مرکزی زاویہ

Ans. The angle formed by an arc of the circle at the centre of the circle is called central angle.

ایک قوس دائرے کے مرکز پر جو زاویہ بناتی ہے اسے مرکزی زاویہ کہتے ہیں۔

3.(i) Find the volume of a sphere when radius is 3.2cm.

ایک کرہ کا حجم معلوم کریں جس کا رداس 3.2cm ہے۔

Sol. Volume of sphere = $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

(ii) Find the volume of the cone if $r=3cm$ and $h=4cm$.

کن کا حجم معلوم کریں اگر $r=3cm$ اور $h=4cm$.

Sol. Volume of cone = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (3)^2 \times 4$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 3.2 \times 3.2 \times 3.2$

$= 137.31cm^3$

(iii) If $a = 2.4m$, $c = 2.6m$, ΔABC is right angled triangle with $m\angle C = 90^\circ$, Find b.

اگر ΔABC ایک قائمہ الزاویہ مثلث ہو جس میں $m\angle C = 90^\circ$ اور $a = 2.4m$ اور $c = 2.6m$ ، تو b معلوم کریں۔

Sol. By Pythagoras theorem _____

$c^2 = a^2 + b^2$, $m\angle C = 90^\circ$

Here $a = 2.4m$, $c = 2.6m$

$(2.6)^2 = (2.4)^2 + b^2$

$6.76 = 5.76 + b^2$

$b^2 = 6.76 - 5.76$

$b^2 = 1$

$b = \sqrt{1} = 1m$

(iv) Find the arc length and area of a sector when:

ایک سیکٹر کی قوس کی لمبائی اور رقبہ معلوم کریں جب

(a) $r = 5cm$, 60°

Sol. $r = 5cm$, Angle = $x = 60^\circ$

Arc length = $\frac{60^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r$

Arc length = $\frac{60^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 5$

$= \frac{1}{6} \times 10 \times \frac{22}{7} = 5.24cm$

Area of sector = $\frac{x}{360^\circ} \times$ area of circle

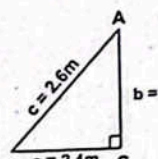
$= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2$

$= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times (5)^2$

$= \frac{1}{6} \times \frac{22}{7} \times 25 = 13.10cm^2$

(b) $r = 7.5cm$, 45°

Sol. Arc length = $\frac{x}{360^\circ} \times 2\pi r$



$$= \frac{45^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 7.5 = 5.89 \text{ cm}$$

Area of sector = $\frac{x}{360} \times \text{area of circle}$

$$= \frac{45}{360} \times \pi r^2$$

$$= \frac{45}{360} \times \frac{22}{7} \times (7.5)^2$$

$$= \frac{45^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 56.25$$

$$= 22.10 \text{ cm}^2$$

(v) A sector of a circle of radius 8cm has an area of 49cm². Find the angle at the centre of the sector.

ایک 8cm رداس کے دائرے کے سیکٹر کا رقبہ 49cm² ہے۔ سیکٹر کے مرکز پر بننے والا زاویہ معلوم کریں۔

Sol. Area of sector = $\frac{x}{360} \times \frac{22}{7} \times (8)^2$

$$49 = \frac{x}{360} \times \frac{22}{7} \times 8 \times 8$$

$$49 = x \times \frac{1408}{2520}$$

$$x = \frac{49 \times 2520}{1408} = 87.7^\circ$$

4. Tariq built a square based pyramid tent for his night camp. The base of the tent is a square of side 2m and the height of the tent is 3m. What space is occupied by the tent?

طارق نے رات گزارنے کے لیے ایک مربعی قاعدے والا مخروطی ٹینٹ بنایا۔ ٹینٹے کا قاعدہ 2m طویل والا ایک مربع ہے اور ٹینٹے کی بلندی 3m ہے۔ ٹینٹے کی جگہ کتنی گھیرے گی؟

Sol. Volume of pyramid = $\frac{1}{3} \times \text{base area} \times \text{height of pyramid}$

$$= \frac{1}{3} \times \text{تعدادے کا رقبہ} \times \text{تختروٹ کی بلندی}$$

$$= \frac{1}{3} \times (2 \times 2) \times 3 = 4 \text{ m}^3$$

5. A right pyramid whose base is a right angled triangle has volume 60cm³. If base and altitude of the right angle triangle are 6cm and 10cm, find the height of the pyramid.

ایک تختروٹ کا حجم 60cm³ ہے، جس کا قاعدہ ایک قائمہ الزاویہ مثلث ہے۔ اگر قاعدہ الزاویہ مثلث کا قاعدہ اور بلندی 6cm اور 10cm ہوتے تو تختروٹ کی بلندی معلوم کریں۔

Sol. Area of right triangle = $\frac{\text{base} \times \text{altitude}}{2}$

$$A = \frac{6 \times 10}{2} = 30 \text{ cm}^2$$

Now Volume of pyramid = $V = \frac{1}{3} \times \text{base area} \times \text{height of pyramid}$

$$= \frac{1}{3} \times \text{تعدادے کا رقبہ} \times \text{تختروٹ کی بلندی}$$

$$60 = \frac{1}{3} \times 30 \times \text{height of pyramid}$$

$$\text{height of pyramid} = \frac{60 \times 3}{30} = 6 \text{ cm}$$

6. In triangle ABC, right angle is at point C. m \angle B = 2.1cm and m \angle C = 7.2cm. What is the length of AB?

ایک مثلث ABC میں نقطہ C پر قائمہ الزاویہ ہے۔ m \angle B = 2.1cm اور m \angle C = 7.2cm ہے۔ AB کی لمبائی کیا ہے؟

Sol. Let length of AB = x

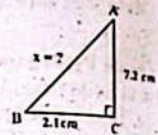
By Pythagoras theorem

$$(x)^2 = (7.2)^2 + (2.1)^2$$

$$x^2 = 51.84 + 4.41$$

$$x^2 = 56.25$$

$$x = \sqrt{56.25} = 7.5 \text{ cm}$$



7. What is the volume of a square pyramid with a base area of 255 square cm and a height of 7cm?

ایک مربعی تختروٹ کا حجم کیا ہوگا جس کا قاعدے کا رقبہ 255 مربع سینٹی میٹر اور بلندی 7cm ہے۔

Sol. Volume of pyramid = $\frac{1}{3} \times \text{base area} \times \text{height of pyramid}$

$$= \frac{1}{3} \times 255 \times 7 = 85 \times 7 = 595 \text{ cm}^3$$

8. The height of the great pyramid is about 455 feet. If you were to walk completely around the square base of the pyramid, you would have gone about 3,024 feet. What is the lateral surface area of the great pyramid today?

مصر میں ابرام کی اونچائی تقریباً 455 فٹ ہے۔ اگر آپ ابرام کے سرخ قاعدے کے ارد گرد مکمل طور پر چلے تو آپ تقریباً 3024 فٹ چلے جاتے۔ آج مصر میں ابرام کی اونچائی کتنی ہے اور قاعدے کا رقبہ کیا ہے؟

Sol. Perimeter of square base = 3024 feet

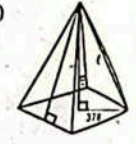
Perimeter of square = $4 \times \text{length of a side} (l)$

$$3024 = 4 \times l$$

$$\frac{3024}{4} = l$$

$$756 = l$$

Hence, length of a side is 756 ft.

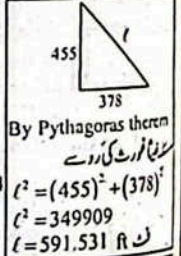


Area of a lateral surface = $\frac{1}{2} \times b \times h$

$$= \frac{1}{2} \times 756 \times 591.531$$

$$= 223598.72 \text{ ft}$$

Area of 4 lateral surfaces = $4 \times 223598.72 = 894393.92 \text{ ft}$



9. The cost of leather is Rs. 1500 per square meter. Find the cost of manufacturing 100 footballs of radius 0.12m. ($\pi = 3.14$)

پزے کی قیمت 1500 روپے فی مربع میٹر ہے۔ 100 فٹ بال بنانے کی قیمت معلوم کریں۔

Sol. Here, Cost of leather = Rs 1500

We know that Surface area of a football = $4\pi r^2$

Surface area of a football = $4 \times \frac{22}{7} \times (0.12)^2$

$$= 4 \times 3.14 \times 0.0144 = 0.180864$$

Surface area of 100 foot ball = $0.180864 \times 100 = 18.0864$

Now, Cost = Rate \times Surface area

$$= (1500) \times (18.0864) = \text{Rs } 27130$$

10. The radius of the Earth is 6,371km. What is the surface area of the Earth? ($\pi = 3.14$)

Sol. Surface area of earth = $4\pi r^2$

$$= 4 \times 3.14 \times (6371)^2$$

$$= 4 \times 3.14 \times 40589641$$

$$= 509805891 \text{ km}^2$$

11. What will be the radius of a sphere with the same volume as a rectangular cuboids of length 5cm, width 3cm and height 4cm? ($\pi = 3.14$)

Sol. Volume of cuboid = $l \times w \times h$

$$= 5 \times 3 \times 4 = 60 \text{ cm}^3$$

As volume sphere is same as volume of cuboid.

Volume of sphere = $\frac{4}{3} \pi r^3$

$$60 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times r^3$$

$$60 = 4.1877 \times r^3$$

$$\frac{60}{4.1877} = r^3$$

$$14.3277 = r^3$$

$$r = 14.3277$$

Taking cube root on both sides, we get

دونوں اطراف کا جذور نکالیں گے تو

$$\sqrt[3]{r^3} = \sqrt[3]{14.3277}$$

$$r = 2.43 \text{ cm}$$

12. The water level in a cylindrical container of radius 0.5m is 1.4m. If a spherical solid object is completely submerged in the water, the water level rises by 0.3m. Find the volume of the sphere. ($\pi = 3.14$)

ایک سلنڈر میں 0.5m رداس کا پانی 1.4m تک ہے۔ اگر ایک گولہ پانی میں ڈالا جائے تو پانی کی سطح 0.3m اڑھ آ جائے گی۔ گولے کا حجم معلوم کریں۔

Sol. Volume of water = $V_1 = \pi r^2 h$

$$V_1 = 3.14 \times (0.5) (0.5) \times 1.4 = 1.099 \text{ m}^3$$

Volume of cylinder after spherical solid object is completely submerged.

height of water = $1.4 + 0.3 = 1.7 \text{ m}$

Volume of water = $V_2 = \pi r^2 h$

$$= 3.14 \times (0.5)^2 \times 1.7$$

$$= 3.14 \times 0.25 \times 1.7$$

$$= 1.3345$$

Volume of water = $V_2 = 1.3345 \text{ m}^3$

So, Volume of sphere = $V_2 - V_1$

$$= 1.3345 - 1.099$$

$$= 0.2355 \text{ m}^3$$

13. The surface area of a hemi-spherical object is 4587.25cm². What will be the diameter of the hemi-sphere? ($\pi = 3.14$)

ایک نصف گولے کا سطحی رقبہ 4587.25cm² ہے۔ نصف گولے کا قطر کیا ہوگا؟

Sol. Surface area of hemisphere = $3\pi r^2$

$$4587.25 = 3 \times 3.14 \times r^2$$

$$4587.25 = 9.42 \times r^2$$

$$\frac{4587.25}{9.42} = r^2$$

$$486.97 = r^2$$

$$r = 486.97$$

$$r = 22.067 \text{ m}$$

So, diameter = $2r = 2(22.067) = 44.13 \text{ cm}$

14. Find the volume of a hemi-sphere whose diameter is 20cm. Give your answer in m.

Sol. Diameter of hemi-sphere = 20cm

Radius of hemisphere = $\frac{\text{Diameter}}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}$

Volume of hemisphere = $\frac{2}{3}\pi r^3$

حجم کرہ کا حجم = $\frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (10)^3$
 $= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 1000$

Volume of hemisphere = 2095.24 cm³

حجم کرہ کا حجم = $\frac{2095.24}{1000000} \text{ m}^3 = 0.002095 \text{ cm}^3$

15. How much sand can a conical container hold whose height is 2.5m and radius is 2m, while 1m³ space contains 120kg of sand? ($\pi=3.14$)

ایک مخروطی شکل کے برتن کی بلندی 2.5m اور رداس 2m ہے، جبکہ 1m³ جگہ میں 120kg ریت آسکتی ہے۔

Sol. Volume of conical container = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

مخروطی برتن کا حجم = $\frac{1}{3} \times 3.14 \times (2)^2 \times 2.5$

= $\frac{1}{3} \times 3.14 \times 4 \times 2.5 = 10.47 \text{ m}^3$

Mass of sand in 1m³ = 120kg
 1m³ ریت کا وزن

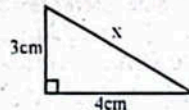
Mass of sand in 10.47m³ = 120 × 10.47 = 1256kg

OBJECTIVE TYPE QUESTIONS

Multiple Choice Questions (MCQ's) Taken From Previous Term Wise Papers (First Term, Second Term & Annual) of PEC

○ Encircle the correct option.

1. In the given figure, the value of x is:



- (a) 5cm میٹر (b) 6cm میٹر
 (c) 7cm میٹر (d) 8cm میٹر

2. If r = 3cm and h = 5.5cm then volume of cone will be:

- (a) 48.61cm³ (b) 49.80cm³
 (c) 50.75cm³ (d) 51.86cm³

3. If the radius of a cone is 3 cm and its height is 4 cm, then its volume will be:

- (a) 31.7cm³ (b) 33.7cm³
 (c) 35.7cm³ (d) 37.7cm³

4. If r = 3cm and h = 7cm, then the volume of the cone will be:

- (a) 22cm³ (b) 44cm³
 (c) 66cm³ (d) 198cm³

5. If the radius of a cone is 2 cm and its height is 3cm, then its volume will be:

- (a) 12.56cm³ (b) 13.56cm³
 (c) 14.56cm³ (d) 15.56cm³

6. The tangent is a straight line that touches the circle at:

- (a) One point (b) Two points
 (c) Three points (d) Four points

7. The volume of the cone is:

- (a) 6πcm³ (b) 12πcm³ (c) 18πcm³ (d) 54πcm³

8. In the given right angled triangle, the value of x is:



- (a) 10cm میٹر (b) 52cm میٹر
 (c) 2√13cm میٹر (d) 4√13cm میٹر

9. In the given triangle the value of x is:



- (a) 6cm میٹر (b) 8cm میٹر
 (c) 10cm میٹر (d) 14cm میٹر

Short Answer Questions (CRO's) Taken From Previous Term Wise Papers (First Term, Second Term & Annual) of PEC

○ Give short answers.

1(a). Find the volume of a cone whose height and radius are 2.1cm and 6.3cm respectively.

Sol. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$V = \frac{1}{3} \left(\frac{22}{7} \right) (6.3)^2 (2.1)$

$V = \frac{1}{3} \left(\frac{22}{7} \right) \left(\frac{63}{10} \times \frac{63}{10} \right) \left(\frac{21}{10} \right)$

$V = \frac{87318}{1000}$
 $V = 87.3 \text{ cm}^3$

2(b). Find the radius of the football whose surface area is 196π cm²

Sol. Area of sphere = $4\pi r^2$

$196\pi = 4\pi r^2$

$\frac{196\pi}{4\pi} = r^2$

$49 = r^2$

$\sqrt{49} = \sqrt{r^2}$

$r = 7 \text{ cm}$

2(a). A conical tent is 14m high and its base is of 2.4m radius. Find the volume of tent.

Sol. Height of tent = h = 14m
 Radius of base = r = 2.4m

We know that volume of cone is given by:

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$V = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} (2.4)^2 \times 14$

$V = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 5.76 \times 14$

$V = \frac{1774.08}{21}$

$V = 84.48 \text{ m}^3$

3(a). Calculate the arc length of a circle if the radius of circle is 6cm and the central angle is 60°.

Sol. We know that Arc length = $\frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

$\text{Arc length} = \frac{60}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 6$

$= \frac{44}{6} \times 6$

$= \frac{44}{1}$

$\text{Arc length} = 44 \text{ cm}$

3(b). If the radius and height of the cone are 4cm and 5cm, respectively, then what will be the volume of cone?

Sol. Here r = 4cm, h = 5cm

Volume of the cone = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (4)^2 \times 5$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 16 \times 5$

$= \frac{1100}{3} \text{ cm}^3$

$= \frac{22 \times 16 \times 5}{21}$

$= \frac{1760}{21}$

$= 83.81 \text{ cm}^3$

(b). Find the volume of hemisphere whose radius is 7 cm.

Sol. Here r = 7 cm

Volume of hemisphere = $\frac{2}{3}\pi r^3$

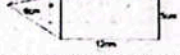
$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (7)^3$

$= \frac{2 \times 22 \times 343}{3 \times 7}$

$= \frac{15092}{21}$

$= 718.667 \text{ cm}^3$

(c) Find the volume of the given figure.



Sol. For volume of cuboid: Length = l = 12cm

Width = w = 5cm

Height = h = 5cm

Volume of cuboid = $l \times w \times h$

Volume of cuboid = $12 \times 5 \times 5$

Volume of cuboid = 300 cm^3

For volume of square pyramid: Height = 9cm

Length of base = b = 5cm

Area of square base = $b \times b$

Area of square base = 5×5

Volume of square pyramid = $\frac{1}{3} \times \text{Base area} \times \text{Height}$

Volume of square pyramid = $\frac{1}{3} \times 25 \times 9$

Volume of square pyramid = 75 cm^3

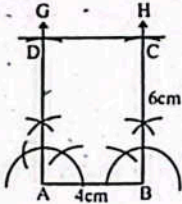
Total volume = Volume of cuboid + Volume of square pyramid

Total volume = $300 + 75$

Total volume = 375 cm^3

(i) Draw $m\overline{AB} = 4\text{cm}$.
 - $m\overline{AB} = 4\text{cm}$ لیا جائے۔

(ii) Construct $m\angle A = m\angle B = 90^\circ$ and draw \overline{AG} and \overline{BH} .
 اور \overline{AG} اور \overline{BH} پر 90° کا زاویہ بنا لیں اور



(iii) Draw an arc with centre at A and of radius 6 cm which intersects \overline{AG} at point D.

(iv) Draw an arc with centre at B and of radius 6 cm which intersects \overline{BH} at point C.

(v) Join C with D. Hence ABCD is required rectangle.

5. Construct a rectangle ABCD, when $m\overline{AB} = 5.5\text{cm}$ and $m\overline{AC} = 8\text{cm}$

Sol. Steps of Construction:

(i) Draw $m\overline{AB} = 5.5\text{cm}$.
 - $m\overline{AB} = 5.5\text{cm}$ لیا جائے۔

(ii) Construct $m\angle A = m\angle B = 90^\circ$ and draw \overline{AX} and \overline{BY} .

(iii) With centre at A and radius 8 cm draw an arc which intersects \overline{BY} at the point C.

(iv) With centre at B and radius 8 cm draw an arc which intersects \overline{AX} at the point D.

(v) Join C and D. Hence ABCD is required rectangle.

6. Construct a rhombus KLMN, when the $m\overline{KL} = 5\text{cm}$, $m\angle K = 75^\circ$

Sol. Steps of Construction:

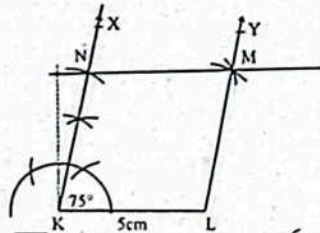
(i) Draw $m\overline{KL} = 5\text{cm}$.

(ii) Construct $m\angle K = 75^\circ$ and draw \overline{KX} .

(iii) Draw an arc with centre at K and radius 5 cm which intersects \overline{KX} at N.

(iv) Draw an arc with centre at N and radius 5 cm which intersects \overline{KX} at M.

(v) Join M with N and L. Hence KLMN is required rhombus.



(i) Draw $m\overline{KL} = 5\text{cm}$.

(ii) Construct $m\angle K = 75^\circ$ and draw \overline{KX} .

(iii) Draw an arc with centre at K and radius 5 cm which intersects \overline{KX} at N.

(iv) Draw an arc with centre at N and radius 5 cm which intersects \overline{KX} at M.

(v) Join M with N and L. Hence KLMN is required rhombus.

(i) Draw an arc with centre N and radius 5 cm.

(v) Draw an arc with centre at L and radius 5 cm which intersects the previous arc drawn from N at M.

(vi) Join M with N and L. Hence KLMN is required rhombus.

7. Construct a rhombus STUV, when $m\overline{ST} = 6\text{cm}$ and $m\overline{SU} = 9\text{cm}$.

Sol. Steps of Construction:

(i) Draw $m\overline{ST} = 6\text{cm}$.

(ii) Draw an arc with centre at S and radius 9 cm.

(iii) Draw an arc with centre at T and radius 6 cm which intersects the previous arc at U.

(iv) Draw an arc with centre at U and radius 6 cm.

(v) Draw an arc with centre S and radius 6 cm which intersects the previous arc at V.

(vi) Join T with U, U with V and S with V. Hence PQRS is required rhombus.

8. Construct a parallelogram ABCD with diagonals 6 cm and 8 cm and the angle between them is 70°

Sol. Steps of Construction:

(i) Draw the diagonal $m\overline{AC} = 6\text{cm}$.

(ii) Bisect \overline{AC} with O as mid point.

(iii) Construct an angle 70° at the point O and extend the line on both sides.

(iv) From O, draw an arc of radius 4 cm on both sides of \overline{AC} to cut the above line at B and D.

(v) Join A with B and D.

(vi) Join C with B and D. Hence ABCD is the required parallelogram.

(v) Join A with B and D.

(vi) Join C with B and D. Hence ABCD is the required parallelogram.

(v) Join A with B and D.

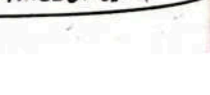
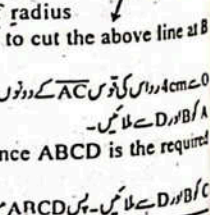
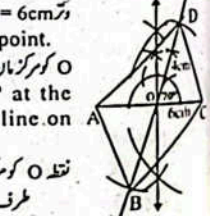
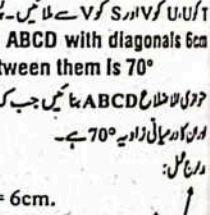
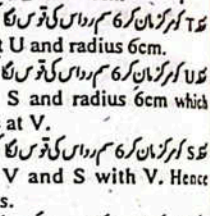
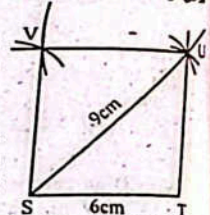
(vi) Join C with B and D. Hence ABCD is the required parallelogram.

(v) Join A with B and D.

(vi) Join C with B and D. Hence ABCD is the required parallelogram.

(v) Join A with B and D.

(vi) Join C with B and D. Hence ABCD is the required parallelogram.



9. Construct a parallelogram DEFG where $m\overline{DE} = 5.5\text{cm}$, $m\overline{EF} = 6.5\text{cm}$ and $m\angle E = 60^\circ$

Sol. Steps of Construction:

(i) Draw a line segment $\overline{DE} = 5.5\text{cm}$.

(ii) Construct $m\angle DEX = 60^\circ$ at point E.

(iii) Draw an arc with centre at E and radius 6.5 cm which intersects \overline{EX} at point F.

(iv) Draw an arc with centre at D and radius 6.5 cm above point D.

(v) Draw an arc with centre at F and radius 5.5 cm which intersects the arc drawn from point D at G.

(vi) Join G with F and D to G to form the required parallelogram DEFG.

10. Construct a kite DEFG where $m\overline{DE} = 4\text{cm}$, $m\overline{EF} = 8\text{cm}$ and the length of the longer diagonal is $m\overline{DF} = 10\text{cm}$

Sol. Steps of Construction:

(i) Draw $m\overline{DE} = 4\text{cm}$.

(ii) Draw an arc with centre at E and radius 8 cm.

(iii) Draw an arc with centre at D and radius 10 cm. It intersects the previous arc at point F.

(iv) Draw an arc with centre D and radius 4 cm above D.

(v) Draw an arc with centre at F and radius 8 cm which intersects the arc drawn from D at G.

(vi) Join F with E and G, and D with G. Hence DEFG is required kite.

(v) Join A with B and D.

(vi) Join C with B and D. Hence ABCD is the required parallelogram.

(v) Join A with B and D.

(vi) Join C with B and D. Hence ABCD is the required parallelogram.

(v) Join A with B and D.

(vi) Join C with B and D. Hence ABCD is the required parallelogram.

(v) Join A with B and D.

(vi) Join C with B and D. Hence ABCD is the required parallelogram.

(v) Join A with B and D.

(vi) Join C with B and D. Hence ABCD is the required parallelogram.

11. Draw a trapezium EFGH so, that $\overline{FE} \parallel \overline{GH}$, $m\angle E = 70^\circ$, $m\overline{EF} = 8\text{cm}$, $m\overline{EH} = 5\text{cm}$, $m\overline{HG} = 4\text{cm}$

Sol. Steps of Construction:

(i) Draw a line segment $\overline{EF} = 8\text{cm}$.

(ii) By using protractor draw an angle of measure 70° at point E by a ray \overline{EP} .

(iii) Draw an arc of radius 5 cm with centre at point E.

(iv) By using ruler and set square draw a ray \overline{HQ} at point H parallel to \overline{EF} .

(v) Draw an arc of radius 4 cm which intersects the ray \overline{HQ} at point G.

(vi) Join H with G and F with G. Thus EFGH is required trapezium.

12. Draw a trapezium PQRS in which $m\overline{PQ} = 7\text{cm}$, $m\overline{QR} = m\overline{RS} = 5\text{cm}$, $m\overline{PS} = 6\text{cm}$

Sol. Steps of Construction:

(i) Draw a line segment $\overline{PQ} = 7\text{cm}$.

(ii) Take point E on \overline{PQ} i.e. $m\overline{PE} = m\overline{RS} = 5\text{cm}$.

(iii) Draw an arc of radius 6 cm at point E.

(iv) Draw another arc of radius 5 cm with centre at point Q which intersects the previous arc at point R.

(v) Draw an arc of radius 5 cm with centre at point R.

(vi) Draw another arc of radius 6 cm with centre at point P which cuts the previous arc at point S.

(vii) Join the points Q and R, R and S, P and S. Thus PQRS is required trapezium.

(v) Join A with B and D.

(vi) Join C with B and D. Hence ABCD is the required parallelogram.

(v) Join A with B and D.

(vi) Join C with B and D. Hence ABCD is the required parallelogram.

(v) Join A with B and D.

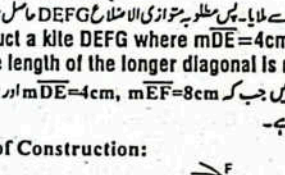
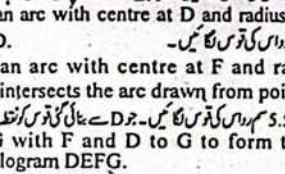
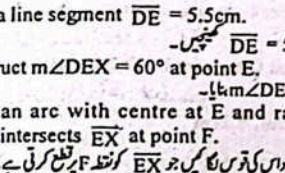
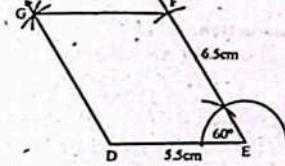
(vi) Join C with B and D. Hence ABCD is the required parallelogram.

(v) Join A with B and D.

(vi) Join C with B and D. Hence ABCD is the required parallelogram.

(v) Join A with B and D.

(vi) Join C with B and D. Hence ABCD is the required parallelogram.



Solved Exercise 4.3

1. Without construction check, whether or not a triangle can be constructed with given sides. If the answer is negative, give reason.

بغیر قلم بنائے جائیں کہ دیے گئے اضلاع کی مقداروں سے مثلث بنائی جا سکتی ہے یا نہیں۔ اگر جواب لی میں ہوتا ہے تو یہ بھی بتائیں۔

(i) 8cm, 5cm, 2cm

Sol. The three given sides do not make triangle because we know that the sum of any two sides of a triangle is always greater than the measure of its third side $5cm + 2cm = 7cm < 8cm$.

دیے گئے تینوں اضلاع سے مثلث نہیں بنائی جا سکتی کیونکہ ہم جانتے ہیں کہ کسی بھی دو اضلاع کا مجموعہ تیسرے ضلع سے بڑا ہوتا ہے۔ $5cm + 2cm = 7cm < 8cm$

(ii) 6cm, 3.5cm, 2cm

Sol. The given three sides do not make a triangle because we know that sum of any two sides of a triangle is always greater than the measure of third side.

دیے گئے تینوں اضلاع سے مثلث نہیں بنائی جا سکتی کیونکہ ہم جانتے ہیں کہ مثلث کے کسی بھی دو اضلاع کا مجموعہ تیسرے ضلع سے بڑا ہوتا ہے۔ $3.5cm + 2cm = 5.5cm < 6cm$

(iii) 6.7cm, 4.5cm, 3.4cm

Sol. As $6.7cm + 4.5cm = 11.2cm > 3.4cm$

$4.5cm + 3.4cm = 7.9cm > 6.7cm$

$6.7cm + 3.4cm = 10.1cm > 4.5cm$

Hence the triangle can be constructed from the given side.

(iv) 9cm, 4.5cm, 2.8cm

Sol. The three given sides do not make triangle because we know that the sum of any two sides of a triangle is always greater than the measure of its third side.

دیے گئے تینوں اضلاع سے مثلث نہیں بنائی جا سکتی کیونکہ ہم جانتے ہیں کہ کسی بھی مثلث کے دو اضلاع کا مجموعہ تیسرے ضلع سے بڑا ہوتا ہے۔ $4.5cm + 2.8cm = 7.3cm < 9cm$

(v) 7cm, 5.4cm, 3.5cm

Sol. Since, $5.4cm + 3.5cm = 8.9cm > 7cm$

$5.4cm + 7cm = 12.4cm > 3.5cm$

$7cm + 3.5cm = 10.5cm > 5.4cm$

Hence the triangle can be constructed from the given sides.

(vi) 8.8cm, 3.6cm, 5.2cm

Sol. The three given sides do not make triangle because we know that the sum of any two sides of a triangle is always greater than the measure of its third side.

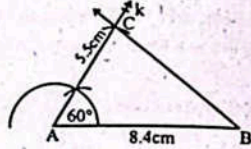
دیے گئے تینوں اضلاع سے مثلث نہیں بنائی جا سکتی کیونکہ ہم جانتے ہیں کہ کسی بھی مثلث کے دو اضلاع کا مجموعہ تیسرے ضلع سے بڑا ہوتا ہے۔ $3.6cm + 5.2cm = 8.8cm$

2. Construct the following triangles with the help of pair of compasses and a ruler when the measure of the two sides and their included angle is given:

درج ذیل مثلثیں پرکار اور یا سنکائی مدد سے بنا لیں جب کہ دو اضلاع اور ان کا درمیانی زاویہ دیا گیا ہے۔

(i) $60^\circ, 8.4cm, 5.5cm$

Sol.



Steps of Construction:

(i) Draw a line segment $AB = 8.4cm$.

ایک قطعہ خط $AB = 8.4cm$ لیا جائے۔

(ii) Construct an angle $\angle BAK = 60^\circ$ at point A.

نقطہ A پر زاویہ $\angle BAK = 60^\circ$ کا زاویہ بنائیں۔

(iii) Take point C on AK such that $AC = 5.5cm$.

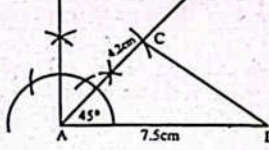
AK پر نقطہ C اس طرح لیں کہ $AC = 5.5cm$ ۔

(iv) Join point C to point B. Thus $\triangle ABC$ is triangle.

نقطہ C کو B سے ملائیں پس $\triangle ABC$ مطلوبہ مثلث ہے۔

(ii) $45^\circ, 7.5cm, 4.2cm$

Sol.



Steps of Construction:

(i) Draw a line segment $AB = 7.5cm$.

ایک قطعہ خط $AB = 7.5cm$ لیا جائے۔

(ii) Construct an angle $\angle BAK = 45^\circ$ at point A.

نقطہ A پر زاویہ $\angle BAK = 45^\circ$ بنائیں۔

(iii) Take a point C on AK such that $AC = 4.2cm$.

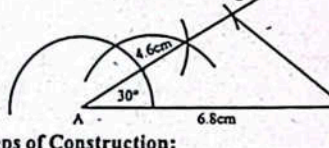
AK پر نقطہ C اس طرح لیں کہ $AC = 4.2cm$ ۔

(iv) Join point C to point B. Thus $\triangle ABC$ is triangle.

نقطہ C کو B سے ملائیں پس $\triangle ABC$ مطلوبہ مثلث ہے۔

(iii) $30^\circ, 6.8cm, 4.6cm$

Sol.



Sol. Steps of Construction:

(i) Draw a line segment $AB = 6.8cm$.

ایک قطعہ خط $AB = 6.8cm$ لیا جائے۔

(ii) Construct an angle $\angle BAK = 30^\circ$ at point A.

نقطہ A پر زاویہ $\angle BAK = 30^\circ$ بنائیں۔

(iii) Take a point C on AK such that $AC = 4.6cm$.

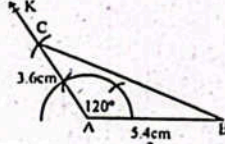
AK پر نقطہ C اس طرح لیں کہ $AC = 4.6cm$ ۔

(iv) Join point C to point B. $\triangle ABC$ is required triangle.

B/C سے ملایا۔ پس مثلث $\triangle ABC$ مطلوبہ مثلث ہے۔

(iv) $120^\circ, 5.4cm, 3.6cm$

Sol.



Steps of Construction:

(i) Draw a line segment $AB = 5.4cm$.

ایک قطعہ خط $AB = 5.4cm$ لیا جائے۔

(ii) Construct angle $\angle BAK = 120^\circ$ at point A.

نقطہ A پر زاویہ $\angle BAK = 120^\circ$ بنائیں۔

(iii) Take a point C on AK such that $AC = 3.6cm$.

AK پر نقطہ C اس طرح لیں کہ $AC = 3.6cm$ ۔

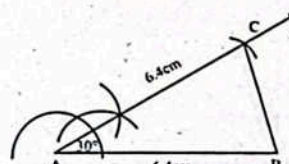
(iv) Join point C to point B. $\triangle ABC$ is required triangle.

C کو B سے ملایا۔ پس مثلث $\triangle ABC$ مطلوبہ مثلث ہے۔

3. Construct an isosceles triangle, in which the measure of the two congruent sides is 6.4cm each and measure of their included angle is 30° .

ایک مساوی الساقی مثلث بنائیں جس میں دو متساوی اضلاع 6.4 سم ہیں اور ان کا درمیانی زاویہ 30° ہے۔

Sol.



Steps of Construction:

(i) Draw line a segment $AB = 6.4cm$.

ایک قطعہ خط $AB = 6.4cm$ لیا جائے۔

(ii) Construct an angle $\angle BAK = 30^\circ$ at point A.

نقطہ A پر زاویہ $\angle BAK = 30^\circ$ بنائیں۔

(iii) Take a point C on AK such that $AC = 6.4cm$.

AK پر نقطہ C اس طرح لیں کہ $AC = 6.4cm$ ۔

(iv) Join point C to point B. $\triangle ABC$ is required triangle.

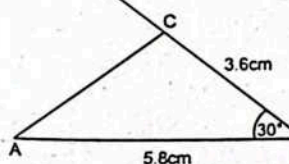
C کو B سے ملایا۔ پس مثلث $\triangle ABC$ مطلوبہ مثلث ہے۔

4. Construct the following triangles with the help of a ruler and a protractor.

بنانے اور پروٹریکٹر کی مدد سے درج ذیل مثلثیں بنائیں۔

(i) $\triangle ABC$, when $m\angle A = 5.8cm, m\angle B = 30^\circ$ and $m\angle C = 30^\circ$

Sol. Steps of Construction:



(i) Draw a line segment $AB = 5.8cm$.

ایک قطعہ خط $AB = 5.8cm$ لیا جائے۔

(ii) With the help of protractor draw an angle of 30° at point B.

پروٹریکٹر کی مدد سے نقطہ B پر 30° کا زاویہ بنائیں۔

(iii) Take a point C on BK such that $m\angle C = 3.6cm$.

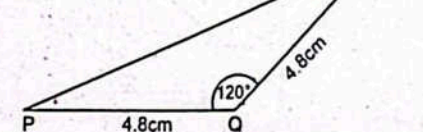
BK پر نقطہ C اس طرح لیں کہ $m\angle C = 3.6cm$ ۔

(iv) Join point C to point A. $\triangle ABC$ is required triangle.

C کو A سے ملایا۔ پس مثلث $\triangle ABC$ مطلوبہ مثلث ہے۔

(ii) $\triangle PQR$, when $m\angle P = 4.8cm, m\angle Q = 4.8cm$ and $m\angle R = 120^\circ$

Sol.



Steps of Construction:

(i) Draw a line segment $PQ = 4.8cm$.

ایک قطعہ خط $PQ = 4.8cm$ لیا جائے۔

(ii) With the help of protractor, draw an angle of 120° at point Q.

پروٹریکٹر کی مدد سے نقطہ Q پر 120° کا زاویہ بنائیں۔

(iii) Take a point R on QR such that $m\angle R = 4.8cm$.

QR پر نقطہ R اس طرح لیں کہ $m\angle R = 4.8cm$ ۔

(iv) Join point P to point R. $\triangle PQR$ is required triangle.

P کو R سے ملایا۔ پس مثلث $\triangle PQR$ مطلوبہ مثلث ہے۔

Solved Exercise 4.4

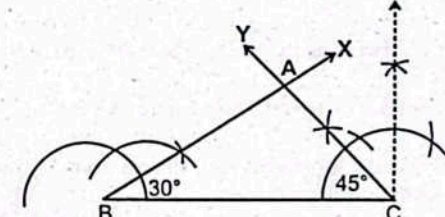
1. Construct the following triangles with the help of a compass and a ruler.

پنسا اور پرکار کی مدد سے درج ذیل مثلثیں بنائیں۔

Sr. No	Measure of angles on the base	Measure of base
(i)	$30^\circ, 45^\circ$	6.5cm
(ii)	$45^\circ, 90^\circ$	5.4cm
(iii)	$30^\circ, 120^\circ$	4.8cm
(iv)	$45^\circ, 60^\circ$	3.6cm

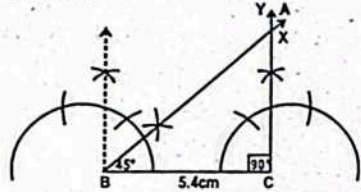
(i) $30^\circ, 45^\circ, 6.5cm$

Sol.



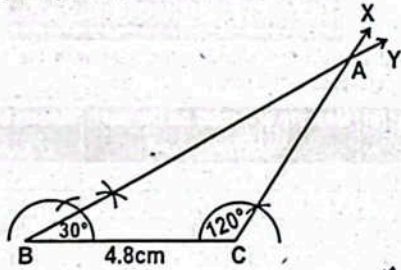
Steps of Construction:

- (i) Draw a line segment $\overline{BC} = 6.5\text{cm}$.
ایک قطعہ خط $\overline{BC} = 6.5\text{cm}$ کھینچیں۔
- (ii) Construct angle $\angle CBX$ of measure 30° at point B.
نقطہ B پر زاویہ $\angle CBX = 30^\circ$ بنائیں۔
- (iii) Construct angle $\angle BCY$ of measure 45° at C.
نقطہ C پر زاویہ $\angle BCY = 45^\circ$ بنائیں۔
- (iv) \overline{BX} and \overline{CY} intersect each other at point A. Thus, $\triangle ABC$ is required triangle.



Steps of Construction:

- (i) Draw a line segment $\overline{BC} = 5.4\text{cm}$.
ایک قطعہ خط $\overline{BC} = 5.4\text{cm}$ کھینچیں۔
- (ii) Construct angle $\angle CBX$ of measure 45° at point B.
نقطہ B پر زاویہ $\angle CBX = 45^\circ$ بنائیں۔
- (iii) Construct angle $\angle BCY$ of measure 90° at C.
نقطہ C پر زاویہ $\angle BCY = 90^\circ$ بنائیں۔
- (iv) \overline{BX} and \overline{CY} intersect each other at point A. Thus, $\triangle ABC$ is required triangle.



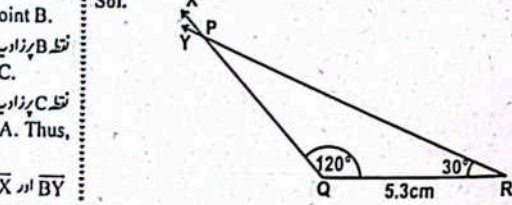
Steps of Construction:

- (i) Draw a line segment $\overline{BC} = 4.8\text{cm}$.
ایک قطعہ خط $\overline{BC} = 4.8\text{cm}$ کھینچیں۔
- (ii) Construct angle $\angle CBY$ of measure 30° at point B.
نقطہ B پر زاویہ $\angle CBY = 30^\circ$ بنائیں۔
- (iii) Construct angle $\angle BCX$ of measure 120° at C.
نقطہ C پر زاویہ $\angle BCX = 120^\circ$ بنائیں۔
- (iv) \overline{BY} and \overline{CX} intersect each other at point A. Thus, $\triangle ABC$ is required triangle.

ماریج عمل:

Sol.

(i) $\triangle PQR$, When $m\angle Q = 120^\circ$, $m\angle R = 30^\circ$ and $m\overline{QR} = 5.3\text{cm}$.



ماریج عمل:

Sol.

(i) $\triangle PQR$, When $m\angle Q = 45^\circ$, $m\angle R = 60^\circ$ and $m\overline{QR} = 3.6\text{cm}$.

ماریج عمل:

Sol.

(i) Draw a line segment $\overline{BC} = 3.6\text{cm}$.
ایک قطعہ خط $\overline{BC} = 3.6\text{cm}$ کھینچیں۔

(ii) Construct angle $\angle CBX$ of measure 45° at point B.
نقطہ B پر زاویہ $\angle CBX = 45^\circ$ بنائیں۔

(iii) Construct angle $\angle BCY$ of measure 60° at C.
نقطہ C پر زاویہ $\angle BCY = 60^\circ$ بنائیں۔

(iv) \overline{BX} and \overline{CY} intersect each other at point A. Thus, $\triangle ABC$ is required triangle.

ماریج عمل:

2. Construct an isosceles triangle. The length of its base is 8cm and the two angles on the base are of measure 45° each.

ماریج عمل:

Sol.

(i) Draw a line segment $\overline{BC} = 8\text{cm}$.
ایک قطعہ خط $\overline{BC} = 8\text{cm}$ کھینچیں۔

(ii) Construct angle $\angle CBX$ of measure 45° at point B.
نقطہ B پر زاویہ $\angle CBX = 45^\circ$ بنائیں۔

(iii) Construct angle $\angle BCY$ of measure 45° at C.
نقطہ C پر زاویہ $\angle BCY = 45^\circ$ بنائیں۔

(iv) \overline{BX} and \overline{CY} intersect each other at point A. Thus, $\triangle ABC$ is required triangle.

ماریج عمل:

Sol.

(i) Draw a line segment $\overline{BC} = 8\text{cm}$.
ایک قطعہ خط $\overline{BC} = 8\text{cm}$ کھینچیں۔

(ii) Construct angle $\angle CBX$ of measure 45° at point B.
نقطہ B پر زاویہ $\angle CBX = 45^\circ$ بنائیں۔

(iii) Construct angle $\angle BCY$ of measure 45° at C.
نقطہ C پر زاویہ $\angle BCY = 45^\circ$ بنائیں۔

(iv) \overline{BX} and \overline{CY} intersect each other at point A. Thus, $\triangle ABC$ is required triangle.

ماریج عمل:

Sol.

(i) $\triangle PQR$, When $m\angle Q = 120^\circ$, $m\angle R = 30^\circ$ and $m\overline{QR} = 5.3\text{cm}$.

ماریج عمل:

Sol.

(i) Draw a line segment $\overline{BC} = 3.5\text{cm}$.
ایک قطعہ خط $\overline{BC} = 3.5\text{cm}$ کھینچیں۔

(ii) Construct $\angle CBX$ of measure 90° at point B.
نقطہ B پر زاویہ $\angle CBX = 90^\circ$ بنائیں۔

(iii) From the point C draw an arc of radius 6.8cm to intersect \overline{BX} at point A.

(iv) Join point A to C. $\triangle ABC$ is required triangle.

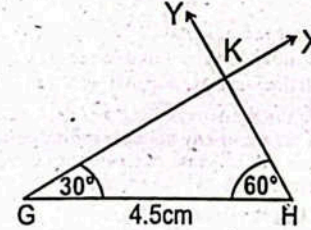
نقطہ C سے ایک 6.8 سم رداس کی قوس کھینچیں جو \overline{BX} کو نقطہ A پر قطع کرتی ہے۔

نقطہ A کو C سے ملایا۔ $\triangle ABC$ مطلوبہ مثلث ہے۔

Steps of Construction:

- (i) Draw a line segment $\overline{QR} = 5.3\text{cm}$.
ایک قطعہ خط $\overline{QR} = 5.3\text{cm}$ کھینچیں۔
- (ii) With the help of protractor draw two angles of 120° and 30° at points Q and R respectively. Both the angles intersect each other at point P.
پروٹیکٹر کی مدد سے نقطہ Q اور R پر ہر زاویہ 120° اور 30° کے بنائے۔ دونوں زاویے ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں۔
Thus, $\triangle PQR$ is required triangle.
پس مثلث $\triangle PQR$ مطلوبہ مثلث ہے۔
- (iii) $\triangle GHK$, when $m\angle G = 30^\circ$, $m\angle H = 60^\circ$ and $m\overline{GH} = 4.5\text{cm}$.

Sol.



Steps of Construction:

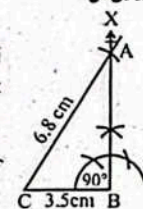
- (i) Draw a line segment $\overline{GH} = 4.5\text{cm}$.
ایک قطعہ خط $\overline{GH} = 4.5\text{cm}$ کھینچیں۔
- (ii) With the help of protractor draw two angles of 30° and 60° at points G and H respectively. Both the angles intersect each other at point K.
پروٹیکٹر کی مدد سے نقطہ G اور H پر ہر زاویہ 30° اور 60° کے بنائے۔ دونوں زاویے ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں۔
Thus, $\triangle GHK$ is required triangle.
پس مثلث $\triangle GHK$ مطلوبہ مثلث ہے۔

4. Construct right angled triangles with the help of a compass.

(i) Hypotenuse $\overline{r} = 6.8\text{cm}$, Base $\overline{b} = 3.5\text{cm}$

Sol. Steps of Construction:

- (i) Draw a line segment $\overline{BC} = 3.5\text{cm}$.
ایک قطعہ خط $\overline{BC} = 3.5\text{cm}$ کھینچیں۔
- (ii) Construct $\angle CBX$ of measure 90° at point B.
نقطہ B پر زاویہ $\angle CBX = 90^\circ$ بنائیں۔
- (iii) From the point C draw an arc of radius 6.8cm to intersect \overline{BX} at point A.
نقطہ C سے ایک 6.8 سم رداس کی قوس کھینچیں جو \overline{BX} کو نقطہ A پر قطع کرتی ہے۔
- (iv) Join point A to C. $\triangle ABC$ is required triangle.
نقطہ A کو C سے ملایا۔ $\triangle ABC$ مطلوبہ مثلث ہے۔

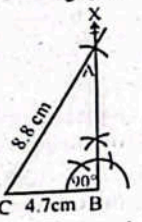


ماریج عمل:

Sol.

Steps of Construction:

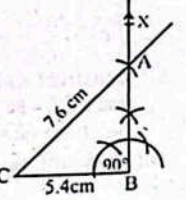
- (i) Draw a line segment $\overline{BC} = 4.7\text{cm}$.
ایک قطعہ خط $\overline{BC} = 4.7\text{cm}$ کھینچیں۔
- (ii) Construct $\angle CBX$ of measure 90° at point B.
نقطہ B پر زاویہ $\angle CBX = 90^\circ$ بنائیں۔
- (iii) From the point C draw an arc of radius 8.8cm to intersect \overline{BX} at point A.
نقطہ C سے ایک 8.8 سم رداس کی قوس کھینچیں جو \overline{BX} کو نقطہ A پر قطع کرتی ہے۔
- (iv) Join A to C. $\triangle ABC$ is required triangle.
نقطہ A کو C سے ملایا۔ $\triangle ABC$ مطلوبہ مثلث ہے۔



(iii) Hypotenuse $\overline{r} = 7.6\text{cm}$, Base $\overline{b} = 5.4\text{cm}$

Sol. Steps of Construction:

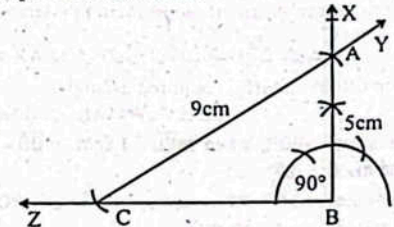
- (i) Draw a line segment $\overline{BC} = 5.4\text{cm}$.
ایک قطعہ خط $\overline{BC} = 5.4\text{cm}$ کھینچیں۔
- (ii) Construct $\angle CBX$ of measure 90° at point B.
نقطہ B پر زاویہ $\angle CBX = 90^\circ$ بنائیں۔
- (iii) From the point C draw an arc of radius 7.6cm to intersect \overline{BX} at point A.
نقطہ C سے ایک 7.6 سم رداس کی قوس کھینچیں جو \overline{BX} کو نقطہ A پر قطع کرتی ہے۔
- (iv) Join A to C. $\triangle ABC$ is required triangle.
نقطہ A کو C سے ملایا۔ $\triangle ABC$ مطلوبہ مثلث ہے۔



(iv) Hypotenuse $\overline{r} = 9\text{cm}$, Altitude $\overline{h} = 5\text{cm}$

Sol. Steps of Construction:

- (i) Take a ray BZ with suitable length.
مناسب لمبائی کی ایک شعاع \overline{BZ} کھینچیں۔
- (ii) Construct an angle of 90° at B.
نقطہ B پر زاویہ 90° کا زاویہ بنائیں۔
- (iii) From B draw an arc of radius 5cm which intersects \overline{BZ} at point A.
نقطہ B سے ایک 5 سم رداس کی قوس کھینچیں جو \overline{BZ} کو نقطہ A پر قطع کرتی ہے۔
- (iv) From A draw an arc of radius 9cm which intersects \overline{BZ} at point C.
نقطہ A سے ایک 9 سم رداس کی قوس کھینچیں جو \overline{BZ} کو نقطہ C پر قطع کرتی ہے۔
- (iv) Join point A to C. $\triangle ABC$ is required triangle.
نقطہ A کو C سے ملایا۔ $\triangle ABC$ مطلوبہ مثلث ہے۔

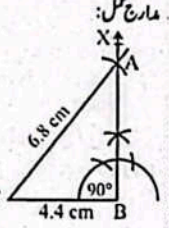


5. The measure of two sides of a triangle are 6.8cm and 4.4cm. If the angle opposite to the side of measure 6.8cm is a right angle, then construct the triangle.

ایک مثلث کے دو اضلاع کی لمبائیاں 6.8 اور 4.4 سم ہیں۔ اگر 6.8 سم والے ضلع کے مخالف زاویہ تیز زاویہ ہو تو مثلث بنائیں۔

Sol. Steps of Construction:

- (i) Draw a line segment $BC=4.4\text{cm}$.
ایک قطعہ خط $BC=4.4\text{cm}$ کھینچیں۔
- (ii) Construct $\angle CBX$ of measure 90° at point B.
نقطہ B پر زاویہ $\angle CBX = 90^\circ$ بنائیں۔
- (iii) From point C draw an arc of radius 6.8cm to intersect BX at point A.
نقطہ C سے 6.8 سم رداس کی قوس کھینچیں جو BX کو نقطہ A پر قطع کرتی ہے۔

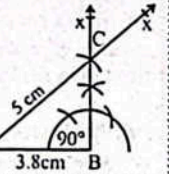


- (iv) Join A to C. $\triangle ABC$ is required triangle.
A کو C سے ملائیں۔ $\triangle ABC$ مطلوبہ مثلث ہے۔

6. Construct $\triangle ABC$, when $m\angle A=38^\circ$, $m\angle B=50^\circ$ and $m\angle C=90^\circ$.
جبکہ $m\angle B=90^\circ$, $m\angle A=38^\circ$, $m\angle C=50^\circ$ $\triangle ABC$ بنائیں۔

Sol. Steps of Construction:

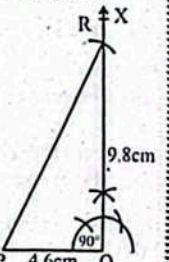
- (i) Draw a line segment $AB=3.8\text{cm}$.
ایک قطعہ خط $AB=3.8\text{cm}$ کھینچیں۔
- (ii) Construct $\angle B$ of measure 90° at point B.
نقطہ B پر 90° کا زاویہ بنائیں۔
- (iii) From A draw an arc of radius 5cm to intersect AB at point C.
نقطہ A سے 5 سم رداس کی قوس کھینچیں جو AB کو نقطہ C پر قطع کرتی ہے۔
- (iv) Join C to A. $\triangle ABC$ is required triangle.
C کو A سے ملائیں۔ $\triangle ABC$ مطلوبہ مثلث ہے۔



7. Construct $\triangle PQR$, when $m\angle P=4.6\text{cm}$, $m\angle Q=9.8\text{cm}$ and $m\angle R=90^\circ$.
جبکہ $m\angle P=4.6\text{cm}$, $m\angle Q=9.8\text{cm}$, $m\angle R=90^\circ$ $\triangle PQR$ بنائیں۔

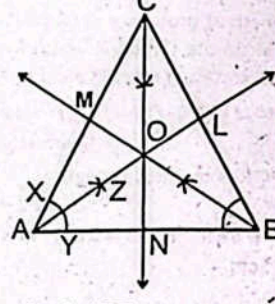
Sol. Steps of Construction:

- (i) Draw a line segment $PQ=4.6\text{cm}$.
ایک قطعہ خط $PQ=4.6\text{cm}$ کھینچیں۔
- (ii) Construct $\angle PQX$ of measure 90° at point Q.
نقطہ Q پر زاویہ $\angle PQX = 90^\circ$ بنائیں۔
- (iii) From the point Q draw an arc of radius 9.8cm to intersect QX at point R.
نقطہ Q سے 9.8 سم رداس کی قوس کھینچیں جو QX کو نقطہ R پر قطع کرتی ہے۔
- (iv) Join point R to P. Thus, $\triangle PQR$ is required triangle.
R کو P سے ملائیں۔ $\triangle PQR$ مطلوبہ مثلث ہے۔



8. Draw angle bisectors of any suitable size of a triangle.
کسی مناسب سائز کی مثلث کے زاویوں کے نامف کھینچیں۔

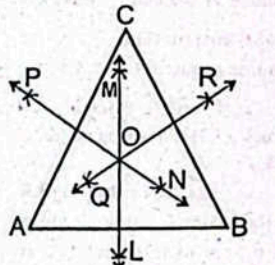
Sol. Steps of Construction:



- (i) Draw any triangle ABC.
کئی مثلث ABC بنائیں۔
- (ii) Draw an arc of any suitable radius with centre at A which intersects AC and AB at X and Y.
A کو مرکز مان کر مناسب رداس کی قوس کھینچیں جو AC اور AB کو نقطہ X اور Y پر قطع کرتی ہے۔
- (iii) Draw an arc of any suitable radius with centre at X, another arc of same radius with centre at Y which intersects the previous arc at Z.
X کو مرکز مان کر مناسب رداس کی قوس کھینچیں، Y کو مرکز مان کر اسی رداس کی ایک اور قوس کھینچیں جو پہلی قوس کو نقطہ Z پر قطع کرتی ہے۔
- (iv) Join A with Z and produce it to meet BC at L.
A کو Z سے ملائیں اور آگے بڑھاتے ہوئے BC کو لائیں۔
- (v) Then AL is the required angle bisector of $\angle A$.
 \overline{AL} اور $\angle A$ کا مطلوبہ نامف زاویہ ہے۔
- (vi) Draw the angle bisectors BM and CN for angle B and C on the same steps as given above respectively. Thus, the point O in figure is called the incentre of the triangle.
B اور C کے زاویوں کے نامف \overline{BM} اور \overline{CN} اسی طریقہ سے کھینچیں اور وہ \overline{AL} کو قطع کرتے ہوئے نقطہ O پر ملیں۔ O مثلث کا اندرونی مرکز ہے۔

9. Draw side bisectors of any suitable size of a triangle.
کسی مناسب سائز کی مثلث کے اضلاع کے نامف کھینچیں۔

Sol. Steps of Construction:



- (i) Draw any triangle ABC.
کئی مثلث ABC بنائیں۔
- (ii) Draw two arc of any radius (more than half of AB) over and under AB with centre at A.
A کو مرکز مان کر دو قوسیں کھینچیں جو AB کے اوپر اور نیچے ملتی ہیں۔

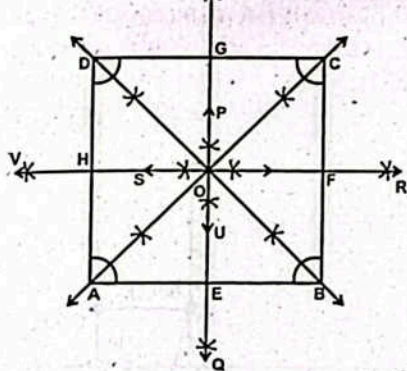
- (iii) Now, draw two arcs of the same radius over and under the \overline{AB} which intersect the previous arcs at points L and M with centre at B.
اب نقطہ B کو مرکز مان کر اسی رداس کی دو قوسیں کھینچیں جو AB کے اوپر اور نیچے ملتی ہیں جو پہلے کی قوسوں کو نقطہ L اور M پر ملتی ہیں۔

- (iv) Join L with M.
L اور M کو ملائیں۔
(v) \overline{LM} is the right bisector of the side \overline{AB} .
 \overline{LM} ضلع \overline{AB} کا عمودی نامف ہے۔

- (vi) Draw the perpendicular bisectors QR and NP of BC and AC respectively, on the same steps as given above.
Thus, the point O in figure is called the circumcentre of the triangle.
BC اور AC کے عمودی نامف \overline{QR} اور \overline{NP} اسی طریقہ سے کھینچیں۔ نقطہ O مثلث کا مرکز ہے۔

10. Draw angle and perpendicular bisectors of any quadrilateral.
کسی چوکور کے عمودی نامف اور زاویہ کے نامف کھینچیں۔

Sol.



Steps of Construction:

- (i) Draw a quadrilateral.
ایک چوکور بنائیں۔
- (ii) Draw angle bisectors of $\angle A, \angle B, \angle C,$ and $\angle D$.
 $\angle A, \angle B, \angle C,$ اور $\angle D$ کے زاویوں کے نامف کھینچیں۔
- (iii) Draw perpendicular bisectors of sides AB, BC, CD, and DA.
اضلاع $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD},$ اور \overline{DA} کے عمودی نامف کھینچیں۔

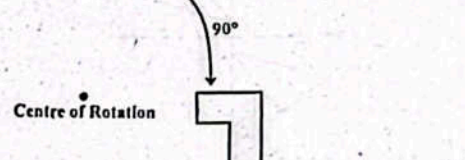
Solved Exercise 4.5

1. Rotate the shape shown by 90° clockwise.
دی گئی شکل کو سیدھا کے گرد 90° گھمائیں۔

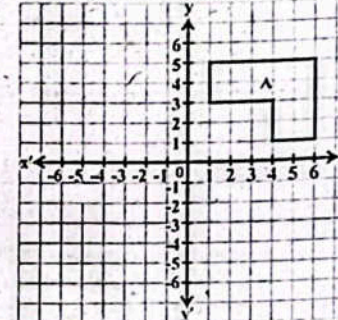


Centre of Rotation

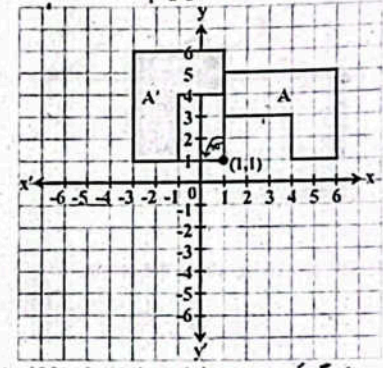
- Sol.



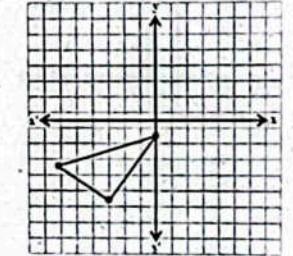
2. Rotate the shape A to 90° counterclockwise, with a centre of rotation at (1,1).
شکل A کو 90° مخالف گھماؤ کے گرد مرکز (1,1) پر گھمائیں۔



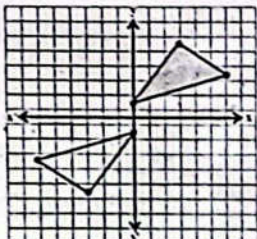
Sol. Figure A is rotated 90° counterclockwise to land on A' .
شکل A کو 90° مخالف گھماؤ کے گرد مرکز (1,1) پر گھمایا گیا ہے۔



3. Rotate 180° about the origin.
مرکز کے گرد 180° تک گھمائیں۔

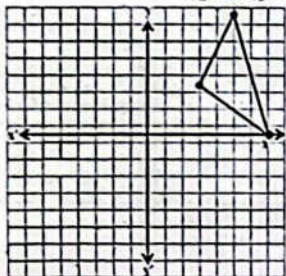


Sol. Given figure is rotated 180° about origin.
دی گئی شکل کو سیدھا کے گرد 180° پر گھمایا گیا ہے۔



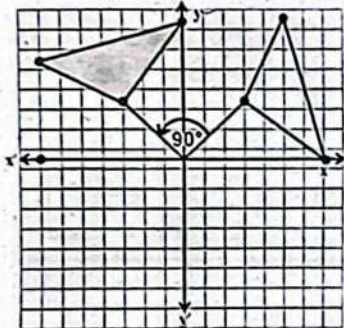
4. Rotate 90° counterclockwise about the origin.

مرکز سے 90° گھوم کر بائیں وار گھمائیں۔



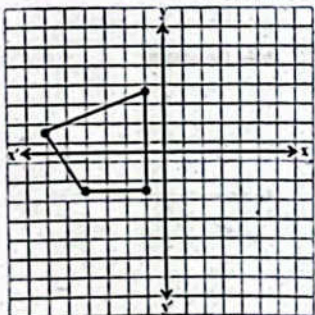
Sol. Given figure is rotated counterclockwise 90° about origin.

دی گئی شکل کو سیدھا کے گرد گھوم کر 90° بائیں وار گھمادیا گیا ہے۔



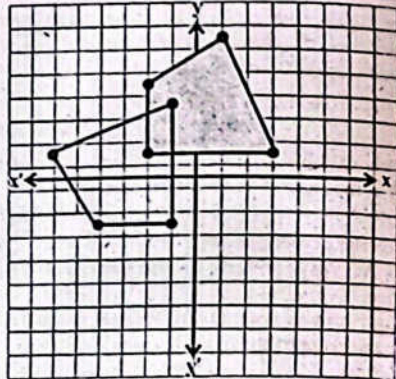
5. Rotate 90° clockwise about the origin.

سیدھا کے گرد 90° گھوم کر دائیں وار گھمائیں۔



Sol. Given figure is rotated 90° clockwise.

دی گئی شکل کو 90° گھوم کر دائیں وار گھمادیا گیا ہے۔



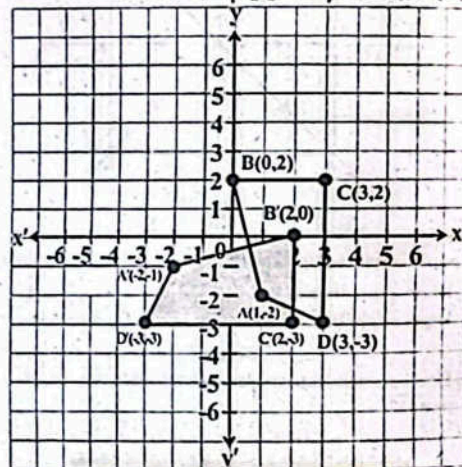
6. Rotate 90° clockwise about the origin

مرکز سے 90° گھوم کر دائیں وار گھمائیں۔

A(1, -2), B(0, 2), C(3, 2), D(3, -3).

Sol. The figure ABCD is rotated 90° clockwise to land on figure A'B'C'D'. Vertices A(1, -2), B(0, 2), C(3, 2), D(3, -3) move to A'(-2, -1), B'(2, 0), C'(2, -3), D'(-3, -3). شکل ABCD کو 90° گھوم کر دائیں وار گھمادیا گیا ہے جس سے شکل A'B'C'D' بن گئی۔

A'(-2, -1), B'(2, 0), C'(2, -3), D'(-3, -3) کے A(1, -2), B(0, 2), C(3, 2), D(3, -3) پر منتقل کر دیا گیا ہے۔

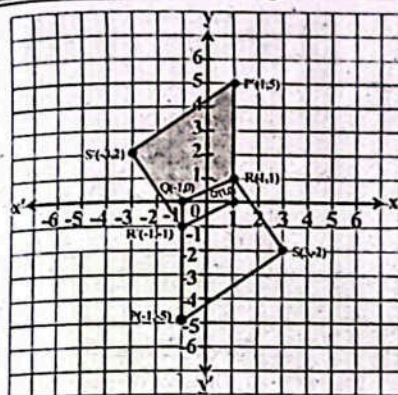


7. Rotate 180° about the origin P(-1, -5), Q(-1, 0), R(1, 1), S(3, -2)

مرکز سے 180° گھوم کر گھمائیں۔

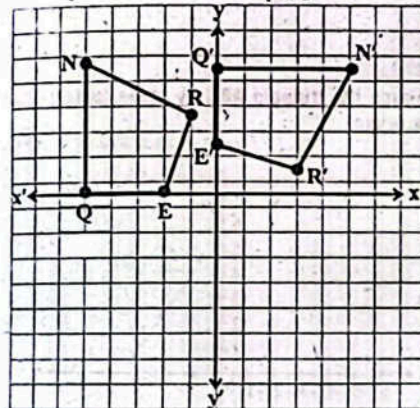
Sol. Figure PQRS has vertices P(-1, -5), Q(-1, 0), R(1, 1), S(3, -2). It is rotated 180° to land on figure P'Q'R'S' which has vertices P'(1, 5), Q'(1, 0), R'(-1, -1), S'(-3, 2).

شکل PQRS کے P(-1, -5), Q(-1, 0), R(1, 1), S(3, -2) پر منتقل کر دیا گیا ہے جس سے شکل P'Q'R'S' بن گئی۔ اس کے P'(1, 5), Q'(1, 0), R'(-1, -1), S'(-3, 2) پر منتقل کر دیا گیا ہے۔



8. Describe a rule that describe the transformation.

کس قانون کے تحت شکل کو گھمایا گیا ہے۔



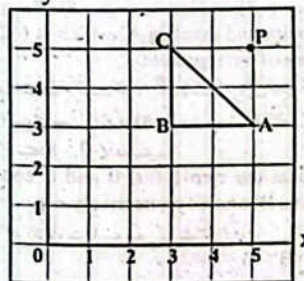
Sol. Clockwise 90° rotation about origin.

سیدھا کے گرد گھوم کر 90° گھوم کر گھمائیں۔

Solved Exercise 4.6

1. Enlarge the triangle ABC by scale factor 2 about the point P(5, 5).

شکل ABC کو نقطہ P(5, 5) کے لحاظ سے 2 گونے پر بائیں وار گھمائیں۔



Sol. Steps 1: Measure the distance from the centre of

enlargement to point A i.e; (0, -2). Multiply the distance by scale factor (2), which is (0, -4). Put point mark for the new point and label as A' which is (0, -4) away from the centre of enlargement.

پہلا اقدام: اگلا مرکز سے نقطہ A تک فاصلے کی پیمائش کریں یعنی (0, -2)۔ فاصلے کو دو گونے پر ضرب دیں جو کہ (0, -4) ہے۔ نئے نقطے کو A' کا نام دیں جو کہ اگلا مرکز سے (0, -4) دور ہے۔

Steps 2: Repeat the step-1 for, B and C coordinates to put point marks B' and C' respectively e.g.

دوسرا اقدام: B اور C کے نقاط کے لئے پہلے اقدام کو دہرائیں مثلاً

B(-2, -2) = B'(-4, -4)

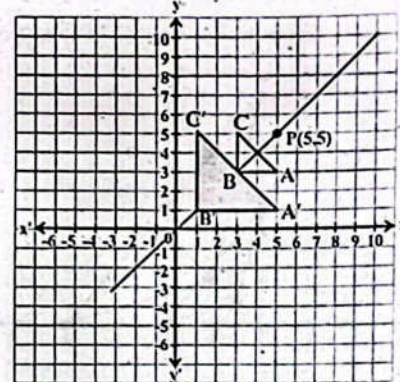
C(-2, 0) = C'(-4, 0)

Steps 3: Draw rays to join the pair of corresponding vertices through the centre of enlargement.

تیسرا اقدام: متعلقہ راسوں کو اگلا مرکز سے ملانے کے لئے شعاعیں کھینچیں۔

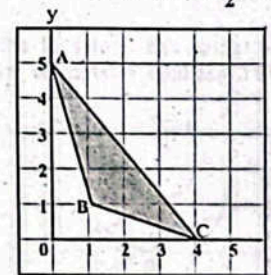
Steps 4: Join the points to make a new triangle A'B'C'.

چوتھا اقدام: ایک نئی شکل A'B'C' بنانے کے لئے شکل کھینچیں۔



2. Enlarge the triangle ABC by scale factor 1/2 about O.

نقطہ O سے شکل ABC کو 1/2 گونے پر بائیں وار گھمائیں۔



Sol. Steps 1: Measure the distance from the centre of enlargement to point A i.e; (0, 5). Multiply the distance by scale factor (1/2), which is (0, 5/2). Put point mark for

the new point and label as A' which is (0, 5/2) away

from the centre of enlargement.

from the centre of enlargement.

پہلا اقدام: اعلا رجٹ کے مرکز سے نقطہ A تک قاسم کی پیمائش کریں یعنی (0, 5)۔ قاسم کو سکیل فیکٹر $\left(\frac{1}{2}\right)$ سے ضرب دیں جو کہ $\left(0, \frac{5}{2}\right)$ ہے۔ نئے نقطے کو A' کا نام دیں جو کہ اعلا رجٹ کے مرکز سے $\left(0, \frac{5}{2}\right)$ دور ہے۔

Steps 2: Repeat the step-1 for, B and C coordinates to put point marks B' and C' respectively e.g.

دوسرا اقدام: B اور C' نشانات لگانے کے لیے پہلے اقدام کو دہرائیں مثلاً

$$B(1, 1) = B'\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

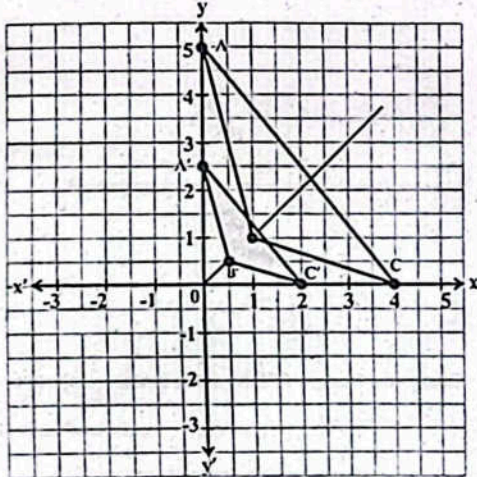
$$C(4, 0) = C'(2, 0)$$

Steps 3: Draw rays to join the pair of corresponding vertices through the centre of enlargement.

تیسرا اقدام: مختلف راسوں کو اعلا رجٹ کے مرکز سے ملانے کے لیے شعاعیں کھینچیں۔

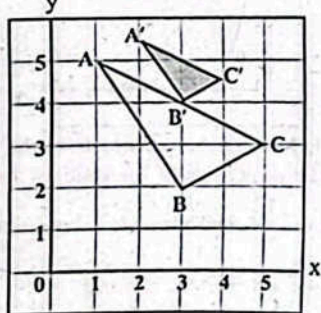
Steps 4: Join the points to make a new triangle A'B'C'.

چوتھا اقدام: ایک نئی مثلث A'B'C' بنانے کے لیے تھوکا کلائیں۔

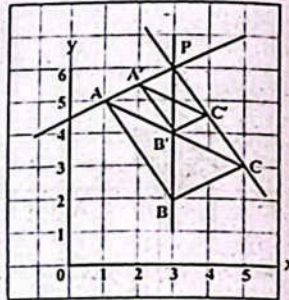


3. Find scale factor and centre of enlargement. Triangle A'B'C' has been enlarged to make triangle ABC.

مرکز اور سکیل معلوم کریں کہ مثلث A'B'C' کو کتنا اعلا رجٹ کرنے سے مثلث ABC حاصل ہوگی۔



Sol.



Point P(3, 6) is the centre of rotation as shown in the figure.

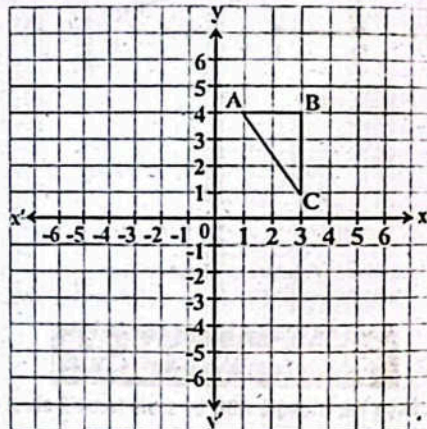
نقطہ P(3, 6) روٹیشن کا مرکز ہے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔

$$\text{Scale Factor} = \frac{\text{Distance of image from centre}}{\text{Distance of object from centre}}$$

$$= \frac{2}{1} = 2$$

4. Enlarge the triangle ABC by scale factor (-2) about the origin.

مثلث ABC کو مرکز کے لحاظ سے (-2) گنا اعلا رجٹ کریں۔



Sol. Steps 1: Measure the distance from the centre of enlargement to point A, i.e; (1, 4). Multiply the distance by scale factor (-2), which is (-2, -8). Put point mark for the new point and label as A' which is (-2, -8) away from the centre of enlargement.

پہلا اقدام: اعلا رجٹ کے مرکز سے نقطہ A تک قاسم کی پیمائش کریں یعنی (1, 4)۔ قاسم کو سکیل فیکٹر (-2) سے ضرب دیں جو کہ (-2, -8) ہے۔ نئے نقطے کو A' کا نام دیں جو کہ اعلا رجٹ کے مرکز سے (-2, -8) دور ہے۔

Steps 2: Repeat the step-1 for, B and C coordinates to put point marks B' and C' respectively e.g.

دوسرا اقدام: B اور C' نشانات لگانے کے لیے پہلے اقدام کو دہرائیں مثلاً

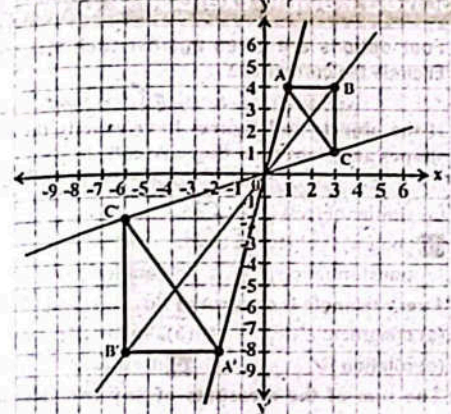
$$B(3, 4) = B'(-6, -8)$$

$$C(3, 1) = C'(-6, -2)$$

Steps 3: Draw rays to join the pair of corresponding

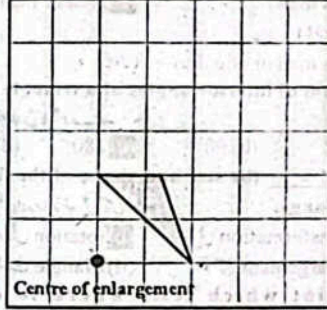
vertices through the centre of enlargement.

تیسرا اقدام: مختلف راسوں کو اعلا رجٹ کے مرکز سے ملانے کے لیے شعاعیں کھینچیں۔
Steps 4: Join the points to make a new triangle A'B'C'.
چوتھا اقدام: ایک نئی مثلث A'B'C' بنانے کے لیے تھوکا کلائیں۔

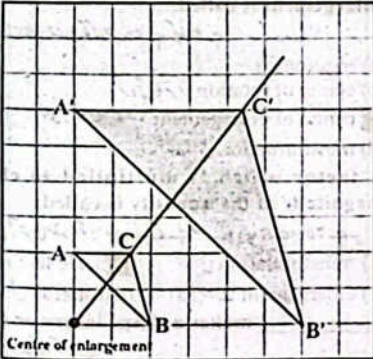


5. Enlarge the shaded shape with scale factor 3 about the point.

سایہ دار شکل کو نقطہ کے گرد 3 گنا اعلا رجٹ کریں۔

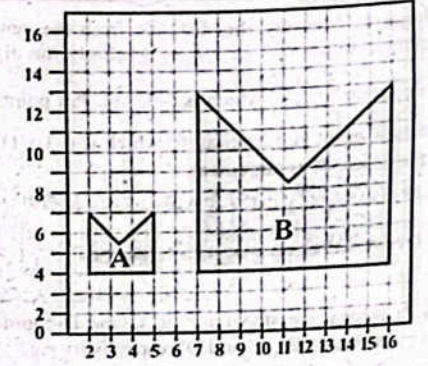


Sol.



6. Shape A has been enlarged to make shape B. Calculate the scale factor. You can draw the shapes on graph paper.

شکل B کو بنانے کے لیے شکل A کو اعلا رجٹ کیا گیا ہے۔ فیکٹر سکیل معلوم کریں آپ گراف پر شکل بنا سکتے ہیں۔



Sol.

$$\text{Scale Factor} = \frac{\text{Dimension of image}}{\text{Dimension of object}}$$

$$= \frac{9}{3} = 3$$

7. Shape A has been enlarged to make shape B. Calculate the scale factor.

شکل B کو بنانے کے لیے شکل A کو اعلا رجٹ کیا گیا ہے۔ سکیل فیکٹر معلوم کریں۔



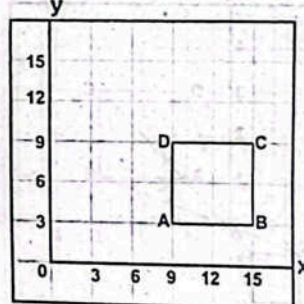
Sol.

$$\text{Scale Factor} = \frac{\text{Dimension of image}}{\text{Dimension of object}}$$

$$= \frac{4}{2} = 2$$

8. Draw the shape on graph paper. Then enlarge the square ABCD by scale factor $-\frac{1}{3}$ about origin.

گراف پر شکل بنا لیں۔ پھر مربع ABCD کو مرکز کے گرد $-\frac{1}{3}$ فیکٹر سے بڑا کریں۔



Sol. Steps 1: Measure the distance from the centre of enlargement to point A i.e; (9, 3). Multiply the distance

by scale factor $(-\frac{1}{3})$, which is $(-3, -1)$. Put point mark for the new point and label as A' which is $(-3, -1)$ away from the centre of enlargement.

پہلا اقدام: امار جنت کے مرکز سے نقطہ A تک فاصلے کی پیمائش کریں یعنی (9, 3)۔ فاصلے کو سکیل فیکٹر $(-\frac{1}{3})$ سے ضرب دیں جو کہ $(-3, -1)$ ہے۔ نئے نقطے کو A' کا نام دیں جو کہ امار جنت کے مرکز سے $(-3, -1)$ دور ہے۔

Steps 2: Repeat the step-1 for, B, C and D coordinates to put point marks B', C' and D' respectively e.g.

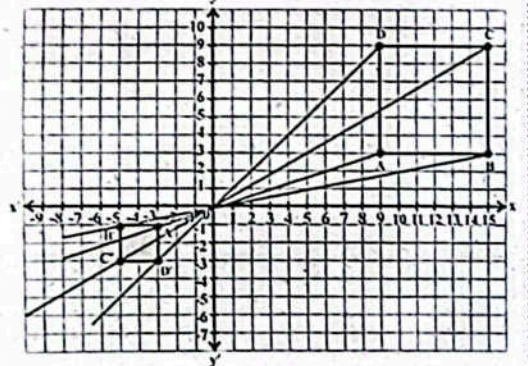
دوسرا اقدام: B' اور C' اور D' نقاط لگانے کے لیے پہلے اقدام کو دہرائیں مثلاً
 $B(15, 3) = B'(-5, -1)$
 $C(15, 9) = C'(-5, -3)$
 $D(9, 9) = D'(-3, -3)$

Steps 3: Draw rays to join the pair of corresponding vertices through the centre of enlargement.

تیسرا اقدام: متعلقہ راسوں کو امار جنت کے مرکز سے ملانے کے لیے شعاعیں کھینچیں۔

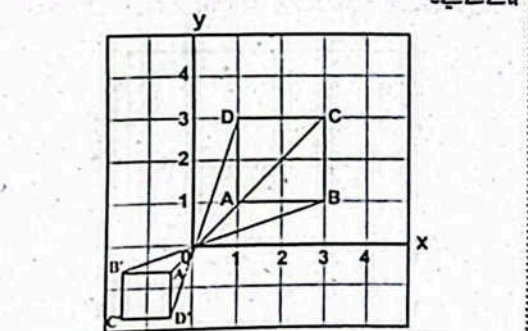
Steps 4: Join the points to make a new square A'B'C'D'.

چوتھا اقدام: ایک نیا مربع A'B'C'D' بنانے کے لیے فاصلے ملائیں۔



9. Find the centre of enlargement when square ABCD has been enlarged to make square A'B'C'D'.

امار جنت کا مرکز معلوم کریں جب مربع ABCD کو امارت کیا گیا ہے مربع A'B'C'D' بنانے کے لیے۔



Sol. Since the lines meet at the centre, therefore, centre (0, 0) is the centre of enlargement.

چونکہ شعاعیں مرکز سے گزرتی ہیں، لہذا مرکز (0, 0) امار جنت کا مرکز ہے۔

Solved Review Exercise 4

1. Four options are given against each statement. Encircle the correct one.

(i) If the objects and figures have exactly the same shapes and sizes then they are called: **(b)** similar objects
 اگر اشیا اور چھبڑیں ایک جیسی شکل اور سائز رکھتی ہیں۔

(a) similar objects ہم آہنگ چیزیں
 (b) similar مشابہ
 (c) congruent object متساوی شے
 (d) rotation گردش

(ii) Every triangle is congruent to: **(c)** itself
 (a) congruent متساوی
 (b) similar مشابہ
 (c) rotation گردش
 (d) itself خود کے

(iii) The sum of the measures of any two sides of a triangle is always _____ the measure of its third side: **(b)** greater than
 (a) less than کم
 (c) equal to برابر
 (d) less than or equal to چھوٹا یا برابر

(iv) The sum of interior angles of a triangle is: **(c)** 180°
 (a) 60° (b) 90° (d) 360°

(v) In _____ the size and shape of the figure does not change: **(d)** rotation
 (a) transformation تبدیلی
 (b) rotation گردش
 (c) enlargement توسیع
 (d) triangle مثلث

(vi) A point which tells where to draw an enlargement is called: **(c)** centre of enlargement
 (a) rotation گردش
 (b) centre of rotation گردش کا مرکز
 (c) centre of enlargement امار جنت کا مرکز
 (d) transformation تبدیلی

(vii) A factor which is multiplied to change the magnitude of the quantity is called: **(b)** scale factor
 (a) transformation تبدیلی
 (b) scale factor پیمانہ
 (c) enlargement امار جنت
 (d) rotation گردش

(viii) _____ makes a shape larger or smaller. **(d)** enlargement
 (a) triangle مثلث
 (b) congruent متساوی
 (c) rotation گردش
 (d) enlargement امار جنت

2. Define the following:
 (i) Congruent figures متساوی اشیا
 (ii) Similar figures مشابہ اشیا

Sol. Two figures and objects are congruent if these

objects and figures have exactly the same shapes and sizes.

دو اشیا یا اشیا کی اگر دو سائز اور شکل کے لحاظ سے بالکل ایک جیسی ہوں گی۔

(i) Similar figures مشابہ اشیا
 Ans. Two shapes are said to be similar if all of the angles are equal but are not necessarily of same size.

(ii) Transformation تبدیلی
 Ans. Transformation means to change. A geometric transformation would mean to make some changes in any given geometric shape. The angles and lengths of sides remain unchanged.

(iii) Rotation گردش
 Ans. In geometry a rotation type of transformation where shape is turned around a fixed point.

(iv) Enlargement امار جنت
 Ans. Enlargement a figure with the given scale factor. (Positive or negative).

(v) Enlargement امار جنت
 Ans. Enlargement a figure with the given scale factor. (Positive or negative).

(vi) Enlargement امار جنت
 Ans. Enlargement a figure with the given scale factor. (Positive or negative).

(vii) Enlargement امار جنت
 Ans. Enlargement a figure with the given scale factor. (Positive or negative).

(viii) Enlargement امار جنت
 Ans. Enlargement a figure with the given scale factor. (Positive or negative).

(ix) Enlargement امار جنت
 Ans. Enlargement a figure with the given scale factor. (Positive or negative).

(x) Enlargement امار جنت
 Ans. Enlargement a figure with the given scale factor. (Positive or negative).

(xi) Enlargement امار جنت
 Ans. Enlargement a figure with the given scale factor. (Positive or negative).

(xii) Enlargement امار جنت
 Ans. Enlargement a figure with the given scale factor. (Positive or negative).

(xiii) Enlargement امار جنت
 Ans. Enlargement a figure with the given scale factor. (Positive or negative).

(xiv) Enlargement امار جنت
 Ans. Enlargement a figure with the given scale factor. (Positive or negative).

(xv) Enlargement امار جنت
 Ans. Enlargement a figure with the given scale factor. (Positive or negative).

(iv) 8.5cm, 3.5cm, 5.5cm
 Sol. Steps of Construction:

1. Draw a line segment AB = 8.5cm
 ایک قطعہ خط AB = 8.5cm کھینچیں۔

2. Take A as centre and draw an arc of radius 3.5cm.
 A کو مرکز مان کر 3.5cm کے رداس کی قوس کھینچیں۔

3. Take B as centre and draw an arc of radius 5.5cm. Both arcs meet at C.
 B کو مرکز مان کر 5.5cm کے رداس کی قوس کھینچیں اور دو قوسوں کا نقطہ C پر ملے۔

4. Join C to A and B. Thus ΔABC is required triangle.
 C کو A اور B سے ملائیں۔ پس ABC مطلوبہ مثلث ہے۔

4. Construct the following triangles with the help of a ruler and a compass:
 (i) ΔLMN, when m∠LM = 5cm, m∠L = 60° and m∠M = 8cm

Sol. Steps of Construction:
 1. Draw a line segment LM = 5cm
 ایک قطعہ خط LM = 5cm کھینچیں۔

2. Take L as centre and draw an angle ∠MLX = 60° and proceed.
 نقطہ L کو مرکز مان کر زاویہ ∠MLX = 60° بنا لیں اور آگے بڑھیں۔

3. Take M as centre and draw an arc of radius 8cm, which meet proceeded angle at point N.
 M کو مرکز مان کر 8cm کے رداس کی قوس کھینچیں جو پہلے زاویے کے نکتہ N پر ملے۔

4. Join N and M. Thus, ΔLMN is required triangle.
 N اور M کو ملائیں۔ پس ΔLMN مطلوبہ مثلث ہے۔

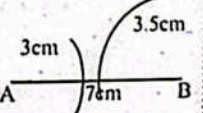
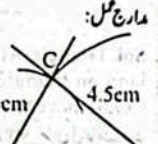
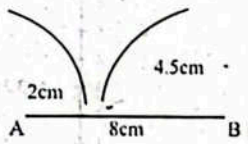
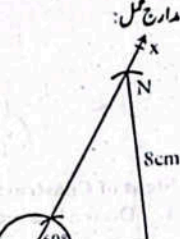
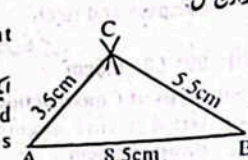
(ii) ΔPQR, when mPQ = 5.7cm, mQR = 3.5cm and mQ = 75°

Sol. Steps of Construction:
 1. Draw a line segment PQ = 5.7cm
 ایک قطعہ خط PQ = 5.7cm کھینچیں۔

2. Construct an angle ∠PQR of measure 75° at point Q.
 نقطہ Q پر زاویہ ∠PQR = 75° بنا لیں۔

3. Take a point R on QK such that QR = 3.5cm.
 QK پر نقطہ R اس طرح لیں کہ QR = 3.5cm

4. Join point R to point P. Thus ΔPQR is required triangle.
 R کو نقطہ P سے ملائیں۔ پس ΔPQR مطلوبہ مثلث ہے۔

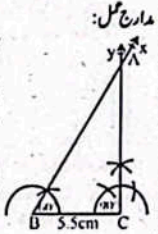


5. Construct the following triangles with the help of compass and ruler.

(i) $90^\circ, 60^\circ, 5.5\text{cm}$

Sol. Steps of Construction:

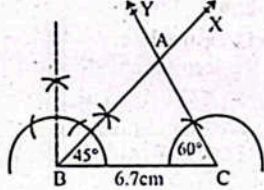
1. Draw a line segment BC of measure 5.5cm.
2. Construct $\angle CBX$ of measure 60° at point B.
3. Construct $\angle BCY$ of measure 90° at point C.



4. \overline{BX} and \overline{CY} intersect each other at A. Thus $\triangle ABC$ is required triangle.

(ii) $60^\circ, 45^\circ, 6.7\text{cm}$

Sol.



Steps of Construction:

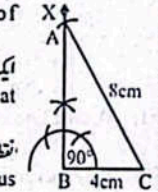
1. Draw a line segment of measure 6.7cm.
2. Construct $\angle CBX$ of measure 45° at point B.
3. Construct $\angle BCY$ of measure 60° at point C.
4. \overline{BX} and \overline{CY} intersect each other at point A. Thus $\triangle ABC$ is required triangle.

6. Construct right angled triangles with the help of a compass:

(i) Hypotenuse $\overline{BC} = 8\text{cm}$; Base $\overline{AC} = 4\text{cm}$

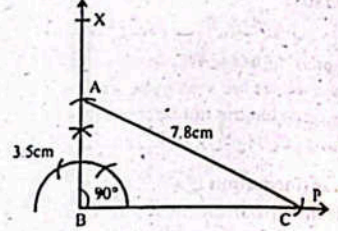
Sol. Steps of Construction:

1. Draw a line segment \overline{BC} of measure 4cm.
2. Construct $\angle CBX$ of measure 90° at the point B.
3. From the C draw an arc of radius 8cm to intersect \overline{BX} at point A.
4. Join point A to C. Thus $\triangle ABC$ is required right angled triangle.



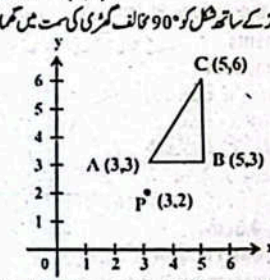
(ii) Hypotenuse $\overline{BC} = 7.8\text{cm}$; Altitude $\overline{AD} = 3.5\text{cm}$

Sol.

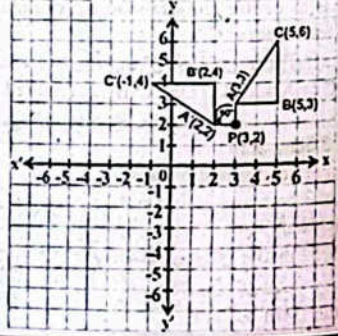


Sol. Steps of Construction:

1. Draw a line segment \overline{BC} with suitable length.
2. Construct an angle of 90° at point B and produced.
3. Take B as centre and draw an arc of radius 3.5cm on \overline{BX} which intersect at A.
4. Take A as centre and draw an arc of radius 7.8cm which intersect at C, on \overline{BP} .
5. Join A to C. Thus, $\triangle ABC$ is required right angle triangle.
7. Rotate the shape 90° counterclockwise, with a centre of rotation at $P(3,2)$.

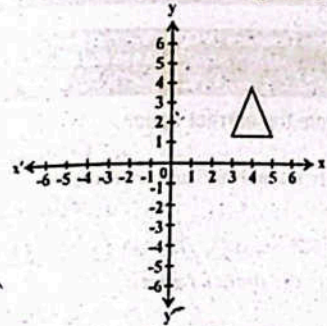


Sol. Triangle ABC is rotated 90° counterclockwise to land on triangle A'B'C'. Vertices A(3,3), B(5,3) and C(5,6) move to A'(2,2), B'(2,4) and C'(-1,4).

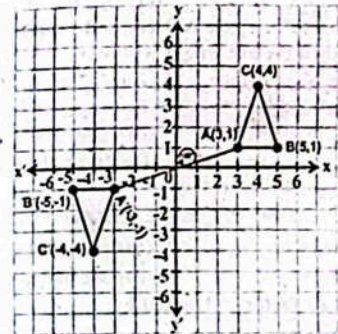


8. Rotate 180° about the origin:

رکڑے کے گرد 180° تک گھمائیں۔

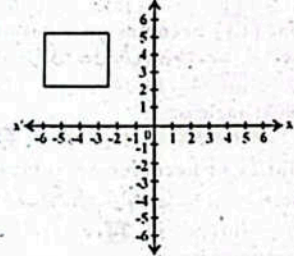


Sol.

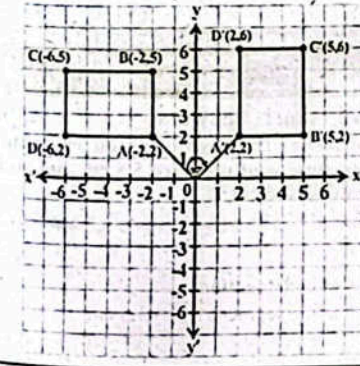


9. Rotate 90° clockwise about the origin:

بندے کے گرد 90° تک گھمائی کیست میں گھمائیں۔

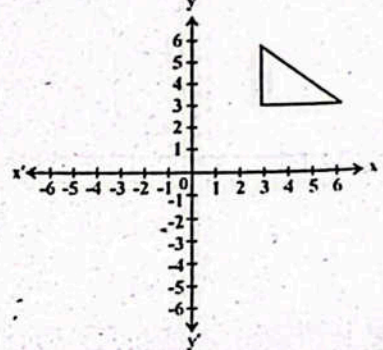


Sol.



10. Enlarge the triangle LMN by scale factor 2 about the point (6,6)

شکث LMN کو پیمانہ 2 سے بڑھانے کے لئے (6,6) کے مطابق بڑھائیں۔



Sol. Steps 1: Measure the distance from the centre of enlargement to point A i.e; $(-3, -1)$. Multiply the distance by scale factor (2), which is $(-6, -2)$. Put point mark for the new point and label as A' which is $(-6, -2)$ away from the centre of enlargement.

پہلا اقدام: انکار جنت کے مرکز سے نقطہ A تک فاصلے کی پیمائش کریں یعنی $(-3, -1)$ ۔ فاصلے کو دوگنا کر کے $(-6, -2)$ ہے۔ نئے نقطہ کو A' کا نام دیں جو کہ انکار جنت کے مرکز سے $(-6, -2)$ دور ہے۔

Steps 2: Repeat the step-1 for, B and C coordinates to put point marks B' and C' respectively e.g.

دوسرا اقدام: B اور C نشانات لگانے کے لیے پہلے اقدام کو دہرائیں گئے

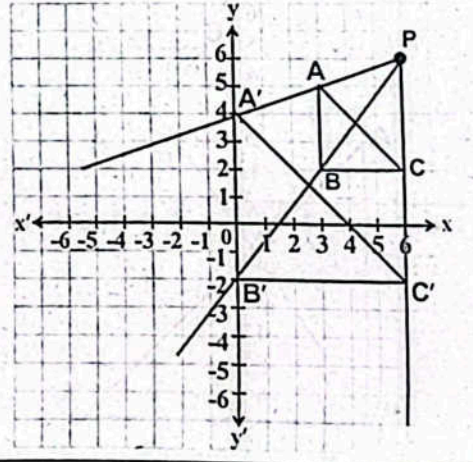
$B(-3, -4) = B'(-6, -8)$
 $C(0, -4) = C'(0, -8)$

Steps 3: Draw rays to join the pair of corresponding vertices through the centre of enlargement.

تیسرا اقدام: متعلقہ راسوں کو انکار جنت کے مرکز سے ملانے کے لیے شعاعیں کھینچیں۔

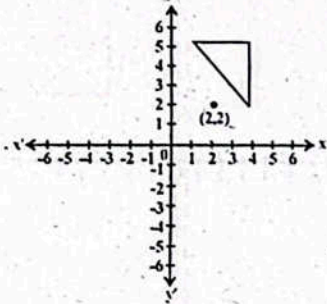
Steps 4: Join the points to make a new triangle A'B'C'.

چوتھا اقدام: ایک نئی شکث A'B'C' بنانے کے لیے نقاط کو ملائیں۔



11. Enlarge the shaded shape with scale factor (-3) about the point (2,2)

نقطہ (2,2) کے گرد (-3) کے پیمانے کے ساتھ سایہ دار شکل کو بڑھائیں۔



Sol. Steps 1: Measure the distance from the centre of enlargement to point A i.e; (2, 0). Multiply the distance by scale factor (-3), which is (-6, 0). Put point mark for the new point and label as A' which is (-6, 0) away from the centre of enlargement.

پہلا اقدام: اگلا مرکز سے نقطہ A تک فاصلے کی پیمائش کریں یعنی (2, 0) فاصلے کو تکثیر کیجئے (-3) سے ضرب دیں جو کہ (-6, 0) ہے۔ نئے نقطے کو A' کا نام دیں جو کہ اگلا مرکز سے (-6, 0) دور ہے۔

Steps 2: Repeat the step-1 for B and C coordinates to put point marks B' and C' respectively e.g.

دوسرا اقدام: B اور C کی نشاندہی کرنے کے لیے پہلے اقدام کو دہرائیں مثلاً

$B(2, 3) = B'(-6, -9)$

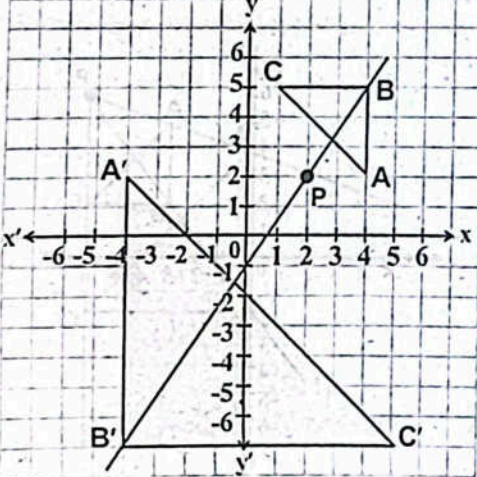
$C(-1, 3) = C'(3, -9)$

Steps 3: Draw rays to join the pair of corresponding vertices through the centre of enlargement.

تیسرا اقدام: متعلقہ راسوں کو اگلا مرکز سے ملانے کے لیے شعاعیں کھینچیں۔

Steps 4: Join the points to make a new triangle A'B'C'.

چوتھا اقدام: ایک نئی مثلث A'B'C' بنانے کے لیے نقاط کو ملائیں۔



OBJECTIVE TYPE QUESTIONS

Multiple Choice Questions (MCQ's) Taken From Previous Term Wise Papers (First Term, Second Term & Annual) of PEC

○ Encircle the correct option.

1. Identify the pair of similar triangles: (Final Term 20)
 خطی شکلوں کے جوڑے کی نشان دہی کریں:

- (a) (b) (c) (d)

2. Identify the similar figures: (Final Term 20)
 خطی اشکال کی نشان دہی کریں:

- (a) (b) (c) (d)

3. If radius of a circle is 9 cm and central angle is 120°, then the arc length will be: (Final Term 20)
 اگر ایک دائرے کا رداس 9 سینٹی میٹر اور مرکزی زاویہ 120° ہو تو قوس کی لمبائی ہوگی:

- (a) 2π cm سینٹی میٹر (b) 4π cm سینٹی میٹر
 (c) 6π cm سینٹی میٹر (d) 8π cm سینٹی میٹر

4. The sum of two sides of a triangle is always _____ the third side.
 مثلث کے دو اضلاع کا مجموعہ ہمیشہ تیسرے ضلع سے _____ ہوتا ہے:

- (a) greater than بڑا (b) smaller than چھوٹا
 (c) equal to برابر (d) not equal to برابر

5. The scale factor is denoted by:
 تکثیر پیمانے کو ظاہر کیا جاتا ہے:

- (a) S (b) F (c) R (d) K

6. Triangle has angles:
 مثلث کے زاویے ہوتے ہیں:

- (a) 4 (b) 3 (c) 2 (d) 1

7. The point (x,y) becomes on rotation of 180° clockwise.
 نقطہ (x,y) گھڑی کی سمت کی گردش پر 180° ہوتا ہے۔

- (a) (x, y) (b) (-x, -y) (c) (y, -x) (d) (-y, x)

8. The straight angle is:
 زاویہ سیدھا ہے:

- (a) 60° (b) 90° (c) 120° (d) 180°

9. The point (x,y) becomes on rotation of 90° clockwise:
 نقطہ (x,y) 90° گھڑی کی گردش پر ہوتا ہے:

- (a) (x, y) (b) (-x, -y) (c) (y, -x) (d) (-y, x)

10. The obtuse angle is:
 منفرج زاویہ ہے:

- (a) 60° (b) 90° (c) 120° (d) 180°

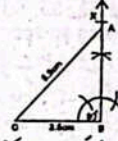
Short Answer Questions (CRO's) Taken From Previous Term Wise Papers (First Term, Second Term & Annual) of PEC

○ Give short answers.
 مختصر جواب دیں۔

1(a). Construct the right angled triangle whose hypotenuse is of measure 5.5 cm and measure of one side is 3.5 cm. (Final Term 20)
 ایک قائم الزاویہ مثلث بنائیں جس کے وتر کی لمبائی 5.5 سینٹی میٹر اور ایک ضلع کی لمبائی 3.5 سینٹی میٹر ہے۔

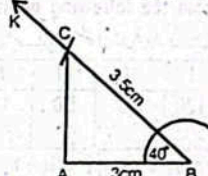
Sol.Steps of construction:
 (i) Draw a line segment $BC = 3.5$ cm
 ایک قطعہ خط $BC = 3.5$ cm کھینچیں۔

(ii) Construct $\angle CBX$ of measure 90° at point B.
 نقطہ B پر زاویہ $\angle CBX = 90^\circ$ بنائیں۔
 (iii) From the point C draw an arc of radius 5.5cm to intersect BX at point A.
 نقطہ C سے ایک 5.5 سم رداس کی قوس لگائیں جو BX کو نقطہ A پر قطع کرتی ہے۔



(iv) Join point A to C. $\triangle ABC$ is required triangle.
 نقطہ A کو C سے ملانے پر مثلث ABC مطلوب ہے۔
 (v) Construct a triangle $\triangle ABC$ when $m\angle A = 30^\circ$, $m\angle B = 40^\circ$ and $m\angle C = 110^\circ$.
 ایک مثلث $\triangle ABC$ بنائیں جبکہ $m\angle A = 30^\circ$, $m\angle B = 40^\circ$ اور $m\angle C = 110^\circ$ ۔

Sol.Steps of construction:
 (i) Draw a line segment $AB = 3$ cm
 ایک قطعہ خط $AB = 3$ cm کھینچیں۔
 (ii) With the help of protractor draw an angle of 40° on point B.
 پروٹریکٹر کی مدد سے نقطہ B پر 40° کا زاویہ بنائیں۔

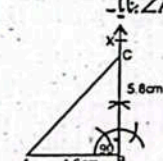


(iii) Take a point C on BK such that $m\overline{BC} = 3.5$ cm.
 BK پر نقطہ C اس طرح لگائیں کہ $m\overline{BC} = 3.5$ cm
 (iv) Join point C to point A. $\triangle ABC$ is required triangle.
 نقطہ C کو A سے ملانے پر مثلث ABC مطلوب ہے۔

2(a). Construct a triangle ABC when $m\angle A = 4.6$ cm, $m\angle B = 5.8$ cm and $m\angle C = 90^\circ$. (Final Term 24)
 مثلث ABC بنائیں جبکہ $m\angle A = 4.6$ cm، $m\angle B = 5.8$ cm اور $m\angle C = 90^\circ$ ۔

Sol.Steps of construction:
 (i) Draw line segment $AB = 4.6$ cm
 ایک قطعہ خط $AB = 4.6$ cm کھینچیں۔

(ii) Construct $\angle ABX$ of measure 90° at point B.
 نقطہ B پر زاویہ $\angle ABX = 90^\circ$ بنائیں۔

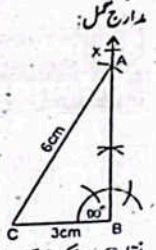


(iii) From point B, draw an arc of radius 5.8cm to intersect BX at point C.
 نقطہ B سے 5.8 cm کی قوس لگائیں جو BX کو نقطہ C پر قطع کرتی ہے۔

(iv) Join point C to A. Thus, $\triangle ABC$ is required triangle.
 نقطہ C کو A سے ملانے پر مثلث ABC مطلوب ہے۔

(b). Construct a right angled triangle whose length of hypotenuse is 6cm and length of base is 3cm. (Final Term 24)
 ایک قائم الزاویہ مثلث بنائیں جس کے وتر کی لمبائی 6 سینٹی میٹر اور قاعدے کی لمبائی 3 سینٹی میٹر ہو۔

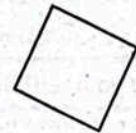
Sol.Steps of construction:
 (i) Draw a line segment $BC = 3$ cm
 ایک قطعہ خط $BC = 3$ cm کھینچیں۔
 (ii) Construct $\angle CBX$ of measure 90° at point B.
 نقطہ B پر زاویہ $\angle CBX = 90^\circ$ بنائیں۔
 (iii) From point B, draw an arc of radius 6 cm to intersect BX at point C.
 نقطہ B سے ایک 6 سم رداس کی قوس لگائیں جو BX کو نقطہ C پر قطع کرتی ہے۔
 (iv) Join point C to A.
 نقطہ C کو A سے ملانے پر مثلث ABC مطلوب ہے۔



3(a). Draw the figure of a square.
 مربع کی شکل بنائیں۔



Sol.
 (b). Draw the figure of Rhombus.
 مستطیل کی شکل بنائیں۔



4(a). Write the names of types of Transformations.
 تبدیلی کی اقسام کے نام لکھیں۔

- Ans. (i) Translation (ii) Reflection
 (iii) Rotation (iv) Enlargement

(b). Describe clockwise rotation 90° about origin.
 مبدأ کے گرد گھڑی کی گردش بیان کریں۔

Ans. A rotation of 90° clockwise changes the point such that (x, y) becomes (y, -x).
 90° گھڑی کی گردش نقطہ کو اس طرح بدلتی ہے کہ (x,y) بن جاتا ہے۔

5(a). Describe counter clockwise rotation 90° about origin.
 مبدأ کے گرد مخالف گھڑی کی گردش بیان کریں۔

Ans. A rotation of 90° counterclockwise around the origin changes the position of a point (x, y) such that it becomes (-y, x).
 اصل کے گرد 90° مخالف گھڑی کی گردش نقطہ کو اس طرح بدلتی ہے کہ (x,y) بن جاتا ہے۔

(b). Describe rotation 180° about origin.
 مبدأ کے بارے میں 180° گردش بیان کریں۔

Ans. A rotation of 180° (either clockwise or counterclockwise) around the origin change the position of a point (x, y) such that it becomes (-x, -y).
 180° (گھڑی یا مخالف گھڑی) کی گردش کسی نقطہ (x,y) کی گردش کو بدلتی ہے کہ یہ (-x,-y) بن جاتا ہے۔

Ans. A rotation of 180° around the origin change the position of a point (x, y) such that it becomes (-x, -y).
 180° (گھڑی یا مخالف گھڑی) کی گردش کسی نقطہ (x,y) کی گردش کو بدلتی ہے کہ یہ (-x,-y) بن جاتا ہے۔

Domain 5

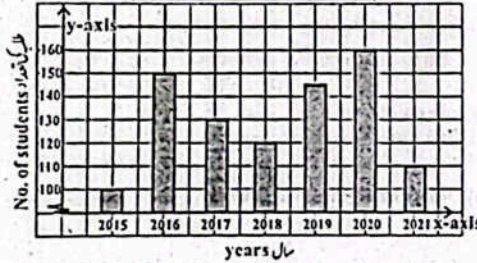
Statistics and Probability

شماریات اور امکان

Sub-Domain (I):

Information Handling

سوچیں! Think!



- In which year, the maximum number of students passed the examination?

کس سال سے زیادہ طلبہ نے امتحان پاس کیا؟

Sol. In 2020, maximum number of students passed the examination.

2020 میں طلبہ سے زیادہ تعداد میں امتحان پاس کیا۔

Try yourself!

- Multiple bar graph can also be drawn horizontally. Can you draw it horizontally?

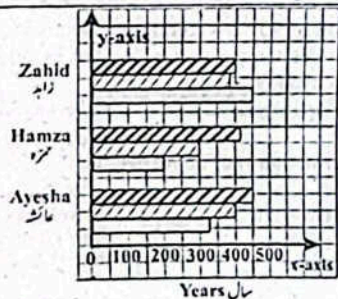
عمودی بار گراف اپنی ہی بنائے جاسکتے ہیں۔ کیا آپ سے اسی بنائے جاسکتے ہیں؟

Sol.

Name of students	Quarterly	Half yearly	Yearly
Ayesha	330	400	450
Hamza	200	300	420
Zahid	450	390	400

Title: Graph showing the comparison of marks obtained by three students.

موازن: تین طلبہ کے حاصل کیے گئے نمبروں کو تقابلاً کرنا اور گراف بنانا۔



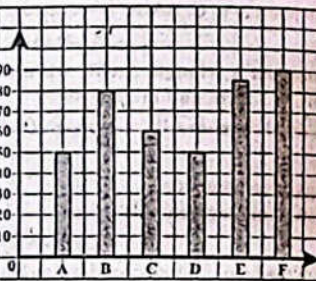
Key: Quarterly, Half yearly, Yearly

Solved Exercise 5.1

- The marks of a student "Zeeshan" in the grade 6 examinations were 50, 80, 60, 50, 85, 90. Show these marks by drawing an appropriate graph.

ایک طالب علم زیشان کے گریڈ 6 کے امتحان میں نمبر 50, 80, 60, 50, 85, 90 تھے۔ ان نمبروں کو مناسب گراف کی مدد سے ظاہر کریں۔

Sol. The marks of zeeshan in grade 6 are 50, 80, 60, 50, 85, 90.



- A shopkeeper sold the following number of toys in five weeks.

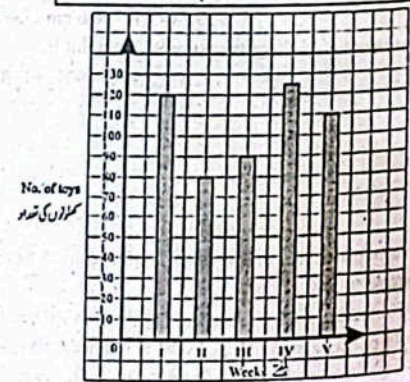
Weeks	I	II	III	IV	V
No. of Toys	120	80	90	125	110

Represent the above information by a simple bar graph. Also tell:

دی گئی معلومات کے مطابق سادہ بار گراف بنائیں اور بتائیں کہ

Title: Graph showing number of toys sold in five week.

Sol. Scale On x-axis: 2 squares represent 1 week On y-axis: 1 square represents 10 toys



- How many toys were sold by the shopkeeper altogether?

Sol. Total toys sold = 120 + 80 + 90 + 125 + 110 = 525 Hence, 525 toys were sold by the shopkeeper

- In which week the maximum and least number of toys were sold?

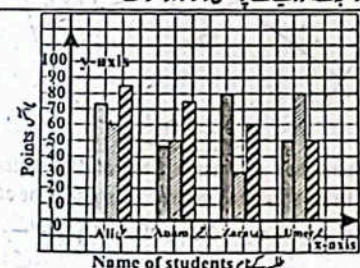
Sol. In week IV, maximum number of toys were sold. In week II, minimum number of toys were so sold.

- Draw an appropriate graph to show the points out of 100 scored by four students in three games.

Students	Game - I	Game - II	Game - III
All	72	60	85
Anam	48	50	75
Zara	80	30	60
Umer	50	80	50

Sol. According to information we draw multiple bar graphs.

Title: Graph showing points scored by four students



Key: Game - I, Game - II, Game - III

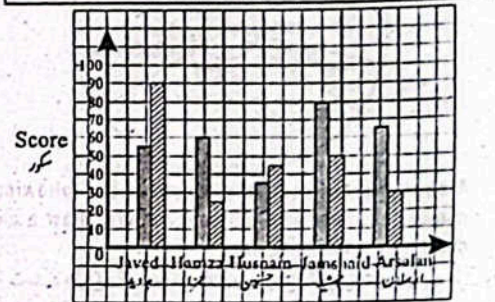
- The following are the runs made in a two days cricket match by the students in a high school. Draw an appropriate graph for the following data.

ایک ہائی سکول میں طلبہ نے دو روزہ کرکٹ میچ میں درج ذیل اسکور کیے۔ معلومات کے مطابق مناسب گراف بنائیں۔

Name	Javed	Hamza	Husnain	Jamshaid	Arsalan
1 st day	55	60	35	80	65
2 nd day	90	25	45	50	30

Sol. According to data, we draw bar graph.

Title: Graph showing the runs made by the students.



Key: 1st Day, 2nd Day

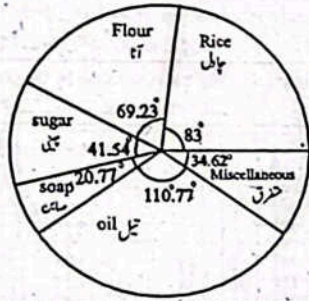
- Mrs. Imran purchased the following goods and services from a grocery store for her kitchen in the last month. Graph the data using a pie graph.

سز عمران نے پچھلے ماہ اپنے بچن کے لیے ایک گروسری سٹور سے درج ذیل گھریلو سامان خریدا (معلومات) کو استعمال کرتے ہوئے پائی گراف بنائیں۔

Goods and Services	Rice	Flour	Sugar	Soap	Oil	Miscellaneous
اشیا اور خدمات	چاول	آٹا	چینی	صابن	تیل	مستشرق
Expenditure (In Rs.)	600	500	300	150	800	250

Sol. Total expenditure = 600 + 500 + 300 + 150 + 800 + 250

کل اخراجات = Rs. 2600
 Expenditure of rice = Rs. 600
 Angle of sector = $\frac{600}{2600} \times 360 = 83$
 Expenditure of flour = Rs. 500
 Angle of sector = $\frac{500}{2600} \times 360 = 69.23$
 Expenditure of sugar = Rs. 300
 Angle of sector = $\frac{300}{2600} \times 360 = 41.54$
 Expenditure of soap = Rs. 150
 Angle of sector = $\frac{150}{2600} \times 360 = 20.77$
 Expenditure of oil = Rs. 800
 Angle of sector = $\frac{800}{2600} \times 360 = 110.77$
 Miscellaneous expenditure = Rs. 250
 Angle of sector = $\frac{250}{2600} \times 360 = 34.62$



6. A shirt making company prepared the following number of shirts with different colours. Draw a pie chart for the following data.

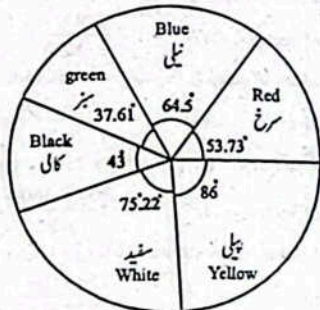
شرٹ بنانے والی ایک کمپنی نے مختلف رنگوں کی درج ذیل شرٹس تیار کیں۔ ڈیٹا کے مطابق پائی گراف بنائیں۔

Colour	Red	Blue	Green	Black	White	Yellow
رنگ	سرخ	نیلی	ہیز	کال	سفید	پیلی
No of Shirts	50	60	35	40	70	80
شرٹس کی تعداد						

Sol. Total shirts = 335

Colours	No. of shirts	Angle of the sector
رنگ	شرٹس کی تعداد	سائیکل زاویہ
Red	50	$\frac{50 \times 360}{335} = 53.73^\circ$
Blue	60	$\frac{60 \times 360}{335} = 64.5^\circ$
green	35	$\frac{35 \times 360}{335} = 37.61^\circ$
Black	40	$\frac{40 \times 360}{335} = 43^\circ$
White	70	$\frac{70 \times 360}{335} = 75.22^\circ$
Yellow	80	$\frac{80 \times 360}{335} = 86^\circ$
Total	335	

اب،



7. A factory makes fertilizer and sold in 5 cities i.e., 19% sold in city A, 20% sold in city B, 25% sold in city C, 35% sold in city D and 5% sold in city E. Draw a suitable graph to represent this information.

ایک فیکٹری کا دینا کر پانچ شہروں میں فروخت کرتی ہے۔ شہر A میں 15%، شہر B میں 20%، شہر C میں 25%، شہر D میں 35% اور شہر E میں 5% فروخت کرتی ہے۔ دی گئی معلومات کے مطابق مناسب گراف بنائیں۔

Sol. We have information.

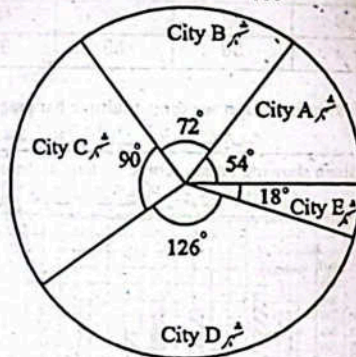
City A = 15% = $\frac{15 \times 360}{100} = 54^\circ$

City B = 20% = $\frac{20 \times 360}{100} = 72^\circ$

City C = 25% = $\frac{25 \times 360}{100} = 90^\circ$

City D = 35% = $\frac{35 \times 360}{100} = 126^\circ$

City E = 5% = $\frac{5 \times 360}{100} = 18^\circ$



8. The distribution of masses (lbs) of 100 students is given. Draw a suitable graph to represent the data.

100 طلبہ کے اوزان (پاؤنڈز میں) دیے گئے ہیں۔ دیے گئے ڈیٹا کے مطابق ایک مناسب گراف بنائیں۔

Midpoints of masses	114.5	124.5	134.5	144.5	154.5	164.5
اوزان کے وسطی نقاط						
Frequency	35	20	10	5	15	15
تعداد						

Sol.

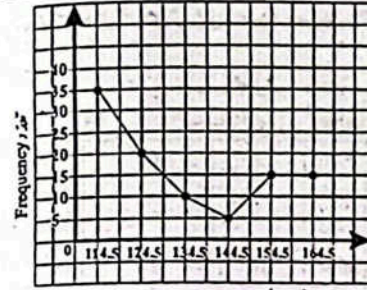
Title: Graph showing the masses of 100 students

100 طلبہ کے اوزان دکھاتا ہوا گراف

Scale: سکیل

Along x-axis: 2 squares represent 10 midpoints
یعنی 2 مربع 10 وسطی نقاط کو ظاہر کرتے ہیں۔

Along Y-axis: 1 square represents 5 students
یعنی 1 مربع 5 طلبہ کو ظاہر کرتا ہے۔



اوزان کے وسطی نقاط

Solved Exercise 5.2

1. The following data displays the number of draws of different categories of bonds.

درج ذیل سوائف ایٹ کے باڈز کی تعداد دکھاتا ہے۔
35, 55, 64, 70, 99, 89, 87, 65, 67, 38, 62, 60, 70, 78, 69, 86, 39, 71, 56, 75, 51, 99, 68, 95, 86, 53, 59, 50, 47, 55, 81, 80, 98, 51, 63, 66, 79, 85, 83, 70

Construct a frequency distribution and cumulative frequency distribution for the above data, with seven classes of equal size of class interval 10.

اوپر دیے ہوئے سوائف کی تعداد کو جدول بنائیں جب کہ جماعتی وقفہ 10 ہو اور ایک ہی سائز کی 7 جماعتیں ہوں۔

Sol. Class interval = 10

Number of classes = 7

Now we construct table

Class Limits	Tally Marks	Frequency (f)	Cumulative Frequency (c.f)
جماعتی وقفہ	ٹیلی نشان	تعداد	مجموعی تعداد
31-40	III	3	3
41-50	II	2	2+3=5
51-60	III III	8	8+5=13
61-70	III III I	11	11+13=24
71-80	III	5	5+24=29
81-90	III II	7	7+29=36
91-100	III	4	4+36=40
Total		$\sum f = 40$	

2. Listed below are the number of electricity units consumed by 50 households in a low income group in a locality of Lahore.

لاہور کے ایک پگھلے آمدنی والے علاقے کے 50 گھرانوں میں بجلی کے استعمال شدہ یونٹس کی تعداد ذیل میں دی گئی ہے۔
55, 45, 64, 130, 66, 155, 80, 102, 62, 60, 101, 58, 75, 81, 111, 90, 55, 151, 66, 139, 77, 99, 67, 51, 50,

125, 83, 55, 136, 91, 86, 54, 78, 100, 113, 93, 104, 111, 113, 96, 96, 87, 109, 94, 129, 99, 69, 83, 97, 97, With 12 classes of equal width of 10, construct a frequency and cumulative frequency distribution for the electricity units consumed.

پگھلی کے استعمال شدہ بجلی کے لیے 10 کے جماعتی وقفوں کی 12 جماعتوں کی جماعتوں کی تعداد کی تقسیم بنائیں۔

Sol. Size of Class interval = 10
Number of classes = 12
Highest value = 155
Lowest value = 45

Class limits	Tally marks	Frequency (f)	Cumulative Frequency (c.f)
جماعتی وقفہ	ٹیلی نشان	تعداد	مجموعی تعداد
41-50	II	2	2
51-60	III II	7	7+2=9
61-70	III I	6	6+9=15
71-80	IIII	4	4+15=19
81-90	III I	6	6+19=25
91-100	III III	10	10+25=35
101-110	IIII	4	4+35=39
111-120	IIII	4	4+39=43
121-130	III	3	3+43=46
131-140	II	2	2+46=48
141-150		0	0+48=48
151-160	II	2	2+48=50
Total		$\sum f = 50$	

3. The following list, is of scores in a mathematics examination. Using the starting class 40-44, set up a frequency and cumulative frequency distribution. List the class boundaries.

ذیل میں ریاضی کے امتحان میں حاصل کردہ نمبروں کی لسٹ دی گئی ہے۔ اس سوائف کی تقسیم بنائیں جب کہ شروع کی جماعت 40-44 ہو۔ نیز جماعتی حدود اور مجموعی تعداد کی حدود بنائیں۔
63, 88, 79, 92, 86, 87, 83, 78, 40, 67, 68, 76, 46, 81, 92, 77, 84, 76, 70, 66, 77, 75, 98, 81, 82, 81, 87, 78, 70, 60, 94, 79, 52, 82, 77, 81.

Sol. Smallest Value = 40
Largest Value = 98

Class limits	Tally marks	f	c.f	class boundary
جماعتی حدود	ٹیلی نشان			
40-44	I	1	1	39.5 - 44.5
45-49	I	1	1+1=2	44.5 - 49.5

50 - 54	I	1	1 + 2 = 3	49.5 - 54.5
55 - 59		0	0 + 3 = 3	59.5 - 59.5
60 - 64	II	2	2 + 3 = 5	59.5 - 64.5
65 - 69	III	3	3 + 5 = 8	64.5 - 69.5
70 - 74	II	2	2 + 8 = 10	69.5 - 74.5
75 - 79	IIII	10	10 + 10 = 20	74.5 - 79.5
80 - 84	IIII III	8	8 + 20 = 28	79.5 - 84.5
85 - 89	IIII	4	4 + 28 = 32	84.5 - 89.5
90 - 94	III	3	3 + 32 = 35	89.5 - 94.5
95 - 99	I	1	1 + 35 = 36	94.5 - 99.5
Total		$\Sigma f = 36$		

اعداد کی تعدی تقسیم بنائیں جس میں شروع کی جماعت 1-7 ہو۔ نیز جماعتی حدود درج کریں۔

Sol. Smallest value سے چھوٹی قدر = 1
largest value سے بڑی قدر = 64

Class limits	Tally marks	f	c.f.	class boundary
1 - 7	IIII II	10	10	0.5 - 7.5
8 - 14	IIII II	10	10 + 10 = 20	7.5 - 14.5
15 - 21	IIII III	8	8 + 20 = 28	14.5 - 21.5
22 - 28	I	1	1 + 28 = 29	21.5 - 28.5
29 - 35	II	2	2 + 29 = 31	28.5 - 35.5
36 - 42	II	2	2 + 31 = 33	35.5 - 42.5
43 - 49	II	2	2 + 33 = 35	42.5 - 49.5
50 - 56		0	0 + 35 = 35	49.5 - 56.5
57 - 63		0	0 + 35 = 35	56.5 - 63.5
64 - 70	I	1	1 + 35 = 36	63.5 - 70.5
Total		$\Sigma f = 36$		

4. Construct a frequency and cumulative frequency distribution for the following numbers using 1-10 as the starting class. List the class boundaries.

پچھلے دیے ہوئے اعداد کی تعدی تقسیم بنائیں جس میں شروع کی جماعت 1-10 ہو۔ نیز جماعتی حدود درج کریں۔

- 54, 67, 63, 64, 57, 56, 55, 53, 53, 54, 44, 45, 45, 46, 47, 37, 23, 34, 44, 27, 36, 45, 34, 36, 15, 23, 43, 16, 44, 34, 36, 35, 37, 24, 24, 14, 43, 37, 27, 36, 33, 25, 36, 26, 5, 44, 13, 33, 33, 17

Sol. Smallest value سے چھوٹی قدر = 5
Largest value سے بڑی قدر = 67

Class limits	Tally marks	f	c.f.	class boundary
1 - 10	I	1	1	0.5 - 10.5
11 - 20	IIII	5	5 + 1 = 6	10.5 - 20.5
21 - 30	IIII III	8	8 + 6 = 14	20.5 - 30.5
31 - 40	IIII IIII	15	15 + 14 = 29	30.5 - 40.5
41 - 50	IIII IIII I	11	11 + 29 = 40	40.5 - 50.5
51 - 60	IIII II	7	7 + 40 = 47	50.5 - 60.5
61 - 70	III	3	3 + 47 = 50	60.5 - 70.5
Total		$\Sigma f = 50$		

5. Following are the number of days that 36 tourists stayed in Hunza valley.

ہنزہ وادی میں 36 سیاحوں کے قیام کے دنوں کی تعداد نیچے دی گئی ہے۔

- 1, 6, 16, 21, 41, 21, 5, 31, 20, 27, 17, 10, 3, 32, 2, 48, 8, 12, 21, 44, 1, 36, 5, 12, 3, 13, 15, 10, 18, 3, 1, 11, 14, 12, 64, 10.

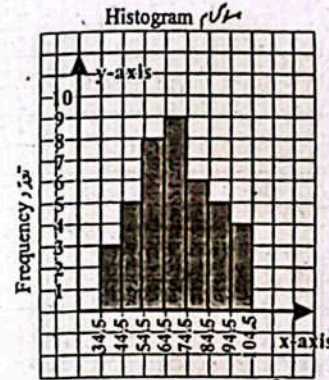
Construct a frequency and cumulative frequency distribution starting with the class 1-7. Also list the class boundaries.

6. Construct a histogram and frequency polygon for each of the frequency tables in questions 1-5.

1-5 کی تعدی تقسیم کو کلاسیکی تعدی کی شکل میں لکھ کر ہistogram اور تعدی کثیر الاضلاع بنائیں۔

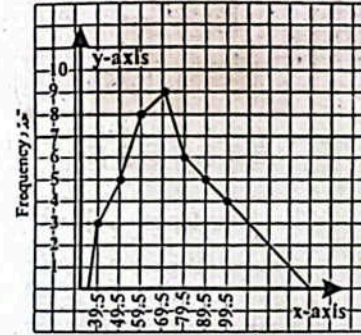
Sol.

Class limits	Frequency	Class boundaries	Midpoints (x)
35 - 44	3	34.5 - 44.5	$\frac{35 + 44}{2} = 39.5$
45 - 54	5	44.5 - 54.5	$\frac{45 + 54}{2} = 49.5$
55 - 64	8	54.5 - 64.5	$\frac{55 + 64}{2} = 59.5$
65 - 74	9	64.5 - 74.5	$\frac{65 + 74}{2} = 69.5$
75 - 84	6	74.5 - 84.5	$\frac{75 + 84}{2} = 79.5$
85 - 94	5	84.5 - 94.5	$\frac{85 + 94}{2} = 89.5$
95 - 104	4	94.5 - 104.5	$\frac{95 + 104}{2} = 99.5$
Total		40	



Class boundaries

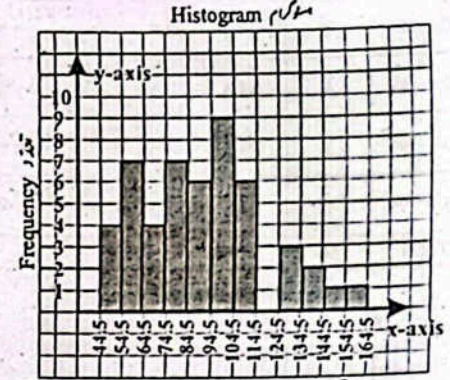
Frequency polygon



Midpoints

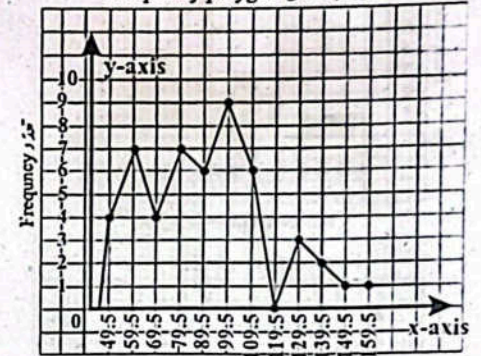
(ii)

Class limits	Frequency	Class boundaries	Midpoints (x)
45 - 54	4	44.5 - 54.5	49.5
55 - 64	7	54.5 - 64.5	59.5
65 - 74	4	64.5 - 74.5	69.5
75 - 84	7	74.5 - 84.5	79.5
85 - 94	6	84.5 - 94.5	89.5
95 - 104	9	94.5 - 104.5	99.5
105 - 114	6	104.5 - 114.5	109.5
115 - 124	0	114.5 - 124.5	119.5
125 - 134	3	124.5 - 134.5	129.5
135 - 144	2	134.5 - 144.5	139.5
145 - 154	1	144.5 - 154.5	149.5
155 - 164	1	154.5 - 164.5	159.5
Total		$\Sigma f = 50$	



Class boundaries

Frequency polygon



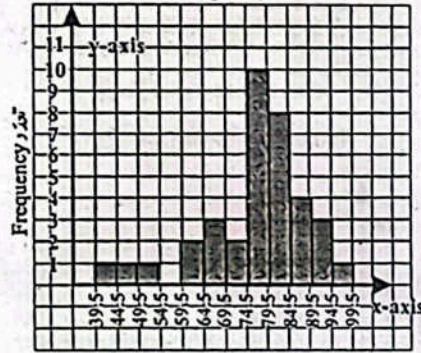
Midpoints

(iii)

Class limits	Frequency	Class boundaries	Midpoints (x)
40 - 44	1	39.5 - 44.5	$\frac{40 + 44}{2} = 42$
45 - 49	1	44.5 - 49.5	$\frac{45 + 49}{2} = 47$
50 - 54	1	49.5 - 54.5	$\frac{50 + 54}{2} = 52$
55 - 59	0	54.5 - 59.5	$\frac{55 + 59}{2} = 57$
60 - 64	2	59.5 - 64.5	$\frac{60 + 64}{2} = 62$
65 - 69	3	64.5 - 69.5	$\frac{65 + 69}{2} = 67$
70 - 74	2	69.5 - 74.5	$\frac{70 + 74}{2} = 72$
75 - 79	10	74.5 - 79.5	$\frac{75 + 79}{2} = 77$

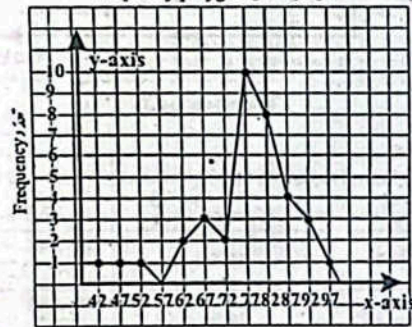
80 — 84	8	79.5 — 84.5	$\frac{80 + 84}{2} = 82$
85 — 89	4	84.5 — 89.5	$\frac{85 + 89}{2} = 87$
90 — 94	3	89.5 — 94.5	$\frac{90 + 94}{2} = 92$
95 — 99	1	94.5 — 99.5	$\frac{95 + 99}{2} = 97$
Total	36		

Histogram



Class boundaries

Frequency polygon



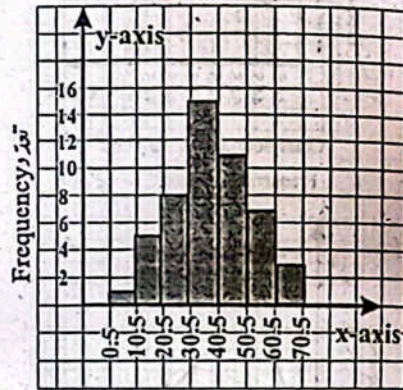
Midpoints

(iv)

Class limits	Frequency	Class boundaries	Midpoints (x)
بیمائی حدود	تعداد	حقیقی بیمائی حدود	دش نقطہ
1 — 10	1	0.5 — 10.5	$\frac{1 + 10}{2} = 5.5$
11 — 20	5	10.5 — 20.5	$\frac{11 + 20}{2} = 15.5$
21 — 30	8	20.5 — 30.5	$\frac{21 + 30}{2} = 25.5$
31 — 40	15	30.5 — 40.5	$\frac{31 + 40}{2} = 35.5$

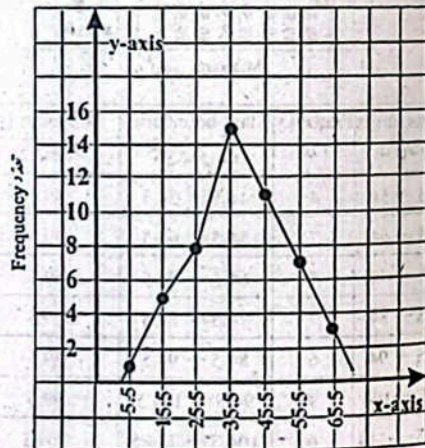
41 — 50	11	40.5 — 50.5	$\frac{41 + 50}{2} = 45.5$
51 — 60	7	50.5 — 60.5	$\frac{51 + 60}{2} = 55.5$
61 — 70	3	60.5 — 70.5	$\frac{61 + 70}{2} = 65.5$
Total	50		

Histogram



Class boundaries

Frequency polygon



Midpoints

(v)

Class limits	Frequency	Class boundaries	Mid points (x)
بیمائی حدود	تعداد	حقیقی بیمائی حدود	دش نقطہ
1 — 7	10	0.5 — 7.5	$\frac{1 + 7}{2} = 4$
8 — 14	10	7.5 — 14.5	$\frac{8 + 14}{2} = 11$

Try Yourself! خود آزمائی

• Calculate the median when n is even number.
 وسطیہ معلوم کریں جب n جفت عدد ہو۔
 Sol. Take even number of students.
 29, 32, 45, 27, 30, 47, 35, 37
 Arrange these values in descending order.
 ان عددوں کو ترتیب نزولی میں لکھیں۔
 47, 45, 37, 35, 32, 30, 29, 27

$$\text{Median} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{n}{2} \right)^{\text{th}} \text{ item} + \left(\frac{n+2}{2} \right)^{\text{th}} \text{ item} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{8}{2} \right)^{\text{th}} \text{ item} + \left(\frac{8+2}{2} \right)^{\text{th}} \text{ item} \right]$$

$$= \frac{1}{2} (4^{\text{th}} \text{ item} + 5^{\text{th}} \text{ item})$$

$$\text{Median} = \frac{1}{2} (35 + 32) = 33.5$$

Solved Exercise 5.3 حل شدہ مشق 5.3

1. What is the mean? Explain the methods of calculation of mean for ungrouped data.

اوسط کے کہنے میں فیئر کردی مواد کے لیے اوسط معلوم کرنے کا طریقہ لکھیں۔

Sol. The mean is calculated by adding all the values and then dividing it by the total number of values. It is denoted by \bar{x} .

اوسط ایک حسابی عمل ہے جسے تمام قیمتوں کو جمع کر کے قیمتوں کی تعداد سے تقسیم کر کے حاصل کیا جاتا ہے۔ \bar{x} سے ظاہر کرتے ہیں۔

Let $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ be n given quantities then mean can be calculated as.

فرض کیا $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ دی گئی n مقداریں ہیں تو ان کی اوسط اس طرح سے معلوم کی جاسکتی ہے۔

$$\bar{x} = \frac{\text{sum of all values}}{\text{number of values}}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{N}$$

2. Compute mean by direct and short method of the following data:

(i) 10, 8, 6, 0, 8, 3, 2, 5, 8, 4

Sol. Direct Method:

$$\bar{x} = \frac{10 + 8 + 6 + 0 + 8 + 3 + 2 + 5 + 8 + 4}{10} = \frac{54}{10} = 5.4$$

Short Method:

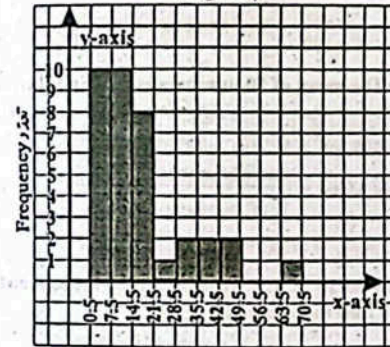
Taking deviations from A = 8

X	10	8	6	0	8	3	2	5	8	4
D = X - A	2	0	-2	-8	0	-5	-6	-3	0	-4

Now $\sum D = -26$

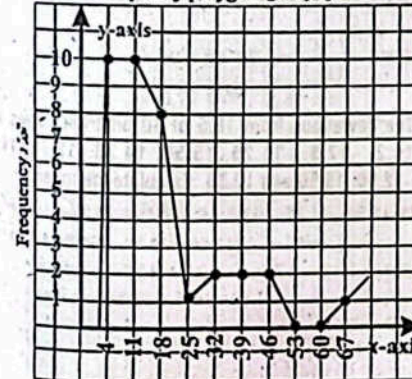
$$\bar{X} = A + \frac{\sum D}{N} \Rightarrow \bar{X} = 8 + \frac{-26}{10} = 5.4$$

Histogram



Class boundaries

Frequency polygon



Midpoints

(ii) 1, 3, 5, 3, 5, 3, 7, 5, 7, 5, 7

Sol. Direct Method:

$$\bar{x} = \frac{1+3+5+3+5+3+7+5+7+5+7}{11} = 4.64$$

Short Method:

Taking deviations from A = 3

X	1	3	5	3	5	3	7	5	7	5	7
D = X - A	-2	0	2	0	2	0	4	2	4	2	4

Now $\sum D = 18$

$$\therefore \bar{X} = A + \frac{\sum D}{N} \Rightarrow \bar{X} = 3 + \frac{18}{11} = 4.64$$

(iii) 5, 4, 1, 4, 0, 3, 4, 11, 9

Sol. Direct Method:

$$\bar{x} = \frac{5+4+1+4+0+3+4+11+9}{9} = 4.56$$

Short Method:

Taking deviations from A = 0

X	5	4	1	4	0	3	4	11	9
D = X - A	5	4	1	4	0	3	4	11	9

Now $\sum D = 41$

$$\therefore \bar{X} = A + \frac{\sum D}{N} \Rightarrow \bar{X} = 0 + \frac{41}{9} = 4.56$$

(iv) 5, 9, 8, 6, 8, 7, 6, 7, 9, 8, 7, 9, 8, 7, 9, 7, 8, 5

Sol. Direct Method:

$$\bar{x} = \frac{5+9+8+6+8+7+6+7+9+8+7+9+8+7+9+7+8+5}{18} = 7.388 = 7.39$$

$$\bar{x} = \frac{133}{18} = 7.388 = 7.39$$

Short Method:

Taking deviations from A = 8

X	5	9	8	6	8	7	6	7	9	8	7	9	8	7	9	7	8	5
D = X - A	-3	1	0	-2	0	-1	-2	-1	1	0	-1	1	0	-1	1	-1	0	-3

Now $\sum D = -11$

$$\therefore \bar{X} = A + \frac{\sum D}{N} \Rightarrow \bar{X} = 8 + \frac{-11}{18} = 7.39$$

(v) -5, 4, 4, 0, -2, -3, -7, -10, 8, 9, -8

Sol. Direct Method:

$$\bar{x} = \frac{-5+4+4+0+(-2)+(-3)+(-7)+(-10)+8+9+(-8)}{11} = -0.909 = -0.91$$

Short Method:

Taking deviations from A = -3

X	-5	4	4	0	-2	-3	-7	-10	8	9	-8
D = X - A	-2	7	7	3	1	0	-4	-7	11	12	-5

Now $\sum D = 23$

$$\therefore \bar{X} = A + \frac{\sum D}{N} \Rightarrow \bar{X} = -3 + \frac{23}{11} = -0.91$$

3. Calculate the mean from the following information:

(i) If $D = x - 140$, $\sum D = 500$, and $n = 10$

Sol. $D = x - 140$, $\sum D = 500$, $n = 10$

Since $D = x - A$, So, $(\text{ہیں}) A = 140$

Hence $\bar{x} = A + \frac{\sum D}{N}$ لہذا

$$\bar{x} = 140 + \frac{500}{10} = 190$$

(ii) If $U = \frac{x-130}{6}$, $\sum U = -500$, and $n = 15$

Sol. Since $U = \frac{x-A}{h}$ Therefore $A = 130$, $h = 6$

Hence $\bar{x} = A + \frac{\sum U}{N} \times h$ لہذا

$$\bar{x} = 130 + \frac{(-500)}{15} \times 6 = 130 - 200 = -70$$

(iii) If $U = \frac{x-130}{6}$, $\sum U = 60$, and $n = 100$

Sol. Since $U = \frac{x-A}{h}$ Therefore $A = 130$, $h = 100$

Hence $\bar{x} = A + \frac{\sum U}{N} \times h$ ہیں

$$\begin{aligned} \bar{x} &= 130 + \frac{60}{100} \times 6 \\ \bar{x} &= 130 + \frac{18}{5} = \frac{650+18}{5} = \frac{668}{5} = 133.6 \end{aligned}$$

4. (i) The mean of 50 numbers is 75. Find their sum.

Sol. Mean $\bar{x} = 75$, Total numbers $N = 50$

Mean = $\frac{\text{sum of number}}{\text{Total numbers}}$

$$75 = \frac{\sum x}{50} = (75)(50) = 3750$$

(ii) The mean of 4, 5, 10, 9, 8, 11, 9, 11, 5, 7, and z is 8.8 find the value of z.

Sol. Mean = $\frac{\text{sum of number}}{\text{Number of values}}$

$$8.8 = \frac{4+5+10+9+8+11+9+11+5+7+z}{11}$$

$$8.8 = \frac{79+z}{11} \Rightarrow 79+z = 96.8$$

$$z = 96.8 - 79 = 17.8$$

5. The deviations from 18.5 of 10 different values are 10.2, -17.5, -11.25, 15.50, 14.28, -13.75, 14.5, -12.50, 13.50 and 12.50. Calculate the mean.

Sol. $\sum D = 10.2 - 17.5 - 11.25 + 15.50 + 14.28 - 13.75 + 14.5 - 12.50 + 13.50 + 12.50$

$$\sum D = 25.48$$

$$\bar{x} = A + \frac{\sum D}{n} = 18.5 + \frac{25.48}{10} = 21.048$$

6. The mean mass of 10 students is 30.5kg. The masses of 9 students are 25kg, 29kg, 28kg, 32kg, 33.5kg, 30.5 kg, 31.7kg, 30.7kg, and 31.5 kg. What is the mass of 10th student?

Sol. Let the mass of 10th student = m

Mean $\bar{x} = \frac{\text{sum of all masses}}{\text{Total students}}$

$$30.5 = \frac{25+29+28+32+33.5+30.5+31.7+30.7+31.5+m}{10}$$

$$30.5 = \frac{271.9+m}{10} \Rightarrow 305 = 271.9 + m$$

$$m = 305 - 271.9 = 33.1$$

So, the mass of 10th student is 33.1 kg.

7. The mean height of 10 women is 1.5m. Find the total height of 10 women.

Sol. Number of women = 10

Mean height = 1.5m

Total height of 10 women = $10 \times 1.5 = 15$ m

8. The mean length of 5 ribbons is 15.5m. The mean length of 4 ribbons is 14.75m. Find the length of 5th ribbon.

Sol. Mean length of 4 ribbons = 14.75

Mean length of 5 ribbons = 15.5

Sum of length of 4 ribbons = $4 \times 14.75 = 59$

Sum of length of 5 ribbons = $5 \times 15.5 = 77.5$

Length of 5th ribbon = $77.5 - 59 = 18.5$ m

9. Define and explain the method of calculation of mean, median and mode for ungrouped data.

Ans. Mean: The mean is calculated by adding all the values and then dividing it by the total number of values, it is denoted by \bar{x} .

Median: If a data is arranged in ascending order or descending order then the median of the data is:

(a) the middle value of the data, if it consists of odd number of values.

(b) the mean of the two middle values of the data, if the number of values in the data is even.

Mode: Mode is the value that occurs most frequently in a data. In case no value is repeated in a data, then the data has no mode. If two or more values occur with the same greatest frequency, then each is a mode. It is denoted by \bar{x} .

Median = $\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{N}$

Median = $\frac{1}{2} \left(\left(\frac{n}{2} \right)^{\text{th}} \text{ term} + \left(\frac{n+1}{2} \right)^{\text{th}} \text{ item} \right)$

Median = $\frac{1}{2} \left(\left(\frac{n}{2} \right)^{\text{th}} \text{ term} + \left(\frac{n+1}{2} \right)^{\text{th}} \text{ item} \right)$

59 + length of 5th ribbon = 77.5

Length of 5th ribbon = $77.5 - 59 = 18.5$

So, the length of 5th ribbon is 18.5m.

10. Find mean, median and mode for the following data.

(i) 62, 90, 71, 83, 75

Sol. Mean = $\frac{62+90+71+83+75}{5} = 76.2$

Now, arrange the data in ascending order.

62, 71, 75, 83, 90

Median = $\bar{x} = \left(\frac{n+1}{2} \right)^{\text{th}} \text{ term} = \left(\frac{5+1}{2} \right)^{\text{th}} = \left(\frac{6}{2} \right)^{\text{th}} = 3^{\text{rd}} \text{ term} = 75$

So, median is 75

As, there is no value repeated, so there is no mode

چونکہ کوئی بھی قیمت دہرائی نہیں جاتی لہذا اس کا کوئی مادہ نہیں۔

(ii) 45, 65, 80, 92, 80, 73, 56, 96, 62, 78

Sol.
Mean $\bar{x} = \frac{45+65+80+92+80+73+56+96+62+78}{10} = \frac{727}{10} = 72.7$

Now, arrange the data in ascending order

45, 56, 62, 65, 73, 78, 80, 80, 92, 96

n = 10

Median $\bar{x} = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{x}{2} \right)^{\text{th}} + \left(\frac{x+2}{2} \right)^{\text{th}} \right) \text{ item}$

$= \frac{1}{2} \left(\left(\frac{10}{2} \right)^{\text{th}} + \left(\frac{10+2}{2} \right)^{\text{th}} \right) \text{ item}$

$= \frac{1}{2} (5^{\text{th}} + 6^{\text{th}}) \text{ item}$

Median $= \frac{73+78}{2} = 75.5$

And or

The value 80 is repeated the most, so, 80 is the mode of this data.

80 سب سے زیادہ مرتبہ آ رہا ہے، لہذا اس کا نمبر 80 ہے۔

(iii) Number of letters in the first 20 words in a book

ایک کتاب کے پہلے 20 الفاظ کے حروف کی تعداد

3, 2, 5, 3, 3, 2, 3, 2, 4, 2, 2, 3, 2, 3, 5, 3, 4, 4, 5

Sol.
 $\bar{x} = \frac{3+2+5+3+3+2+3+3+2+4+2+2+3+2+3+5+3+4+4+5}{20} = \frac{63}{20} = 3.15$

Now, arrange the data in ascending order

2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5

Median $\bar{x} = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{n}{2} \right)^{\text{th}} + \left(\frac{n+2}{2} \right)^{\text{th}} \right) \text{ item}$

$= \frac{1}{2} \left(\frac{20}{2} + \frac{20+2}{2} \right) \text{ item}$

$= \frac{1}{2} (10^{\text{th}} + 11^{\text{th}}) \text{ item}$

Median $= \frac{3+3}{2} = \frac{6}{2} = 3$

The value 3 is repeated the most, so, 3 is the mode of this data.

عدد 3 سب سے زیادہ مرتبہ آ رہا ہے، لہذا اس کا نمبر 3 ہے۔

(iv) The number of calories in nine different beverages of 250 mm bottles:

250mm کے مختلف مشروبات میں کیلوریز:

99, 106, 101, 103, 108, 107, 107, 106, 108

Sol. 99, 106, 101, 103, 108, 107, 107, 106, 108

Mean $\bar{x} = \frac{99+106+101+103+108+107+107+106+108}{9} = \frac{945}{9} = 105$

Now, arrange the data in ascending order.

99, 101, 103, 106, 106, 107, 107, 108, 108

Median $\bar{x} = \left(\frac{n+1}{2} \right)^{\text{th}} \text{ item}$
 $= \left(\frac{9+1}{2} \right)^{\text{th}} \text{ item} = \left(\frac{10}{2} \right)^{\text{th}} \text{ item} = 5^{\text{th}} \text{ item}$

So, the median is 5th term which is 106

لہذا پانچویں نمبر 106 ہے۔

Since the most repeated values are 106, 107, 108, so, mode is 106, 107, 108.

106, 107, 108 سب سے زیادہ مرتبہ آنے والی قیمتیں 106, 107 اور 108 ہیں۔ لہذا، 106, 107 اور 108 نمبر 106, 107 اور 108 کے لیے سب سے زیادہ مود ہیں۔

11. The following distances (in km) were travelled by 40 students to reach their school.

40 طلبہ اپنے اسکول پہنچنے کے لیے درج ذیل فاصلے (کلومیٹر) میں لگے کرتے ہیں۔

2, 8, 1, 5, 9, 5, 14, 10, 31, 20, 15, 4, 10, 6, 5, 10, 5, 18, 12, 25, 30, 27, 20, 3, 9, 15, 15, 18, 10, 1, 1, 6, 25, 16, 7, 12, 1, 8, 21, 12

Compute the mean, median and mode of the distance travelled

لگے گئے فاصلے کا اوسط، وسطیہ اور مود معلوم کریں۔

Sol: $\sum x = 2 + 8 + 1 + 5 + 9 + 5 + 14 + 10 + 31 + 20 + 15 + 4 + 10 + 6 + 5 + 10 + 5 + 18 + 12 + 25 + 30 + 27 + 20 + 3 + 9 + 15 + 15 + 18 + 10 + 1 + 1 + 6 + 25 + 16 + 7 + 12 + 1 + 8 + 21 + 12$
 $\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{472}{40} = 11.8$

Now, arrange the data in ascending order.

اب سوار کر ترتیب صعودی میں لکھتے ہیں۔

1, 1, 1, 1, 2, 3, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 7, 8, 8, 9, 9, 10, 10, 10, 10, 12, 12, 12, 14, 15, 15, 15, 16, 18, 18, 20, 20, 21, 25, 25, 27, 30, 31.

Median $\bar{x} = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{x}{2} \right)^{\text{th}} + \left(\frac{x+2}{2} \right)^{\text{th}} \right) \text{ item}$

$= \frac{1}{2} (20^{\text{th}} + 21^{\text{th}}) \text{ item}$

Median $= \frac{10+10}{2} = \frac{20}{2} = 10$

Since, the most repeated values are 1, 5, 10, so, mode is 1, 5, 10

1, 5, 10 سب سے زیادہ مرتبہ آتے ہیں، لہذا مود 1, 5 اور 10 ہے۔

12. Explain the method of calculation of mean, median and mode for grouped data.

گروہی مواد کے لیے اوسط، وسطیہ اور مود معلوم کرنے کا طریقہ لکھیں۔

Ans. Mean for Grouped Data: Let $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ be the midpoints of the class limits with corresponding frequencies say $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ then the arithmetic mean is obtained by dividing the sum of the products of f and x by the total of all the frequencies.

گروہی مواد کے لیے اوسط: فرض کیا گیا $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ جماعتی حدوں کے وسطیہ نقطہ ہیں جن کے متعلقہ تعدد $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ ہیں تو حسابی اوسط \bar{x} کے حاصل ضرب کے مجموعے کو ان کے تعددات سے تقسیم کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔

Median for Grouped Data: The median for grouped data is obtained by using the following formula:

گروہی مواد کے لیے وسطیہ: گروہی مواد کے لیے وسطیہ درج ذیل فارمولے سے حاصل کیا جاتا ہے:

Median $\bar{x} = \ell + \frac{h}{f} \left(\frac{n}{2} - c \right)$

Mode for Grouped Data: The mode is calculated by using the following formula:

گروہی مواد کے لیے مود: مود کو درج ذیل فارمولے سے معلوم کیا جاتا ہے:

Mode $\bar{x} = \ell + \frac{f_m - f_1}{(f_m - f_1) + (f_m - f_2)} \times h$

13. Compute the median class and model class of the following table:

Size of Family	2	3	4	5	6	7	8
Frequency	51	31	27	12	4	1	1

Sol. To calculate the median class and model class, we have to find the class boundaries and cumulative frequency.

وسطیہ اور مود معلوم کرنے کے لیے ہم جماعتی حدود اور مجموعی تعدد معلوم کرتے ہیں۔

Size of family (x)	Frequency (f)	Class boundaries	Cumulative frequency
2	51	1.5 - 2.5	51 (Model class)
3	31	2.5 - 3.5	51+31 = 82 (Median class)
4	27	3.5 - 4.5	82+27 = 109
5	12	4.5 - 5.5	109+12 = 121
6	4	5.5 - 6.5	125
7	1	6.5 - 7.5	126
8	1	7.5 - 8.5	127
			$\Sigma f = 127$

Here n = 127, یہاں

$\frac{n}{2} = \frac{\Sigma f}{2} = \frac{127}{2} = 63.5 = 64.0$ اس لیے

64th item lies in 2.5 - 3.5۔ 64 ویں آئٹم 2.5 - 3.5 میں ہے۔
Hence, the median class is 3 in the table.

پس جدول میں وسطیہ جماعت 3 ہے۔
As we know that the model class is the class in which maximum frequency lies.

جیسا کہ ہم جانتے ہیں کہ مود جماعت ایک ایسی جماعت ہوتی ہے جس میں زیادہ سے زیادہ

تعداد ہوتا ہے۔
Therefore, the maximum frequency in the table is 51.

اس لیے جدول میں زیادہ سے زیادہ تعدد 51 ہے۔
So, the model class lies in 1.5 - 2.5.

لہذا مود جماعت 1.5 - 2.5 میں ہے۔
Hence, the model class is 2 in the table.

پس، جدول میں مود جماعت 2 ہے۔

14. The following is distribution of marks obtained by the class-VIII in a test. Find the mean, median and mode. Also verify $\bar{x} > \tilde{x} > \bar{x}$

ذیل میں کلاس VIII کے ایک ٹیسٹ میں حاصل کیے گئے نمبروں کی تقسیم دی گئی ہے۔ اوسط، وسطیہ اور مود معلوم کریں۔ یہ بھی تصدیق کریں کہ $\bar{x} > \tilde{x} > \bar{x}$

Marks/midpoints (x)	5	6	7	8	9	10
Frequency	15	16	18	10	9	5

Sol.

Class boundaries	Marks (x)	Frequency (f)	fx	c.f
4.5 - 5.5	5	15	75	15
5.5 - 6.5	6	16	96	15+16=31
6.5 - 7.5	7	18	126	31+18=49
7.5 - 8.5	8	10	80	49+10=59
8.5 - 9.5	9	9	81	59+9=68
9.5 - 10.5	10	5	50	68+5=73
			$\Sigma fx = 508$	$\Sigma f = 73$

For mean $\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f}$

$\bar{x} = \frac{508}{73}$

$\bar{x} = 6.96$

For median $\bar{x} = \ell + \frac{h}{f} \left(\frac{n}{2} - c \right)$

$= 6.5 + \frac{1}{18} (73 - 31) = 6.5 + \frac{1}{18} (42) = 6.5 + 2.3 = 8.8$

For Mode $\bar{x} = \ell + \frac{f_m - f_1}{(f_m - f_1) + (f_m - f_2)} \times h$

$= 6.5 + \frac{18 - 16}{(18 - 16) + (18 - 10)} \times 1$

$= 6.5 + 0.2 \Rightarrow \bar{x} = 6.7$

So, $\bar{x} > \tilde{x} > \bar{x}$

15. Find the class mark, mean (by using direct and coding method), median and mode of the following frequency table:

ذیل کے تعدد کی تقسیم کے ٹیبل کا حسابی نشان، اوسط (مباہرات اور کوڈنگ طریقے سے)، وسطیہ اور مود معلوم کریں۔

Class Limits	1-40	41-80	81-120	121-160	161-200
Frequency	17	41	80	99	4

Class Limits	1-40	41-80	81-120	121-160	161-200
Frequency	17	41	80	99	4

Sol.

Class Limits برائے حدود	Frequency تعداد	Class Mark (x)	$U = \frac{x-A}{h}$	fU	fx
1-40	17	20.5	-2	-34	348.5
41-80	41	60.5	-1	-41	2480.5
81-120	80	100.5 (A)	0	0	8040
121-160	99	140.5	1	99	13909.5
161-200	4	180.5	2	8	722
	$\Sigma f = 241$			$\Sigma fU = 32$	$\Sigma fx = 25500.5$

Now, Arithmetic mean by coding method:

$$\bar{X} = A + \frac{\Sigma fU}{\Sigma f} \times h$$

Taking $A = 100.5$ and $h = 40$ اور $A = 100.5$ اور $h = 40$ لیے

$$\begin{aligned} \bar{X} &= 100.5 + \frac{32}{241} \times 40 \\ &= 100.5 + 5.31 \\ &= 105.81 \end{aligned}$$

Arithmetic mean by direct method:

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} \\ &= \frac{25500.5}{241} \\ \bar{X} &= 105.81 \end{aligned}$$

Now

Class Limits برائے حدود	Frequency تعداد	Class boundaries حقیقی برائے حدود	Cumulative Frequency مجموعی تعداد (c.f)
1-40	17	0.5-40.5	17
41-80	41	40.5-80.5	17+41=58
81-120	80	80.5-120.5	58+80=138
121-160	99	120.5-160.5	138+99=237
161-200	4	160.5-200.5	237+4=241
	$\Sigma f = 241$		

Here $n = 241$, So $\frac{n}{2} = \frac{241}{2} = 120.5$

120.5th item lies in 80.5 - 120.5

120.5th item lies in 80.5 - 120.5

$$\begin{aligned} \text{Median } (\bar{X}) &= l + \frac{h}{f} \left(\frac{n}{2} - c \right) \\ &= 80.5 + \frac{40}{80} \left(\frac{241}{2} - 58 \right) \\ &= 80.5 + \frac{1}{2} (120.5 - 58) \\ &= 80.5 + 31.25 \\ \bar{X} &= 111.75 \end{aligned}$$

Mode: We assume the class with highest frequency.

$$\begin{aligned} \text{Mode } (\bar{X}) &= l + \frac{f_m - f_1}{(f_m - f_1) + (f_m - f_2)} \times h \\ &= 121 + \frac{99 - 80}{(99 - 80) + (99 - 4)} \times 40 \\ &= 121 + \frac{19}{19 + 95} \times 40 \\ &= 121 + 6.67 \\ \bar{X} &= 127.67 \end{aligned}$$

16. Find the mean, median and mode of the following frequency table:

Class Limits برائے حدود	1-5	6-10	11-15	16-20	21-25	26-30	31-35	36-40
Frequency تعداد	19	24	18	21	23	20	16	15

Sol.

Class Limits برائے حدود	Frequency (f)	x	fx	Class boundaries حقیقی برائے حدود	c.f
1-5	19	3	57	0.5-5.5	19
6-10	24	8	192	5.5-10.5	19+24=43
11-15	18	13	234	10.5-15.5	43+18=61
16-20	21	18	378	15.5-20.5	61+21=82
21-25	23	23	529	20.5-25.5	82+23=105
26-30	20	28	560	25.5-30.5	105+20=125
31-35	16	33	528	30.5-35.5	125+16=141
36-40	15	38	570	35.5-40.5	141+15=156
	$\Sigma f = 156$		$\Sigma fx = 3048$		

$$\begin{aligned} \text{Mean } (\bar{X}) &= \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} \\ &= \frac{3048}{156} = 19.54 \end{aligned}$$

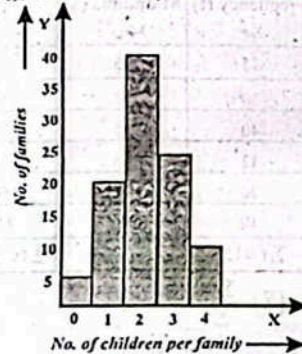
Median: Take 16 - 20 as median class

$$\begin{aligned} \text{Median } (\bar{X}) &= l + \frac{h}{f} \left(\frac{n}{2} - c \right) \\ &= 15.5 + \frac{5}{21} \left(\frac{156}{2} - 61 \right) \\ &= 15.5 + \frac{5}{21} (17) \\ &= 15.5 + 4.05 \\ \bar{X} &= 19.55 \end{aligned}$$

Mode: We assume the class with highest frequency.

$$\begin{aligned} \text{Mode } (\bar{X}) &= l + \frac{f_m - f_1}{(f_m - f_1) + (f_m - f_2)} \times h \\ &= 5.5 + \frac{24 - 19}{(24 - 19) + (24 - 18)} \times 5 \\ &= 5.5 + \frac{5}{5 + 6} \times 5 \\ \bar{X} &= 7.77 \end{aligned}$$

17. The diagram illustrates the number of children per family of a sample of 100 families in a certain housing estate:



(i) State the modal number of children per family.

بچوں کی اڈل تعداد اور ہائی فریکوئنسی کا بیان کریں۔

Sol: Modal number of children per family is 2.

بچوں کی اڈل تعداد اور ہائی فریکوئنسی کا بیان کریں۔

(ii) Calculate the mean number of children per family.

بچوں کی اڈل تعداد اور ہائی فریکوئنسی کا بیان کریں۔

$$\begin{aligned} \text{Here } x &= 0, 1, 2, 3, 4 \\ \text{Mean } (\bar{X}) &= \frac{\Sigma x}{n} \\ &= \frac{0+1+2+3+4}{5} \\ &= 2 \end{aligned}$$

Sol: Mean number of children per family is 2.

بچوں کی اڈل تعداد اور ہائی فریکوئنسی کا بیان کریں۔

(ii) Find the median number of children per family.

بچوں کی اڈل تعداد اور ہائی فریکوئنسی کا بیان کریں۔

$$\begin{aligned} \text{Sol: } 0, 1, 2, 3, 4 \\ \text{Median } (\bar{X}) &= \left(\frac{n+1}{2} \right)^{\text{th}} \text{ item} \\ &= \frac{5+1}{2} = 3^{\text{rd}} \text{ item} \\ \text{Median } (\bar{X}) &= 2 \end{aligned}$$

18. Given below is a frequency distribution:

ذیل میں ایک تعددی تقسیم دی گئی ہے۔

Class limits برائے حدود	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29
Frequency تعداد	1	8	18	11	2

Find mean (By direct, short and coding), median and mode of the frequency distribution.

اوسط (براہ راست مختصر اور کوڈنگ کے طریقے سے)، وسطی اور موڈ معلوم کریں۔

Sol.

Class Limits برائے حدود	Frequency (f)	Midpoints وسطی نقاط x	f(x)	A = 18	fD
5-9	1	7	7	-11	-11
10-14	8	12	96	-6	-48
15-19	18	17	306	-1	-18
20-24	11	22	242	4	44
25-29	2	27	54	9	18
	$\Sigma f = 40$		$\Sigma fx = 705$		$\Sigma fD = -13$

Mean (Direct Method) (براہ راست طریقے سے)

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} \\ \bar{X} &= \frac{705}{40} = 17.625 \end{aligned}$$

Mean (short Method) (مختصر طریقے سے)

$$\begin{aligned} \bar{X} &= A + \frac{\Sigma fD}{\Sigma f} \\ &= 18 + \frac{(-13)}{40} \\ \bar{X} &= 18 - 0.375 = 17.625 \end{aligned}$$

Mean (Coding method) (کوڈنگ کے طریقے سے)

Class Limits برائے حدود	Frequency (f)	x	$U = \frac{x-A}{h}$	fU
5-9	1	7	-2	-2
10-14	8	12	-1	-8
15-19	18	17 (A)	0	0
20-24	11	22	1	11
25-29	2	27	2	4
	$\Sigma f = 40$			$\Sigma fU = 5$

$$\begin{aligned} \bar{X} &= A + \frac{\Sigma fU}{\Sigma f} \times h \\ &= 17 + \frac{5}{40} \times 5 \\ &= 17 + 0.625 = 17.625 \end{aligned}$$

Median and Mode:

وسطی اور موڈ:

Class Limits برائے حدود	Frequency تعداد	Class boundaries حقیقی برائے حدود	Cumulative Frequency (c.f)
5-9	1	0.4-9.5	1
10-14	8	9.5-14.5	1+8=9
15-19	18	14.5-19.5	9+18=27
20-24	11	19.5-24.5	27+11=38
25-29	2	24.5-29.5	38+2=40
	$\Sigma f = 40$		

Here $n = 40$, So, $\frac{n}{2} = \frac{40}{2} = 20$
 20th item lies in 14.5 - 19.5 ہے

Median $(\bar{X}) = l + \frac{h}{f} \left(\frac{n}{2} - c \right)$
 $= 14.5 + \frac{5}{18} (20 - 9)$
 $= 14.5 + \frac{5}{18} (11)$
 $\bar{X} = 14.5 + 3.056 = 17.56$

For mode, we assume the class with highest value.
 Mode کے لیے سب سے زیادہ تعداد والی جماعت فرض کرتے ہیں۔

Mode $(\bar{X}) = l + \frac{f_m - f_1}{(f_m - f_1) + (f_m - f_2)} \times h$
 $= 14.5 + \frac{18 - 8}{(18 - 8) + (18 - 11)} \times 5$
 $= 14.5 + \frac{10}{10 + 7} \times 5$
 $= 14.5 + 2.94 = 17.44$

19. The following table gives the distribution of marks obtained by two classes. Which class is better on the average?

درج ذیل ٹیبل دو کلاسوں کے حاصل کردہ نمبروں کی تقوری تقسیم دکھا رہا ہے۔ کون سی کلاس اوسط کے لحاظ سے بہتر ہے؟

Marks Obtained حاصل کردہ نمبر	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
Class A کلاس A	20	32	35	40	15	8
Class B کلاس B	15	30	40	42	20	10

Sol.
 Find mean (average) of class A - کلاس A کی اوسط معلوم کریں۔

Marks Obtained حاصل کردہ نمبر	Frequency (f) تعداد	Midpoints (x) دستی نقاط	fx
30-40	20	35	700
40-50	32	45	1440

50-60	35	55	1925
60-70	40	65	2600
70-80	15	75	1125
80-90	8	85	680
	$\Sigma f = 150$		$\Sigma fx = 8470$

Mean $(\bar{X}) = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$
 $= \frac{8470}{150} = 56.47$

Now, find the mean (average) or class B.
 اب کلاس B کی اوسط معلوم کرتے ہیں۔

Marks نمبر	Frequency (f) تعداد	Midpoints (x) دستی نقاط	fx
30-40	15	35	525
40-50	30	45	1350
50-60	40	55	2200
60-70	42	65	2730
70-80	20	75	1500
80-90	10	85	850
	$\Sigma f = 157$		$\Sigma fx = 9155$

Mean $(\bar{X}) = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$
 $= \frac{9155}{157} = 58.31$

Since $\bar{X}_B > \bar{X}_A$ i.e. $58.31 > 56.47$, So, Class B is better on average

ہذا $\bar{X}_B > \bar{X}_A$ یعنی $58.31 > 56.47$ ہے، لہذا کلاس B سے کلاس A بہتر ہے۔

20. If the mean of the following distribution is 3.78 find the value of a.

اگلی جدول کی تقوری تقسیم کا اوسط 3.78 ہے تو a کی قیمت معلوم کریں۔

x	2	3	4	5	6
f	10	a	11	9	8

Sol.

x	f	A = 4 D = x - A	fD
2	10	-2	-20
3	a	-1	-a
A = 4	11	0	0
5	9	1	9
6	8	2	16
	$\Sigma f = 38 + a$		$\Sigma fD = 5 - a$

$\bar{X} = A + \frac{\Sigma fD}{\Sigma f}$

$3.78 = 4 + \frac{5-a}{38+a}$

$3.78 - 4 = \frac{5-a}{38+a}$

$-0.22 = \frac{5-a}{38+a}$

$(-0.22)(38+a) = 5-a$

$-8.36 - 0.22a = 5-a$

$a - 0.22a = 5 + 8.36$

$0.78a = 13.36$

$a = \frac{13.36}{0.78}$

$a = 17$

Solved Exercise 5.4

1. Define range, variance and standard deviation and explain the purpose of measure of dispersion.

سعت، تغیرت اور معیاری انحراف کی تعریف کریں اور ان کی مقاصد کی وضاحت کریں۔

Ans. • Range: It is the simplest measure of dispersion. Range is the difference between the largest and the smallest values of the data.

سعت: یہ انحراف کی سادہ ترین پیمائش ہے۔ سعت سواد کی سب سے بڑی قدر اور سب سے چھوٹی قدر کا فرق ہے۔

Range $(R) = X_m - X_o$

• Variance: The variance is a measure of variability. It is a single value, obtained by dividing the sum of the squares of the deviations taken from the mean by the number of observations in the data set. It is denoted by S^2 .

تغیرت: یہ تغیر پذیری کا ایک پیمانہ ہے۔ یہ ایک واحد قدر ہے جو انحرافات کے مربوں کے مجموعے کو سواد سے تقسیم کرنے سے حاصل ہوتی ہے۔

• Standard Deviation (S.D): Standard deviation is the square root of the average of squared deviation from the mean. It is abbreviated as S.D and is denoted by S.

معیاری انحراف: معیاری انحراف اوسط سے لیے گئے انحرافات کے مربوں کے اوسط کا جذر ہے۔ اس کا لفظ S.D ہے اور اسے S سے ظاہر کرتے ہیں۔

• Measure of Dispersion: The measures of dispersion are used to describe the spreadness of data.

مرکزی رجحان کے پیمانے سواد کے پھیلاؤ کو بیان کرنے کے لیے استعمال کیے جاتے ہیں۔

2. Find the range, variance and standard deviation for the following set of value.

درج ذیل سواد کے سیٹوں کے لیے سعت، تغیرت اور معیاری انحراف معلوم کریں۔

(i) 18, 19, 25, 22, 21, 19, 20, 27

Sol. Range $(R) = X_m - X_o$

$X_m = 27, X_o = 18$

Range $= 27 - 18$

Range $= 9$

For variance

Here $\bar{x} = 18+19+25+22+21+19+20+27$

$\bar{x} = \frac{171}{8} = 21.375$

x	x - \bar{x}	(x - \bar{x}) ²	x ²
18	-3.375	11.390625	324
19	-2.375	5.640625	361
25	3.625	13.140625	625
22	0.625	0.390625	484
21	-0.375	0.140625	441
19	-2.375	5.640625	361
20	-1.375	1.890625	400
27	5.625	31.640625	729
$\Sigma x = 171$		$\Sigma(x - \bar{x})^2 = 69.875$	$\Sigma x^2 = 3725$

$S^2 = \frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{n}$
 $= \frac{69.875}{8} = 8.73$

For standard deviation.

$S = \sqrt{\frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{n}}$

$S = \sqrt{8.73} = 2.96$

(ii) 75, 88, 90, 88, 81, 87, 82, 89

Sol. For Range

Sol. Range $(R) = X_m - X_o$

$X_m = 90, X_o = 75$

Range $(R) = 90 - 75 = 15$

For variance

$\bar{x} = \frac{75 + 88 + 90 + 88 + 81 + 87 + 82 + 89}{8}$

$\bar{x} = \frac{680}{8} = 85$

x	x - \bar{x}	(x - \bar{x}) ²	x ²
75	-10	100	5625
88	3	9	7744
90	5	25	8100
88	3	9	7744
81	-4	16	6561
87	2	4	7569
82	-3	9	6724
89	4	16	7921
$\Sigma x = 680$		$\Sigma(x - \bar{x})^2 = 188$	$\Sigma x^2 = 57988$

Variance $= S^2 = \frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{n}$
 $= \frac{188}{8} = 23.5$

For standard deviation

$$S = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}}$$

$$S = \sqrt{\frac{188}{8}}$$

$$S = \sqrt{23.5} = 4.85$$

(iii) 220, 225, 195, 320, 322, 235, 250, 253, 200, 310, 300

Sol. For Range

$$\text{Range (R)} = X_m - X_o$$

$$X_m = 322, X_o = 195$$

$$\text{Range (R)} = 322 - 195 = 127$$

For variance:

$$\bar{x} = \frac{220+225+195+320+322+235+250+253+200+310+300}{11}$$

$$= \frac{2830}{11} = 257.27$$

x	x - \bar{x}	(x - \bar{x}) ²	x ²
220	-37.27	1389.0529	48400
225	-32.27	1041.3529	50625
195	-62.27	3877.5529	38025
320	62.73	3935.0529	102400
322	64.73	4189.9729	103684
235	-22.27	495.9529	55225
250	-7.27	52.8529	62500
253	-4.27	18.232	64009
200	-57.27	3279.8529	40000
310	52.73	2780.4529	96100
300	42.73	1825.8529	90000
$\Sigma x = 2830$		$\Sigma(x-\bar{x})^2 = 22886.1819$	$\Sigma x^2 = 750968$

$$\text{Variance} = S^2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}$$

$$S^2 = \frac{22886.1819}{11}$$

$$S^2 = 2080.56$$

For standard deviation

$$S = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}}$$

$$S = \sqrt{\frac{22886.1819}{11}}$$

$$S = \sqrt{2080.56} = 45.61$$

(iv) 12.5, 15.25, 7.5, 9.25, 5.75, 10.5, 9.20, 8.53, 8.57, 10.35

Sol. For Range

$$\text{Range (R)} = X_m - X_o$$

$$X_m = 15.25, X_o = 5.75$$

$$\text{Range (R)} = 15.25 - 5.75 = 9.5$$

For variance

معیاری انحراف کے لیے

$$\bar{x} = \frac{12.5+15.25+7.5+9.25+5.75+10.5+9.20+8.53+8.57+10.35}{10}$$

$$\bar{x} = \frac{97.4}{10} = 9.74$$

x	x - \bar{x}	(x - \bar{x}) ²	x ²
12.5	2.76	7.6176	156.25
15.25	5.51	30.3601	232.5625
7.5	-2.24	5.0176	56.25
9.25	-0.49	0.2401	85.5625
5.75	-3.99	15.9201	33.0625
10.5	0.76	0.5776	110.25
9.20	-0.54	0.2916	84.64
8.53	-1.21	1.4641	72.7609
8.57	-1.17	1.3689	73.4449
10.35	0.61	0.3721	107.1225
$\Sigma x = 97.4$		$\Sigma(x-\bar{x})^2 = 63.2298$	$\Sigma x^2 = 1011.9058$

$$\text{Variance} = S^2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}$$

$$S^2 = \frac{63.2298}{10} = 6.322$$

For standard deviation

$$S^2 = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}}$$

$$S = \sqrt{\frac{63.2298}{10}}$$

$$S = \sqrt{6.322} = 2.514$$

3. In a data n=5; $\Sigma x^2=10400$ and $\Sigma x=50$. Find variance and standard deviation.

ایک نماد میں n=5 اور $\Sigma x^2 = 10400$ اور $\Sigma x = 50$ ۔ تنصیر اور معیاری انحراف معلوم کریں۔

Sol. We know that

$$\text{Variance} = S^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2$$

$$S^2 = \frac{10400}{5} - \left(\frac{50}{5}\right)^2$$

$$= 2080 - (10)^2 = 2080 - 100$$

$$= 1980$$

Standard deviation:

$$S^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2$$

$$S = \sqrt{\frac{10400}{5} - \left(\frac{50}{5}\right)^2} = \sqrt{2080 - 100}$$

$$S = \sqrt{1980} = 44.5$$

معیاری انحراف کے لیے

معیاری انحراف کے لیے

معیاری انحراف کے لیے

معیاری انحراف کے لیے

معیاری انحراف کے لیے

4. If variance = 5, n=7, $\Sigma x^2=280$, Find the value of Σx .
اگر تنصیر = 5، n=7، $\Sigma x^2 = 280$ ، n=7، Σx کی قیمت معلوم کریں۔

$$\text{Sol. Variance} = \frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2$$

$$5 = \frac{280}{7} - \left(\frac{\sum x}{7}\right)^2$$

$$\left(\frac{\sum x}{7}\right)^2 = \frac{280}{7} - 5$$

$$\left(\frac{\sum x}{7}\right)^2 = 40 - 5$$

$$\left(\frac{\sum x}{7}\right)^2 = 35$$

$$\frac{\sum x}{7} = \sqrt{35}$$

$$\frac{\sum x}{7} = 5.91$$

$$\Sigma x = 5.91 \times 7$$

$$\Sigma x = 41.41$$

5. The following are the marks of two students A and B in five tests of Mathematics. Calculate mean, variance and standard deviation.

دریغ ۸ اور ۸ کے ریاضی کے 5 ٹیسٹوں میں حاصل کردہ نمبر درج ذیل ہیں۔ اوسط، تنصیر اور معیاری انحراف معلوم کریں۔

Student	طالب علم	23	24	30	45	48
Student A	طالب علم	23	24	30	45	48
Student B	طالب علم	45	35	42	40	43

Sol. Mean

$$\bar{x}_A = \frac{23+24+30+45+48}{5} = \frac{170}{5}$$

$$\bar{x}_A = 34$$

$$\bar{x}_B = \frac{45+35+42+40+43}{5}$$

$$\bar{x}_B = \frac{205}{5} = 41$$

For student A variance and standard deviation:

x	x - \bar{x}	(x - \bar{x}) ²	x ²
23	-11	121	529
24	-10	100	576
30	-4	16	900
45	11	121	2025
48	14	196	2304
$\Sigma x = 170$		$\Sigma(x-\bar{x})^2 = 554$	$\Sigma x^2 = 6334$

$$\text{Variance} = S^2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}$$

$$S^2 = \frac{554}{5}$$

$$S^2 = 110.8$$

standard deviation

$$S_A = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}}$$

$$S_A = \sqrt{\frac{554}{5}} = \sqrt{110.8}$$

$$S_A = 10.53$$

For student B variance and standard deviation:

x	x - \bar{x}	(x - \bar{x}) ²	x ²
45	4	16	2025
35	-6	36	1225
42	1	1	1764
40	-1	1	1600
43	2	4	1849
$\Sigma x = 205$		$\Sigma(x-\bar{x})^2 = 58$	$\Sigma x^2 = 8463$

$$\text{Variance} = S^2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}$$

$$S_B = \frac{58}{5} = 11.6$$

standard deviation

$$S_B = \sqrt{\frac{58}{5}} = \sqrt{11.6}$$

$$S_B = 3.41$$

(i) Who is better based on average?

اوسط کی بنیاد پر کون زیادہ بہتر ہے؟

Ans. Student B is better on average.

اوسط کی بنیاد پر طالب علم B زیادہ بہتر ہے۔

(ii) Which student is more consistent in his performance?

کون سا طالب علم اپنی کارکردگی میں زیادہ مستقل مزاج ہے؟

Ans. Student "B" is more consistent in his performance.

طالب علم "B" اپنی کارکردگی میں زیادہ مستقل مزاج ہے۔

Sub-Domain (II): Probability

Try yourself!

• What will be the probability of getting 6?
6 آنے کا کیا امکان ہوگا؟

Sol. When a dice is rolled, the sample space is given by:
جب کسی ڈائس کو پھینکا جاتا ہے تو نمونہ فیس ہیس ہوگا:

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

Let A be the event of getting 6. - آنے کا ایونٹ 6۔

Where n(A) = number of elements in A = 1
A میں ارکان کی تعداد

n(S) = Number of elements in sample space = 6
نمونہ فیس میں ارکان کی تعداد

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

The probability of getting 6 will be: آٹے کا امکان ہوگا۔

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

Try yourself! خود آزمائی

- What is the probability of spinner not landing on D? سپنر کے D پر آنے کا امکان کیا ہے؟



Sol. Sample Space = {A, B, C, D, E, F, G, H}

No. of all possible outcomes = n(S) = 8

Let A be the event of getting D.

No. of favourable outcomes = n(A) = 1

Now we can find out the probability of not getting D.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

ab ham dāne ka amkan معلوم کر سکتے ہیں۔

$$P(A') = P(\text{not getting D}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

Solved Exercise 5.5 حل شدہ مشق

- Complete the following:

Sr.No.	n(A)	n(S)	P(A)
(i)	5	15	$\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$
(ii)	17	25	$\frac{17}{25}$
(iii)	1	6	$\frac{1}{6}$

- Zara rolled a dice. What will be the probability of getting the digit "4". Also find the probability of not getting the digit "4".

Sol. When a dice is rolled, the sample space is given by: {1, 2, 3, 4, 5, 6}

Let A be the event of getting 4,

Where n(A) = Number of elements in A = 1

n(S) = Number of elements in sample space = 6

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

The probability of getting 4 will be:

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

The probability of not getting 4 is the complement of getting 4

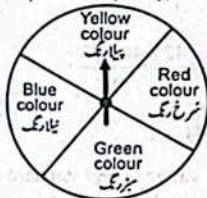
To find out the probability of not getting 4, we will subtract the probability of getting 4 from 1.

$$P(A') = 1 - P(A)$$

$$P(4) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{6-1}{6} = \frac{5}{6}$$

$$P(A') = P(\text{not getting 4}) = \frac{5}{6}$$

- A spinner is spun. Find the probability that the dice lands on red colour. Also find the probability that it lands on yellow or blue colour. (Hint: All events are equally likely).



Sol. Sample Space = {Yellow, Red, Green, Blue}

Number of all possible outcomes = n(S) = 4

Let A be the event that the spinner lands on red colour

n(A) = Number of elements in A = 1

n(S) = Number of elements in sample space = 4

Since all events are equally likely, then by using formula

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

The probability of getting a number 22 from the box will be:

$$P(A) = \frac{1}{8}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{4}, \text{ so } P(\text{red}) = \frac{1}{4}$$

Let B be the event that the spinner lands on yellow colour.

No. of favourable outcomes = n(B) = 1

Since all events are equally likely, then by using formula

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$$

Let C be the event that spinner lands on blue colour.

No. of favourable outcomes = n(C) = 1

Since all events are equally likely, then by using formula

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)}$$

As, events are mutually exclusive.

$$P(B \text{ or } C) = P(B \cup C) = P(B) + P(C)$$

$$P(\text{Yellow or Blue}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$P(\text{Yellow or Blue}) = \frac{1+1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

- A box contains 8 cards numbered 20 to 27. What is the probability of getting:
 - a number 22 from the box.

Sol. When a box contains 8 cards numbered 20 to 27, the sample space is given by:

Sample Space = {20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27}

Let A be the event of getting a number 22.

n(A) = Number of elements in A = 1

n(S) = Number of elements in sample space = 8

Since all events are equally likely, then by using formula

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

The probability of getting a number 22 from the box will be:

$$P(A) = \frac{1}{8}$$

- a number 26 from the box.

Sol. Sample Space = {20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27}

Let B be the event of getting a number 26.

n(B) = Number of elements in B = 1

n(S) = Number of elements in sample space = 8

Since all events are equally likely, then by using formula

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$$

The probability of getting a number 26 from the box will be:

$$P(B) = \frac{1}{8}$$

- all numbers 20 to 27 except 25 from the box.

Sol. Sample Space = {20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27}

Let C be the event of getting 25

n(C) = number of elements in C = 1

n(S) = number of elements in sample sapce = 8

Since all events are equally likely, then by using formula

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)}$$

The probability of not getting 25 is the compliment of getting 25.

$$P(25)' = 1 - \frac{1}{8}$$

$$P(C) = \frac{7}{8}$$

- Find the probability of each of the following:
 - the digit "5" appears on rolling a dice.

Sol. When a dice is rolled, the sample space is given by:

Sample Space = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

Let A be the event that the digit 5 appears.

n(A) = Number of elements in A = 1

n(S) = Number of elements in sample space = 6

Since all events are equally likely, then by using formula

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

The probability of the digit 5 will be:

5 کا ہندسہ ظاہر ہونے کا امکان ہوگا

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

(ii) the digit "5" does not appear on rolling a dice.

ڈاٹس رول کرنے پر 5 کا ہندسہ ظاہر نہیں ہوتا ہے۔

Sol. The probability of the digit 5 does not appear on rolling a dice is the complement of the digit 5 appears.

ڈاٹس رول کرنے پر ہندسہ 5 کا امکان ظاہر نہ ہونا ہندسہ 5 کا ظاہر ہونے کا مکملت ہے۔

$$P(A') = 1 - P(A)$$

$$= 1 - \frac{1}{6}$$

$$= \frac{6-1}{6} = \frac{5}{6}$$

$$P(A') = P(\text{digit 5 does not appear}) = \frac{5}{6}$$

ہندسہ 5 ظاہر نہیں ہوتا ہے

(iii) The digit "3" appears on rolling a dice.

3 کا ہندسہ ڈاٹس رول کرنے پر ظاہر ہوتا ہے۔

Sol. Let C be the event that the digit 3 appears.

فرض کیا ہندسہ 3 ظاہر ہونے کا ایونت C ہے۔

Where $n(C)$ = Number of elements in C = 1

C میں عناصر کی تعداد

$n(S)$ = Number of elements in sample space = 6

نمونہ جیس میں عناصر کی تعداد

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)}$$

The probability of the digit 3 appears on a rolling dice will be.

ردنگ ڈاٹس پر ہندسہ 3 کا امکان ظاہر ہوگا۔

$$P(3) = \frac{1}{6}$$

6. The probability that the team will win the match is 0.86. What is the probability that the team will not win the match?

ٹیم کے جیتنے کا امکان 0.86 ہے۔ ٹیم کے ہارنے کا کیا امکان ہے؟

Sol. Let A be the event that the team will win the match.

فرض کیا ٹیم کا ایونت A ہے۔

So, The probability that the team will win the match = $P(A) = 0.86$

The probability that the team will not win the match is the complement of the team will win the match.

اس بات کا امکان ہے کہ ٹیم جیت نہیں جیت پائے گی ٹیم جیت جانے کی مکملت ہے۔

To find out the probability of the team will not win the match, we will subtract the probability of the team will win the match, from 1.

ٹیم کے جیتنے کا امکان معلوم کرنے کے لیے، ہم ٹیم کے جیتنے کا امکان کو 1 سے گھٹائیں گے۔

$$P(A') = 1 - P(A)$$

$$P(A') = 1 - 0.86$$

$$P(A') = 0.14$$

$$P(A') = P(\text{not win the match}) = 0.14$$

7. The probability that tomorrow's temperature will be 0.45. Find out the probability that the temperature will not be 0.45.

امکان ہے کہ کل رورج حرارت 0.45 رہے گا۔ اس بات کا امکان معلوم کریں کہ رورج حرارت 0.45 نہیں ہوگا۔

Sol. Let A be the event that tomorrow's temperature will be 0.45.

$$\text{So, } P(A) = 0.45$$

The probability that tomorrow's temperature will not be 0.45 is the complement of the tomorrow's temperature will be 0.45.

امکان ہے کہ کل رورج حرارت 0.45 نہیں ہوگا کل رورج حرارت 0.45 ہوگا کا مکملت ہے۔

To find the probability of the tomorrow temperature will not 0.45, we will subtract the probability of the tomorrow temperature will be 0.45.

اس امکان کو معلوم کرنے کے لیے کہ کل رورج حرارت 0.45 ہوگا ہم کل کے لیے کہ کل رورج حرارت 0.45 کرنا سے گھٹائیں گے۔

$$P(A') = 1 - P(A)$$

$$= 1 - 0.45$$

$$= 0.55$$

8. Hamza throws the cube shaped cardboard 100 times. Each of the face of the cardboard having different colours.

جزوے کعب کی شکل والے 100 بار پھینکا گئے کی ہر رنگ مختلف ہیں۔

Colours	Blue	Red	Green	Yellow	Orange	Purple
رنگ	نیلا	سرخ	سبز	پیلا	اورنج	جانتی
No. of trials	22	20	15	13	23	7
تجربات کی تعداد						

Find the probability of getting:

(i) red colour رنگ سرخ

Sol. Total number of trials = 100
Number of favourable outcomes = 20

تجربات کی کل تعداد = 100
معاوضہ نتائج کی تعداد = 20

$$P(\text{red colour}) = \frac{\text{No. of favourable outcomes}}{\text{Total No. of trials}}$$

$$P(\text{red colour}) = \frac{20}{100}$$

(ii) blue colour نیلا رنگ

Sol. Total number of trials = 100
Number of favourable outcomes = 22

تجربات کی کل تعداد = 100
معاوضہ نتائج کی تعداد = 22

$$P(\text{blue colour}) = \frac{\text{No. of favourable outcomes}}{\text{Total No. of trials}}$$

$$P(\text{blue colour}) = \frac{22}{100}$$

(iii) red or orange colour

Sol. As we know that

$$P(\text{red colour}) = \frac{20}{100}$$

For probability of orange colour

Total number of trials = 100

Number of favourable outcomes = 23

$$P(\text{orange colour}) = \frac{\text{No. of favourable outcomes}}{\text{Total No. of trials}}$$

$$P(\text{orange colour}) = \frac{23}{100}$$

So, $P(\text{red or orange colour}) = P(\text{red colour}) + P(\text{orange colour})$

$$= \frac{20}{100} + \frac{23}{100}$$

$$= \frac{20+23}{100} = \frac{43}{100}$$

$$P(\text{red or orange colour}) = \frac{43}{100}$$

(iv) not blue colour

Sol. As,

$$P(\text{blue colour}) = \frac{22}{100}$$

The probability of getting not blue colour is the compliment of getting blue colour.

To find out the probability of getting not blue colour, we will subtract the probability of getting blue colour from 1.

نیلا رنگ کے نہ آنے کا امکان معلوم کرنے کے لیے ہم نیلا رنگ آنے کے امکان کو 1 سے تفریق کریں گے۔

$$P(\text{blue colour}) = 1 - P(\text{blue colour})$$

$$P(\text{blue colour}) = 1 - \frac{22}{100}$$

$$P(\text{blue colour}) = \frac{100-22}{100} = \frac{78}{100}$$

$$P(\text{not getting blue colour}) = \frac{78}{100}$$

(v) not yellow colour

Sol. Total number of trials = 100

Number of favourable outcomes = 13

تجربات کی کل تعداد = 100
معاوضہ نتائج کی تعداد = 13

$$P(A) = \frac{\text{No. of favourable outcomes}}{\text{Total No. of trials}}$$

$$P(\text{yellow colour}) = \frac{13}{100}$$

The probability of not getting yellow colour is the complement of getting yellow colour.

$$P(\text{Yellow colour}) = 1 - P(A)$$

$$P(\text{Yellow colour}) = 1 - \frac{13}{100}$$

$$P(\text{Yellow colour}) = \frac{100-13}{100}$$

$$P(\text{Yellow colour}) = \frac{87}{100}$$

Hence,

$$P(\text{not getting yellow colour}) = \frac{87}{100}$$

9. A group of 15 children consists of 7 boys and 8 girls. If a child is chosen at random from the group, what will be the probability that:

15 بچوں کے گروپ میں 7 لڑکے اور 8 لڑکیاں شامل ہیں۔ اگر کوئی بچہ گروپ سے بے ترتیب منتخب ہو تو اس بات کا کیا امکان ہوگا کہ:

(i) a boy is chosen

Sol. Total No. of children = 7 + 8 = 15
Total number of possible outcomes = $n(S) = 15$

Let A be the event of choosing a boy.
فرض کیا لڑکے کو منتخب کرنے کا ایونت A ہے۔

$$n(\text{boy}) = n(A) = 7$$

$$P(\text{boy}) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{15}$$

(ii) a girl is chosen

Sol. Let B be the event that a girl is chosen.
فرض کیا لڑکی کے منتخب ہونے کا ایونت B ہے۔

$$n(B) = 8$$

$$So, P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$$

$$P(\text{girl}) = \frac{8}{15}$$

(iii) no boy is chosen

Sol. As $P(\text{boy}) = \frac{7}{15}$

The probability of "no boy is chosen" is the compliment of "a boy is chosen". To find out the probability of "no boy is chosen", we will subtract the probability of "a boy is chosen" from 1.

کوئی لڑکا منتخب نہ کیا جائے "مکملت ہے" ایک لڑکا منتخب کیا جائے "کا۔ کوئی لڑکا منتخب نہ کیا جائے" کا امکان معلوم کرنے کے لیے ہم "ایک لڑکا منتخب کیا جائے" کے امکان کو 1 سے گھٹائیں گے۔

$$P(\text{boy}) = 1 - P(\text{boy})$$

$$= 1 - \frac{7}{15}$$

$$P(\text{boy}) = \frac{15-7}{15} = \frac{8}{15}$$

(iv) no girl is chosen کوئی لڑکی منتخب نہ کی جائے

Sol. As $P(\text{girl}) = \frac{8}{15}$ چونکہ

The probability of "no girl is chosen" is the compliment of "a girl is chosen". To find out the probability of "no girl is chosen", we will subtract the probability of "a girl is chosen" from 1.

کوئی لڑکی منتخب نہ کی جائے کی احتمال "a girl is chosen" سے 1 سے منہا کر کے پائی جائے گی۔

$$P(\text{girl}) = 1 - P(\text{girl})$$

$$= 1 - \frac{8}{15}$$

$$P(\text{girl}) = \frac{15-8}{15} = \frac{7}{15}$$

10. A basket contains 5 red blocks, 3 green blocks, 2 blue blocks. If one block is picked at random, what will be the probability of getting.

ایک ڈھیری میں 5 سرخ بلاکس، 3 ہیرے بلاکس، 2 نیلے بلاکس ہیں۔ اگر ایک بلاک بے ترتیب طور پر اٹھایا جاتا ہے تو حاصل ہونے والے بلاکس کا احتمال کیا ہوگا۔

(i) Red block سرخ بلاک

Sol. Let A be the event to pick a red block.

$$\text{So, } n(A) = 5$$

$$n(S) = n(\text{Red blocks}) + n(\text{green blocks}) + n(\text{blue blocks})$$

$$n(S) = 5 + 3 + 2 = 10$$

$$\text{Hence, } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{10}$$

$$\text{So, } P(\text{Red block}) = \frac{5}{10}$$

(ii) Blue block نیلا بلاک

Sol. Let B be the event to pick a blue block.

$$\text{So, } n(B) = 2$$

$$\text{Thus, } P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$$

$$P(\text{blue block}) = \frac{2}{10}$$

$$\text{Hence, } P(\text{Blue block}) = \frac{2}{10}$$

(iii) No blue block کوئی نیلا بلاک نہیں

Sol. The probability of no blue block is the complement of blue block.

To find out the probability of no blue block, we will subtract the probability of blue block from 1.

subtract the probability of blue block from 1.

نیلے بلاک کی احتمال سے 1 منہا کر کے پائی جائے گی۔

$$P(B) = 1 - P(B)$$

$$= 1 - \frac{2}{10}$$

$$= \frac{10-2}{10}$$

$$P(B) = \frac{8}{10}$$

$$\text{Hence, } P(\text{No blue block}) = \frac{8}{10}$$

(iv) No green block کوئی ہیرے بلاک نہیں

Sol. Let C be the event to pick a green block.

$$\text{So, } n(C) = 3$$

$$\text{Thus, } P(C) = \frac{n(C)}{n(S)}$$

$$P(C) = \frac{3}{10}$$

$$\text{Hence, } P(\text{green block}) = \frac{3}{10}$$

The probability of no green block is the complement of green block.

To find out the probability of no green block, we will subtract the probability of green block from 1.

ہیرے بلاک کی احتمال سے 1 منہا کر کے پائی جائے گی۔

$$P(C) = 1 - P(C)$$

$$= 1 - \frac{3}{10}$$

$$= \frac{10-3}{10} = \frac{7}{10}$$

$$P(C) = \frac{7}{10}$$

$$\text{Hence, } P(\text{no green block}) = \frac{7}{10}$$

(v) No red block کوئی سرخ بلاک نہیں

Sol.

$$\text{As, } P(\text{red block}) = \frac{5}{10}$$

The probability of no red block is the complement of red block.

To find out the probability of no red block, we will subtract the probability of red block from 1.

سرخ بلاک کی احتمال سے 1 منہا کر کے پائی جائے گی۔

$$P(\text{Red block}) = 1 - P(R)$$

$$= 1 - \frac{5}{10}$$

$$P(\text{Red}) = \frac{10-5}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

Hence, $P(\text{no red block}) = \frac{1}{2}$

11. A spinner is spun. Find the probability that the alphabet on the landing is:

(Hint: all events are equally likely)



(i) B Sol. Sample Space = {A, B, B, C, C, B, B, D, D, A, A, C, B}

Number of all possible outcomes = $n(S) = 12$

Let B be the event that the spinner is landing on B.

Number of favourable outcomes = $n(B) = 5$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$$

$$P(B) = \frac{5}{12}$$

(ii) not B

Sol. The probability of the alphabet on the landing is not B is the complement of the alphabet on the landing is B.

To find out the probability of the alphabet on the landing is not B, we will subtract the probability of the alphabet on the landing is B from 1.

Not B کا احتمال پائی جانے کے لیے ہم B کے احتمال سے 1 منہا کریں گے۔

$$P(B) = 1 - P(B)$$

$$= 1 - \frac{5}{12} = \frac{12-5}{12}$$

$$\text{So, } P(\text{not B}) = \frac{7}{12}$$

(iii) D

Sol. Let D be event that the alphabet on the landing is D.

Number of favourable outcomes = $n(D) = 4$

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(S)}$$

$$P(D) = \frac{4}{12}$$

(iv) A

Sol. Let A be event that the alphabet on the landing is A.

Number of favourable outcomes = $n(A) = 3$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

(v) not D

$$\text{Sol. As, } P(D) = \frac{4}{12}$$

By subtracting the probability that the alphabet on the landing is D from 1, we can find out the probability that the alphabet on the landing is not D.

Not D کا احتمال پائی جانے کے لیے ہم D کے احتمال سے 1 منہا کریں گے۔

$$P(D) = 1 - P(D)$$

$$= 1 - \frac{4}{12}$$

$$= \frac{12-4}{12} = \frac{8}{12}$$

$$\text{So, } P(\text{not D}) = \frac{8}{12}$$

(vi) not C

Sol. Number of favourable outcomes = $n(C) = 3$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{3}{12}$$

By subtracting the probability that the alphabet on the landing is C from 1, we can find out the probability that the alphabet on the landing is not C.

$$P(C) = 1 - \frac{3}{12}$$

$$= \frac{12-3}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$\text{So, } P(\text{not C}) = \frac{3}{4}$$

12. Three candidates A, B and C are in an examination. The probability of passing the candidate "A" is 0.25, the candidate "B" is 0.28 and the candidate "C" is 0.55. What will be the probability that A or C pass the exam? Also find out the probability of passing C or B.

تین امیدوار A, B اور C امتحان دے رہے ہیں۔ امیدوار A کے پاس ہونے کا احتمال 0.25، امیدوار B کا 0.28 اور امیدوار C کے پاس ہونے کا احتمال 0.55 ہے۔ A یا C کے امتحان میں کامیاب ہونے کا احتمال کیا ہوگا؟ B یا C کے پاس ہونے کا احتمال بھی معلوم کریں۔

Sol. The probability of passing the candidate A = $P(A) = 0.25$

امیدوار A کے پاس ہونے کا احتمال

The probability of passing the candidate B = $P(B) = 0.28$

امیدوار B کے پاس ہونے کا احتمال

The probability of passing the candidate $C=P(C)=0.55$
 امیدوار C کے پاس ہونے کا امکان

As, events are mutually exclusive, so
 جیسا کہ واقعات باہمی طور پر خصوصی ہیں، لہذا

$$P(A \text{ or } C) = P(A \cup C) = P(A) + P(C) \\ = 0.25 + 0.55 = 0.8$$

And اور
 $P(C \text{ or } B) = P(C \cup B) = P(C) + P(B) \\ = 0.55 + 0.28 = 0.83$

13. A fair dice is rolled. Ahmad wins the game if the result is either odd or divisible by 6. What will be the probability of winning the game for Ahmad?

ایک منصفانہ ڈس کرولایا جاتا ہے۔ احمد کم جیت جاتا ہے اگر نتیجہ یا تو طاق ہو یا 6 سے تقسیم ہو، اور اس کے لیے کم جیتنے کا کیا امکان ہوگا؟

Sol. When a fair dice is rolled, the sample is given by:

جب ایک منصفانہ ڈس کرولایا جاتا ہے تو نمونہ ایس کے طرف سے دیا جاتا ہے۔
 Sample Space = $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 Let A be the event that the result is either odd or divisible by 6

فرض کیا نتیجہ طاق 6 یا 6 سے تقسیم ہونے کا ایونٹ A ہے۔

Where $n(A)$ = Number of elements in A = 4

$n(S)$ = Number of elements in sample space = 6
 نمونہ ایس میں عناصر کی تعداد

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

The probability of winning the game for Ahmad will be

$$P(A) = \frac{4}{6}$$

$$P(\text{winning the game}) = \frac{4}{6}$$

14. A dice is rolled. What will be the probability of getting 4 or 5?

Sol. When a dice is rolled, the sample is given by:
 جب ایک ڈس کرولایا جاتا ہے تو نمونہ ایس کے طرف سے دیا جاتا ہے۔

Sample Space = $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Let A be the event of getting 4

فرض کیا 4 آنے کا ایونٹ A ہے۔

$n(A)$ = Number of elements in A = 1

میں عناصر کی تعداد

$n(S)$ = Number of elements in sample space = 6

نمونہ ایس میں عناصر کی تعداد

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

The probability of getting 4 will be:

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

Let B be the event of getting 5

Where $n(B)$ = Number of elements in B = 1

میں عناصر کی تعداد

$n(S)$ = Number of elements in sample space = 6

نمونہ ایس میں عناصر کی تعداد

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$$

The probability of getting 5 will be:

$$P(B) = \frac{1}{6}$$

Now, اب

$$\text{So, } P(A \text{ or } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(4 \text{ or } 5) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$$

$$= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

15. A bag contains 3 red hairpins, 5 black hairpins, 3 green hairpins and 2 blue hairpins. Find the probability of selecting:

ایک بیگ میں 3 سرخ ہیر پینز، 5 کالے ہیر پینز، 3 سبز ہیر پینز اور 2 نیلے ہیر پینز ہیں۔ منتخب کرنے کا امکان معلوم کریں۔

(i) a red pin or a blue pin

ایک سرخ پین یا ایک نیلا پین

Sol. Let A be the event of selecting a red hair pin and B be the event of selecting a blue hair pin.

فرض کیا سرخ ہیر پین منتخب کرنے کا ایونٹ A اور نیلا ہیر پین منتخب کرنے کا ایونٹ B ہے۔

$$n(\text{red hairpins}) = n(A) = 3$$

$$n(\text{blue hairpins}) = n(B) = 2$$

$$n(S) = n(\text{Red hairpins}) + n(\text{black hairpins}) \\ + n(\text{green hairpins}) + n(\text{blue hairpins}) = 3 + 5 + 3 + 2 = 13$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{13}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{13}$$

As events are mutually exclusive

$$\text{So, } P(A \text{ or } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) \\ = \frac{3}{13} + \frac{2}{13}$$

$$= \frac{5}{13} = \frac{1}{3}$$

(ii) A green pin and a black pin (in same order)

ایک سبز پین اور ایک سیاہ پین (ایسی ترتیب میں)

Sol. Let C is the event of selecting green pins and D is the event of selecting black pin

فرض کیا سبز ہیر پین منتخب کرنے کا ایونٹ C اور کالی ہیر پین منتخب کرنے کا ایونٹ D ہے۔

$$n(\text{green hairpins}) = n(C) = 3$$

$$n(\text{black hairpins}) = n(D) = 5$$

$$n(S) = 15$$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{5}{15}$$

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{5}{15}$$

As the events C and D are independent events,

جیسا کہ C اور D آزاد ایونٹس ہیں۔

$$P(C \text{ and } D) = P(C \cap D) = P(C) \cdot P(D)$$

$$= \left(\frac{5}{15}\right) \cdot \left(\frac{5}{15}\right) = \frac{25}{225}$$

16. A coin is tossed and a dice is rolled. Find the probability of getting head on the coin and the digit '4' on dice.

ایک سکہ پھینکا جاتا ہے اور ایک ڈس گھمایا جاتا ہے۔ سکہ پر ہیڈ ہونے کا امکان اور ڈس پر 4 آنے کا امکان معلوم کریں۔

Sol. Let A is the probability of getting head on a coin then.

$$P(A) = \frac{1}{2}$$

Let B is the probability of getting 4 on rolling a dice then

$$P(B) = \frac{1}{6}$$

$$P(\text{Head and the digit } 4) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{6}\right)$$

$$P(\text{Head and the digit } 4) = \frac{1}{12}$$

17. A jar contains 5 yellow marbles, 2 green marbles and 6 blue marbles. A marble is chosen at random from the jar. The second marble is chosen after replacing the first one. What is probability of choosing?

ایک بیار میں 5 پیلے ماربلز، 2 سبز ماربلز اور 6 نیلے ماربلز موجود ہیں۔ ماربل چننا اور پھر دوبارہ ماربل چننا۔ کیا انتخاب کی احتمال کیا ہے؟

(i) a green and a blue marble (in same order)

ایک سبز ماربل اور ایک نیلا ماربل (ایسی ترتیب میں)

(ii) a yellow and a green marble (in any order)

ایک پیلا ماربل اور ایک سبز ماربل (کسی بھی ترتیب میں)

(iii) P (different colours) In any order

کسی بھی ترتیب میں (مختلف رنگ)

$$P(\text{Yellow marbles } (Ym)) = 5; n(Ym) = 5$$

$$\text{Green marbles } (Gm) = 2; n(Gm) = 2$$

$$\text{Blue marbles } (Bm) = 6; n(Bm) = 6$$

$$n(S) = n(Ym) + n(Gm) + n(Bm)$$

$$n(S) = 5 + 2 + 6 = 13$$

$$P(Ym) = \frac{n(Ym)}{n(S)} = \frac{5}{13}; P(Gm) = \frac{n(Gm)}{n(S)} = \frac{2}{13};$$

$$P(Bm) = \frac{n(Bm)}{n(S)} = \frac{6}{13}$$

$$P(Gm \text{ and } Bm) = ?$$

As, both the events are independent

$$(i) P(Gm \text{ and } Bm) = P(Gm) \cdot P(Bm) \\ = \left(\frac{2}{13}\right) \cdot \left(\frac{6}{13}\right) = \frac{12}{169}$$

$$(ii) P(Ym \text{ and } Gm) + P(Gm \text{ and } Ym) \\ = P(Ym) \cdot P(Gm) + P(Gm) \cdot P(Ym) \\ = \left(\frac{5}{13}\right) \cdot \left(\frac{2}{13}\right) + \left(\frac{2}{13}\right) \cdot \left(\frac{5}{13}\right)$$

$$= \frac{10}{169} + \frac{10}{169}$$

$$= \frac{20}{169}$$

$$P(\text{different colours}) = P(Ym \text{ and } Gm) + P(Gm \text{ and } Ym) \\ + P(Gm \text{ and } Bm) + P(Bm \text{ and } Gm) \\ + P(Ym \text{ and } Bm) + P(Bm \text{ and } Ym)$$

$$= \left(\frac{5}{13}\right) \cdot \left(\frac{2}{13}\right) + \left(\frac{2}{13}\right) \cdot \left(\frac{5}{13}\right) + \left(\frac{2}{13}\right) \cdot \left(\frac{6}{13}\right) + \left(\frac{6}{13}\right) \cdot \left(\frac{2}{13}\right) + \left(\frac{5}{13}\right) \cdot \left(\frac{6}{13}\right) + \left(\frac{6}{13}\right) \cdot \left(\frac{5}{13}\right)$$

$$= \frac{10}{169} + \frac{10}{169} + \frac{12}{169} + \frac{12}{169} + \frac{30}{169} + \frac{30}{169}$$

$$= \frac{104}{169} = \frac{8}{13}$$

18. A shopkeeper has 100 shirts. 40 are of red colour, 30 are of green colour, 20 are of black colour and 10 are of blue colour. A shirt is chosen at random by the customer. After replacing it, a second shirt is chosen. What is the probability of choosing?

ایک دکاندار کے پاس 100 قمیص ہیں۔ 40 سرخ رنگ کی ہیں، 30 سبز رنگ کی ہیں، 20 سیاہ رنگ کی ہیں اور 10 نیلے رنگ کی ہیں۔ ایک قمیص چن کر اس کے ذریعے بے ترتیب طور پر منتخب کی جاتی ہے اسے تبدیل کرنے کے بعد دوسری قمیص کا انتخاب کیا جاتا ہے۔ انتخاب کا امکان کیا ہے؟

(i) a red colour shirt and a black colour shirt (in same order)

سرخ رنگ کی قمیص اور سیاہ رنگ کی قمیص (ایسی ترتیب میں)

(ii) a green colour shirt and a blue colour shirt (in any order)

سبز رنگ کی قمیص اور نیلے رنگ کی قمیص (کسی بھی ترتیب میں)

(iii) a red colour shirt and a green colour shirt (in any order)

سرخ رنگ کی قمیص اور سبز رنگ کی قمیص (کسی بھی ترتیب میں)

Sol. Given

$$\text{Red colour shirt } (R.S) = 40; n(R.S) = 40$$

$$\text{Green colour shirt } (G.S) = 30; n(G.S) = 30$$

$$\text{Black colour shirt } (B.S) = 20; n(B.S) = 20$$

$$\text{Blue colour shirt } (B.S) = 10; n(B.S) = 10$$

$$n(S) = n(R.S) + n(G.S) + n(B.S) + n(B.S)$$

$$n(S) = 40 + 30 + 20 + 10 = 100$$

$$P(R.S) = \frac{n(R.S)}{n(S)} = \frac{40}{100}; P(G.S) = \frac{n(G.S)}{n(S)} = \frac{30}{100}$$

$$P(B.S) = \frac{n(B.S)}{n(S)} = \frac{20}{100}; P(B.S) = \frac{n(B.S)}{n(S)} = \frac{10}{100}$$

(i) $P(R.S \text{ and اور } B.S) = ?$

As, both the events are independent.

$$P(R.S \text{ and اور } B.S) = P(R.S) \cdot P(B.S)$$

$$= \left(\frac{40}{100}\right) \cdot \left(\frac{20}{100}\right)$$

$$= \frac{800}{10000} = \frac{2}{25}$$

(ii) $P(G.S \text{ and اور } BS) + P(B.S \text{ and اور } G.S)$

$$= P(G.S) \cdot P(B.S) + P(B.S) \cdot P(G.S)$$

$$= \left(\frac{30}{100}\right) \cdot \left(\frac{10}{100}\right) + \left(\frac{10}{100}\right) \cdot \left(\frac{30}{100}\right)$$

$$= \frac{300}{10000} + \frac{300}{10000} = \frac{300 + 300}{10000}$$

$$= \frac{600}{10000} = \frac{3}{50}$$

(iii) $P(R.S \text{ and اور } G.S) + (G.S \text{ and اور } R.S)$

$$= P(R.S) \cdot P(G.S) + P(G.S) \cdot P(R.S)$$

$$= \left(\frac{40}{50}\right) \cdot \left(\frac{30}{100}\right) + \left(\frac{30}{100}\right) \cdot \left(\frac{40}{100}\right)$$

$$= \frac{1200}{10000} + \frac{1200}{10000}$$

$$= \frac{1200 + 1200}{10000} = \frac{2400}{10000} = \frac{6}{25}$$

19. Zainab rolled a dice 2 times.

(i) List all the possible outcomes by using table and tree diagram.

(ii) Also calculate the probability of getting:

- (a) Exactly two 6's. 6 بائٹل دو (b) Exactly two 4's 4 بائٹل دو
(c) At least once time 4 4 کم از کم ایک بار

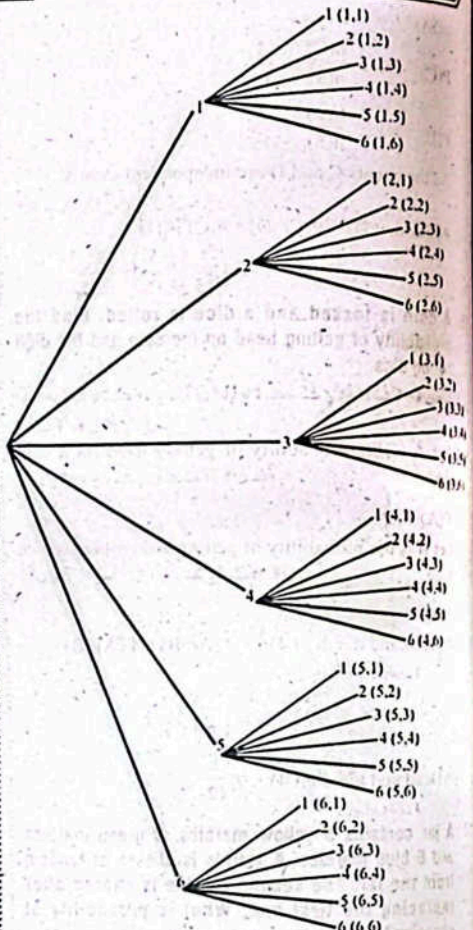
Sol. When Zainab rolled a dice two times, the sample space is given by using table.

جب زینب نے دو بار ڈائس کو گھمایا تو ممکنہ نتائج کے سہولت پسین دیے جاتے ہیں۔

Dice-I / Dice-II	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

When Zainab rolled a dice two times, then the sample space is calculate by using tree diagram.

جب زینب نے ڈائس کو دو بار رول کیا تو ممکنہ نتائج کا حساب لگانا ہے۔



(ii) (a) Let A be the event that exactly two 6's.

Then, $A = \{6,6\}$, $n(A) = 1$ اور $n(S) = 36$

$$So, P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A) = \frac{1}{36}$$

Hence, P(exactly two 6's) = $\frac{1}{36}$

(b) Let B be the event that exactly two 4's.

Then, $B = \{4,4\}$, $n(B) = 1$ اور $n(S) = 36$

$$So, P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$$

$$P(B) = \frac{1}{36}$$

(c) Let C be the event that at least once time 4.

Then $C = \{(1,4), (2,4), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,4), (6,4)\}$

$$n(C) = 11 \text{ اور } n(S) = 36$$

$$So, P(C) = \frac{n(C)}{n(S)}$$

$$P(A) = \frac{11}{36}$$

Hence, P(at least once time 4) = $\frac{11}{36}$

20. Zeeshan spun a spinner having four different colours (red, green, blue, and yellow) once and rolled a dice once.

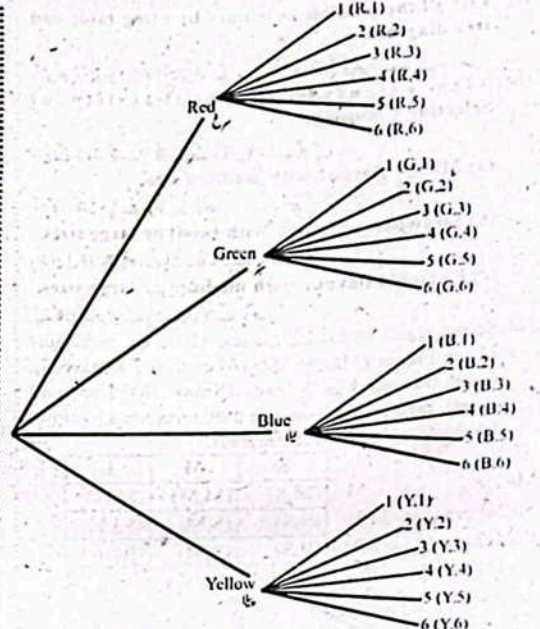
(i) List all the possible outcomes by using table and tree diagram.

(ii) Also calculate the probability of getting:

- (a) Green on the spinner and the digit "2" on the dice.
(b) Green or yellow on the spinner and the digit "6" on the dice.
(c) Red or blue on the spinner and the digits 2,3 or 4 on the dice.

Sol. When Zeeshan spun a spinner having four different colours (red, green, blue and yellow) once and rolled a dice once, so the possible outcomes by using table and tree diagrams are as follows.

Colours / Dice رنگ / ڈائس	1	2	3	4	5	6
Red(R) سرخ	(R, 1)	(R, 2)	(R, 3)	(R, 4)	(R, 5)	(R, 6)
Green(G) سبز	(G, 1)	(G, 2)	(G, 3)	(G, 4)	(G, 5)	(G, 6)
Blue(B) نیلا	(B, 1)	(B, 2)	(B, 3)	(B, 4)	(B, 5)	(B, 6)
Yellow(Y) پیلا	(Y, 1)	(Y, 2)	(Y, 3)	(Y, 4)	(Y, 5)	(Y, 6)



(a) Let A be the event that green on the spinner and the digit 2 on the dice, then.

$$A = \{(G,2), n(A) = 1 \text{ اور } n(S) = 24$$

$$P(\text{Green on the spinner and the digit 2 on the dice}) = P(A) = \frac{1}{24}$$

(b) Let B be the event that green or yellow on the spinner and the digit 6 on the dice, then.

$$B = \{(G,6), (Y,6)\}, n(B) = 2 \text{ اور } n(S) = 24$$

$$P(\text{Green or yellow on the spinner and the digit 6 on the dice}) = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$$

(c) Let C be the event that red or blue on the spinner and 2,3 or 4 on the dice.

$$Then C = \{(R,2), (R,3), (R,4), (B,2), (B,3), (B,4)\}$$

$$n(C) = 6 \text{ اور } n(S) = 24$$

$$P(\text{Red or blue on the spinner and 2,3 or 4 on the dice}) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

21. Saima wants to eat ice-cream. There are 3 flavours of ice-cream (Mango, Strawberry and Pistachio). Each flavour has 3 sizes (Small, Medium and Large).

سائما آئس کریم کھا چاہتی ہے۔ آئس کریم کے 3 ذائقے ہیں (آم، اسٹرابیری اور پستہ) ہر ذائقے کے 3 سائز (چھوٹے، درمیانے اور بڑے) ہوتے ہیں۔

(i) List all the possible outcomes by using table and tree diagram.

میل اور فری ڈیاگرام کا استعمال کرتے ہوئے تمام ممکن نتائج کی فہرست بنائیں۔

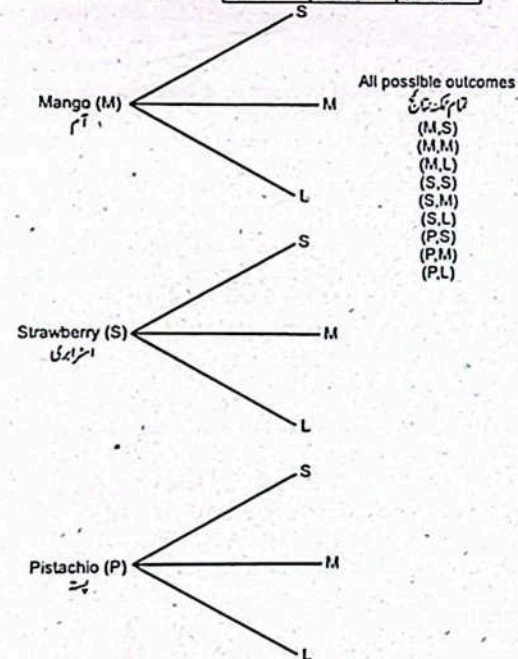
(ii) Also calculate the probability of Selecting/Choosing:

اس کے علاوہ انتخاب/انتخاب کے امکان کا حساب لگائیں۔

- (a) Mango flavour with medium size.
- (b) Strawberry flavour with small or large sizes.
- (c) Pistachio flavour with medium or large sizes.

Sol. Saima wants to eat ice-cream. There are 3 flavours of ice-cream (Mango, Strawberry and Pistachio). Each flavour has 3 sizes (Small, Medium and large), then all the possible outcomes are as follows by using table and tree diagram.

		S	M	L
Mango	آم	(M,S)	(M,M)	(M,L)
Strawberry	اسٹرابیری	(S,S)	(S,M)	(S,L)
Pistachio	پست	(P,S)	(P,M)	(P,L)



- (a) $P(\text{Mango flavour with medium size}) = P(M,S)$
آم کا زائید درمیانے سائز کے ساتھ
 $= \frac{1}{9}$
- (b) $P(\text{Strawberry flavour with small or large size})$
اسٹرابیری کا زائید چھوٹے یا بڑے سائز کے ساتھ

$= P(S,S) + P(S,L)$

$= \frac{1}{9} + \frac{1}{9}$

$= \frac{1+1}{9} = \frac{2}{9}$

(c) P(Pistachio flavour with medium or large sizes)

پستے کا زائید درمیانے یا بڑے سائز کے ساتھ

$= \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{1+1}{9} = \frac{2}{9}$

Solved Review Exercise 5

1. Four options are given against each statement. Encircle the correct one.

ہر بیان کے سامنے چار جملے دیئے گئے ہیں۔ درست کے گرد دائرہ لگائیں۔

(i) What is the value of x i.e., 14, 24, x, 18, 30, when mean is 23,

14, 24, x, 18, 30 میں x کی قیمت کیا ہوگی جب اوسط 23 ہو؟

- (a) 28
- (b) 29
- (c) 30
- (d) 31

(ii) What is the value of x i.e., 40, 28, 16, 18, 37, 20, x, 35, when median is 26:

40, 28, 16, 18, 37, 20, x, 35 میں x کی قیمت کیا ہوگی جب وسطیہ 26 ہو؟

- (a) 20
- (b) 22
- (c) 24
- (d) 28

(iii) A number which indicates how often a value occurs is called.

ایک عدد جو اس بات کی نشاندہی کرتا ہے کہ قدر کتنی بار واقع ہوتی ہے اسے کہا جاتا ہے۔

- (a) frequency
- (b) mode
- (c) median
- (d) average

(iv) When a data is written in the form of a table in such a way that the frequency of each class is observed at once is called:

جب مواد جدول کی شکل میں اس طرح لکھا جاتا ہے کہ ہر جماعت کا تعداد ایک ساتھ دیکھا جائے تو اسے کہا جاتا ہے:

- (a) frequency
- (b) frequency distribution
- (c) median
- (d) mode

(v) A graph is similar to bar graphs but it is constructed for a frequency table is called.

ایک گراف دیگر گراف کی طرح ہوتا ہے لیکن اسے تعددی جدول کے لیے بنایا جاتا ہے جسے کہا جاتا ہے:

- (a) histogram
- (b) bar chart
- (c) pie chart
- (d) line graph

(vi) The measure that gives the centre of the data is called:

اوپر بیان شدہ مواد کے مرکزی پانچ میں سے کسی ایک کو کہا جاتا ہے۔

- (a) measure of central tendency
- (b) frequency
- (c) a single value
- (d) mode

(vii) The _____ is calculated by adding all the values and then dividing it by the total number of values.

_____ کا حساب تمام اقدار کو شامل کر کے اور پھر اسے تعددوں کی کل تعداد سے تقسیم کر کے لگایا جاتا ہے۔

- (a) frequency distribution
- (b) histogram

(c) average (d) central tendency
(viii) _____ is not affected by extreme values.
_____ انتہائی مقدار سے متاثر نہیں ہوتا ہے۔

- (a) frequency distribution
 - (b) median
 - (c) Mode
 - (d) mean
- (ix) The value that occurs most frequently in a data is called:
- (a) frequency distribution
 - (b) median
 - (c) Mode
 - (d) mean
- (x) _____ is based on actual results of an experiment:

- (a) probability
- (b) experimental
- (c) theoretical probability
- (d) independent probability

(xi) $P(A) = \frac{\text{Number of favourable outcomes}}{\text{Number of all possible outcomes}}$ is called:
_____ ساڑ گرنے والے نتائج کی تعداد / تمام ممکن نتائج کی تعداد P(A) = _____

- (a) theoretical probability
 - (b) experimental probability
 - (c) combined probability
 - (d) multiplicative probability
- (xii) _____ can take only some specific values.
_____ صرف کچھ مخصوص قیمتیں لے سکتا ہے۔

- (a) data
 - (b) continuous data
 - (c) discrete data
 - (d) mode
- (xiii) _____ is an extension of bar graph:
_____ بار گراف کی توسیع ہے:

- (a) line graph
- (b) pie chart
- (c) multiple bar graph
- (d) circular graph

(xiv) The number of times a value occurs in a data is called:

- (a) frequency
- (b) cumulative frequency
- (c) class boundaries
- (d) distribution

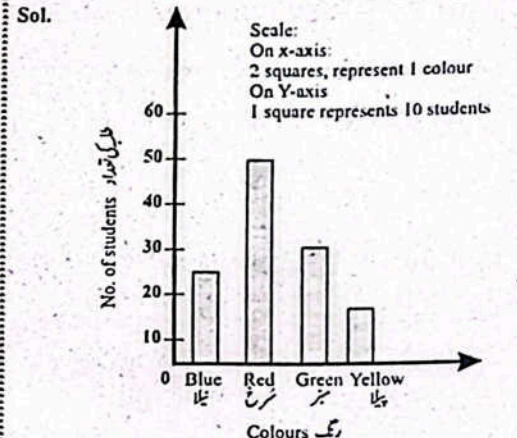
2. A survey was conducted from the students of Grade-VIII and asked about their favourite colour. Draw an appropriate graph for the following data and also interpret the data.

گرید-VIII کے طلبہ کا ایک سروے کیا گیا اور ان سے ان کے پسندیدہ رنگوں کے بارے میں پوچھا گیا۔ درج ذیل مواد کا ایک گراف بنائیں اور اس کی وضاحت کریں۔

Colours	Blue	Red	Green	Yellow
رنگ	نیلا	سرخ	سبز	پیلا

No. of students	25	50	30	15
طلبہ کی تعداد				

Title: Graph showing favourite colours of students.
عنوان: طلبہ کے پسندیدہ رنگ دکھانے والا گراف



The graph is showing that student's most favourite colour is red and least favourite colour is yellow.

گراف ظاہر کرتا ہے کہ طلبہ کا سب سے پسندیدہ رنگ سرخ اور سب سے کم پسندیدہ رنگ پیلا ہے۔

3. Following are the heights in inches of 12 students:
ذیل میں 12 طلبہ کی لمبائیاں انچوں میں دی گئی ہیں۔

- 55, 53, 54, 58, 60, 61, 62, 56, 57, 52, 51, 63
- Find the average height (direct and short method) of the given data.

دیئے گئے مواد کی اوسط لمبائی (ڈائریکٹ اور شارٹ طریقے سے) معلوم کریں۔

Sol. 55, 53, 54, 58, 60, 61, 62, 56, 57, 52, 51, 63

$\bar{X} = \frac{\text{Sum of heights}}{\text{Total number of students}}$
 $= \frac{55+53+54+58+60+61+62+56+57+52+51+63}{12}$

$X = \frac{682}{12} = 56.83$ inches

Short Method:
Taking deviation from A = 61

X	55	53	54	58	60	61	62	56	57	52	51	63
D = X - A	-6	-8	-7	-3	-1	0	1	-5	-4	-9	-10	2
ΣD	= -50											

Now, $\Sigma D = -50$

$\bar{X} = A + \frac{\Sigma D}{N}$

$\bar{X} = 61 + \frac{-50}{12}$

$= 61 - \frac{50}{12}$

$\bar{X} = 61 - 4.17$

$\bar{X} = 56.83$ inches

4. Calculate the mean from the following information:
دی گئی معلومات سے اوسط معلوم کریں۔

(i) If $U = \frac{X-50}{2}$; $\Sigma U = 25$; $n = 10$ اگر

Sol. Since $U = \frac{X-A}{h}$ therefore $A = 50, h = 2$

Hence $\bar{X} = A + \frac{\Sigma U}{n} \times h$
 $= 50 + \frac{25}{10} \times 2$
 $= 55$

(ii) If $U = \frac{X-100}{2}$; $\Sigma U = 25$; $n = 10$

Sol. Since $U = \frac{X-A}{h}$, therefore $A = 100$ and $h = 2$

Hence $\bar{X} = A + \frac{\Sigma U}{n} \times h$
 $= 100 + \frac{25}{10} \times 2 = 105$

5. The price of 10 litres of drinking water was recorded at several stores, and the results are displayed in the table below:

تفصیل طور پر 10 لٹرز پینے والے پانی کی قیمتوں کو ریکارڈ کیا گیا اور نتائج کو نیچے جدول میں دکھایا گیا ہے۔

Price (Rs.)	74	75	76	77	78	79	80
-------------	----	----	----	----	----	----	----

Find the average price of drinking water by direct and short method.

پینے والے پانی کی اوسط قیمت براہ راست اور مختصر طریقے سے معلوم کریں۔

Sol. Mean (Direct Method):

$\bar{X} = \frac{74+75+76+77+78+79+80}{7}$

$\bar{X} = \frac{539}{7} = 77$

Mean (Short Method)

Taking deviation from $A = 77$

X	74	75	76	77	78	79	80
D = X - A	-3	-2	-1	0	1	2	3
$\Sigma D = 0$							

Now $\Sigma D = 0$

$\therefore \bar{X} = A + \frac{\Sigma D}{N}$

$\therefore \bar{X} = 77 + \frac{0}{7} = 77$

6. Calculate the mean, median and mode for each set of data given below:

درج ذیل مواد کے لیے اوسط، وسطی اور مادہ معلوم کریں۔

(i) 3, 6, 3, 7, 4, 3, 9, 4

Sol. For mean
 $\bar{X} = \frac{3+6+3+7+4+3+9}{7}$

$\bar{X} = \frac{35}{7} = 5$

For median
Arrange given data in descending order.

9, 7, 6, 4, 3, 3, 3
The middle value is 4. $\left(\frac{7+1}{2} = 4^{\text{th}} \text{ item}\right)$

So median = 4
For Mode
The value 3 is repeated the most, so 3 is the mode of this data.

(ii) 11, 10, 12, 12, 9, 10, 14, 12, 9

Sol. For Mean
 $\bar{X} = \frac{11+10+12+12+9+10+14+12+9}{9}$

$\bar{X} = \frac{99}{9} = 11$

For Median
Arrange given data in descending order.

14, 12, 12, 12, 11, 10, 10, 9, 9
The middle value is 11. $\left(\frac{9+1}{2} = 5^{\text{th}} \text{ item}\right)$

So, Median = 11
For Mode
The value 12 is repeated the most, so 12 is the mode of this data.

(iii) 2, 9, 7, 3, 5, 5, 6, 5, 4, 9

Sol. For Mean
 $\bar{X} = \frac{2+9+7+3+5+5+6+5+4+9}{10}$

$\bar{X} = \frac{55}{10} = 5.5$

For Median
Median = $\frac{1}{2} \left[\left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ term} + \left(\frac{n+2}{2}\right)^{\text{th}} \text{ term} \right]$
 $= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{10}{2}\right)^{\text{th}} \text{ term} + \left(\frac{10+2}{2}\right)^{\text{th}} \text{ term} \right]$

$= \frac{1}{2} (5^{\text{th}} \text{ term} + 6^{\text{th}} \text{ term})$

Median = $\frac{1}{2} (5+5) = 5$

For Mode
The value 5 is repeated the most, so 5 is the mode of this data.

(iv) 6, 8, 11, 5, 2, 9, 7, 8

Sol. For Mean
 $\bar{X} = \frac{6+8+11+5+2+9+7+8}{8}$

$\bar{X} = \frac{56}{8} = 7$

For Median
Arrange given data in descending order.

11, 9, 8, 8, 7, 6, 5, 2

Median = $\frac{1}{2} \left[\left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ term} + \left(\frac{n+2}{2}\right)^{\text{th}} \text{ term} \right]$

$= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{8}{2}\right)^{\text{th}} \text{ term} + \left(\frac{8+2}{2}\right)^{\text{th}} \text{ term} \right]$

$= \frac{1}{2} (4^{\text{th}} \text{ term} + 5^{\text{th}} \text{ term})$

$= \frac{1}{2} (8+7) = 7.5$

For Mode
The value 8 is repeated the most, so 8 is the mode of this data.

(v) 153.8, 154.7, 156.9, 154.3, 152.3, 156.1, 152.3

Sol. For Mean
 $\bar{X} = \frac{153.8+154.7+156.9+154.3+152.3+156.1+152.3}{7}$

$\bar{X} = \frac{1080.4}{7} = 154.34$

For Median
Arrange given data in descending order.

156.9, 156.1, 154.7, 154.3, 153.8, 152.3, 152.3

The middle value is 154.3. $\left(\frac{7+1}{2} = 4^{\text{th}} \text{ term}\right)$

So, Median is 154.3.

For Mode
The value 152.3 is repeated the most, so 152.3 is the mode of this data.

152.3 کی قیمت سب سے زیادہ مرتبہ آئی ہے، لہذا اس مواد کا مادہ 152.3 ہے۔

7. On a prize distribution day, 50 students brought pocket money as under:

تعمیم انعامات کے دن، 50 طلبہ درج ذیل جیب خرچ ساتھ لائے۔

Rupees	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
Frequency	12	9	18	7	4

Calculated the mean, median and mode of the above data. Also draw histogram and frequency polygon.

اوپر دیے گئے مواد کے لیے اوسط، وسطی اور مادہ معلوم کریں۔ ہسٹوگرام اور تعدد کی شکل بھی بنائیں۔

Sol. For Mean
To calculate the mean, we have to find out the midpoint of each class.

اوسط معلوم کرنے کے لیے، ہمیں ہر جماعت کا وسطی نقطہ معلوم کرنا ہوگا۔

Rupees	Frequency (f)	Midpoints (x)	(fx)
5-10	12	7.5	90
10-15	9	12.5	112.5
15-20	18	17.5	315
20-25	7	22.5	157.5
25-30	4	27.5	110
	$\Sigma f = 50$		$\Sigma fx = 785$

Mean (for group data)
 $\bar{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$
 $\bar{X} = \frac{785}{50} = 15.7$

For Median

Rupees	Frequency (f)	Cumulative Frequency (c.f.)
5-10	12	12
10-15	9	12+9=21
15-20	18	21+18=39
20-25	7	39+7=46
25-30	4	46+4=50
	$\Sigma f = 50$	

Here $n = 50$, So $\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$

25th item lies in 15-20

Median = $\left(\bar{X}\right) = \left(+\frac{h}{f}\left(\frac{n}{2}-c\right)\right)$
 $= 15 + \frac{5}{18}(25-21)$
 $= 15 + 1.11$
 $= 16.11$

For Mode

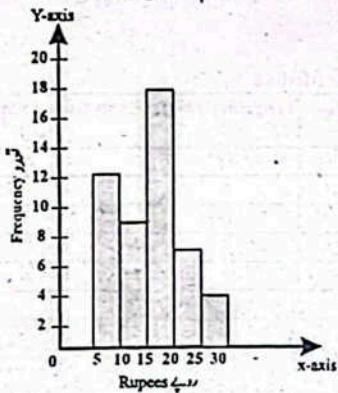
Rupees	Frequency
5-10	12
10-15	9
15-20	18
20-25	7
25-30	4

Mode (مادہ) $(\bar{x}) = \left(\frac{f_m - f_1}{(f_m - f_1) + (f_m - f_2)} \right) \times h$
 $= 15 + \frac{18-9}{(18-9)+(18-7)} \times 5$
 $= 15 + \frac{9}{9+11} \times 5$
 $= 15 + \frac{45}{20}$
 $\bar{x} = 17.25$

Frequency distribution table is:

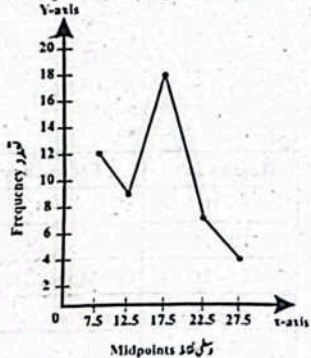
Rupees (روپے)	Frequency (تعداد)	Midpoints (دکھن نقاط)
5-10	12	7.5
10-15	9	12.5
15-20	18	17.5
20-25	7	22.5
25-30	4	27.5
Total	50	

Histogram (مسلوگرام)



Rupees (روپے)

Frequency Polygon (تعدادی کثیر الاضلاع)



Midpoints (دکھن نقاط)

8. Find the range, variance and standard deviation for the following data.

110, 120, 115, 135, 127, 108, 113, 117, 118, 121, 122, 123, 127

Sol. For Range
 Range (R) = $X_m - X_o$
 $X_m = 135, X_o = 108$
 Range = $135 - 108 = 27$
 For Variance
 $\bar{x} = \frac{110+120+115+135+127+108+113+117+118+121+122+123+127}{13}$

$= \frac{1556}{13} = 119.7$

x	x - \bar{x}	(x - \bar{x}) ²
110	-9.7	94.09
120	0.3	0.09
115	-4.7	22.09
135	15.3	234.09
127	7.3	53.29
108	-11.7	136.89
113	-6.7	44.89
117	-2.7	7.29
118	-1.7	2.89
121	1.3	1.69
122	2.3	5.29
123	3.3	10.89
127	7.3	53.29
$\Sigma x = 1556$		$\Sigma (x - \bar{x})^2 = 666.77$

$S^2 = \frac{\Sigma (x - \bar{x})^2}{n}$

$S^2 = \frac{666.77}{13}$

$S^2 = 51.29$

For standard deviation

$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{51.29}$

$S = 7.16$

9.

Company A	117	118	120	125	115	113
Company B	200	180	150	120	125	130

(i) Who is better based on a average?

Sol. Average of company A

$\bar{x}_A = \frac{117+118+120+125+115+113}{6}$

$= \frac{708}{6} = 118$

Average of Company B

$\bar{x}_B = \frac{200+180+150+120+125+130}{6}$
 $= \frac{905}{6} = 150.8$

So, company B is better based on average.

(ii) Which company is more consistent in his performance for producing the number of bags in a week?

Sol. The company will be more consistency whose variance will be low.

So, find

Company A			Company B		
x_A	$x_A - \bar{x}_A$	$(x_A - \bar{x}_A)^2$	x_B	$x_B - \bar{x}_B$	$(x_B - \bar{x}_B)^2$
117	-1	1	200	49.2	2420.64
118	0	0	180	29.2	852.64
120	2	4	150	-0.8	0.64
125	7	49	120	-30.8	948.64
115	-3	9	125	-25.8	665.64
113	-5	25	130	-20.8	432.64
$\Sigma (x - \bar{x})^2 = 88$			$\Sigma (x - \bar{x})^2 = 5320.84$		

Variance (Company A)

$S_A^2 = \frac{\Sigma (x - \bar{x}_A)^2}{n}$

$= \frac{88}{6} = 14.67$

Variance (Company B)

$S_B^2 = \frac{\Sigma (x - \bar{x}_B)^2}{n}$

$= \frac{5320.84}{6} = 886.8$

So, Company A is more consistent.

10. Zara rolled a dice, what will be the probability of getting 1? Also tell what will be the probability of not getting 1?

Sol. When Zara rolled a dice, the sample space is given by:

Sample Space = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

Let A be the event of getting 1

$n(A) =$ Number of elements in A = 1

$n(S) =$ Number of elements in sample space = 6

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

The probability of getting 1 will be:

$P(A) = \frac{1}{6}$

Hence, P(of getting 1) = $\frac{1}{6}$

The probability of not getting 1 is the complement of getting 1.

To find out the probability of not getting 1, we will subtract the probability of getting 1 from 1.

$P(A') = 1 - P(A)$

$= 1 - \frac{1}{6}$

$= \frac{6-1}{6} = \frac{5}{6}$

Hence, $P(A') = P(\text{not getting 1}) = \frac{5}{6}$

11. Spin a spinner at right.



(i) Write the sample space

Sol. When we spin a spinner at right, then sample space is given by:

Sample space = $S = \{1, 2, 4, 5, 5, 2, 3, 4, 2, 5\}$

(ii) Find the probability of getting even number.

Sol. When spin a spinner at right, then sample space is given by:

Sample space = $S = \{1, 2, 4, 5, 5, 2, 3, 4, 2, 5\}$

Number of all possible outcomes = $n(S) = 10$

Let A be the event of getting even numbers.

Number of favourable outcomes = $n(A) = 5$

Hence,

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$P(A) = P(\text{getting even numbers}) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

(iii) P(2), P(1) and P(5). (Hint: All events are equally likely)

Sol. Sample space = $S = \{1, 2, 4, 5, 5, 2, 3, 4, 2, 5\}$

Number of all possible outcomes = $n(S) = 10$

Let A be the event of getting 2.

فرض کیا 2 حاصل کرنے کا ایونت A ہے۔

Number of favourable outcomes = n(A) = 3

سازگار نتائج کی تعداد

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A) = P(\text{getting } 2) = \frac{3}{10}$$

Let B be the event of getting 1.

فرض کیا 1 حاصل کرنے کا ایونت B ہے۔

Number of favourable outcomes = n(B) = 1

سازگار نتائج کی تعداد

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{1}{10}$$

$$P(\text{getting } 1) = \frac{1}{10}$$

Let C be the event of getting 5

فرض کیا 5 حاصل کرنے کا ایونت C ہے۔

Number of favourable outcomes = n(C) = 3

سازگار نتائج کی تعداد

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)}$$

$$P(C) = \frac{3}{10}$$

$$P(\text{getting } 5) = \frac{3}{10}$$

12. In a class of 30 students, 12 are used glasses. Find the probability of student who don't use glasses. Also calculate the probability of students who used glasses.

30 طلبہ ایک کلاس میں سے 12 عینکس استعمال کرتے ہیں۔ ایسے طلبہ کا امکان معلوم کریں جو عینکس استعمال نہیں کرتے ہیں۔ ان طلبہ کا بھی امکان معلوم کریں جنہوں نے عینک استعمال کیا تھا۔

Sol. Total students = 30

Let A be the event of students who used glasses.

فرض کیا A طلبہ کے عینک استعمال کرنے کا امکان ہے۔

n(A) = Number of elements in A = 12

A میں عناصر کی تعداد

n(S) = Number of elements in sample space = 30

یکمل پیمائش میں عناصر کی تعداد

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

The probability of students who used glasses will be:

عینکوں کا استعمال کرنے والے طلبہ کا امکان ہوگا:

$$P(A) = \frac{12}{30}$$

P(students who used glasses)

$$= \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

(دو طلبہ عینک استعمال کرتے ہیں)

The probability of not using glasses is the complement of using glasses.

عینکس استعمال کرنے کا امکان عینکس استعمال کرنے کا مکمل متضاد ہے:

To find out the probability of not using glasses, we will subtract the probability of using glasses from 1.

عینکس استعمال کرنے کا امکان معلوم کرنے کے لیے، ہم عینکس استعمال کرنے کے امکان سے 1 منہ کریں گے۔

$$P(A) = 1 - P(A)$$

$$= 1 - \frac{12}{30}$$

$$= \frac{30-12}{30} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$$

Hence, P(do not uses glasses) = $\frac{18}{30}$

13. Twenty cards of whole numbers (10-29) are put in a basket. A card is selected at random from the basket. Find the probability that the number on the card.

کل اعداد کے بیس کارڈ (10-29) ایک ٹوکری میں ڈالے جاتے ہیں۔ ایک کارڈ ٹوکری سے بے ترتیب طور پر منتخب کیا جاتا ہے۔ اس کا امکان معلوم کریں کہ کارڈ پر نمبر 12 ہوتا ہے۔

Sol. When twenty cards of whole numbers (10-29) are put in a basket, then the sample space is given by:

جب کل اعداد (10-29) کے بیس کارڈ ایک ٹوکری میں ڈالے جاتے ہیں تو یکمل پیمائش ہوگا۔

Sample space = S = {10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29}

یکمل پیمائش

Let A be the event that contains the number 12.

فرض کیا A 12 والے کارڈ کا ایونت ہے۔

n(A) = Number of elements in A = 1

A میں عناصر کی تعداد

n(S) = Number of elements in sample space = 20

یکمل پیمائش میں عناصر کی تعداد

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

The probability of contains the number 12 will be:

12 والے کارڈ کا ایونت ہونا ہوگا:

$$P(A) = \frac{1}{20}$$

Hence, P(contains the number 12) = $\frac{1}{20}$

12 ہونا ہوگا۔

(ii) Contains the number 20.

Sol. Let B be the event that contains the number 20.

فرض کیا B 20 والے کارڈ کا ایونت ہے۔

n(B) = Number of elements in B = 1

B میں عناصر کی تعداد

n(S) = Number of elements in sample space = 20

یکمل پیمائش میں عناصر کی تعداد

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$$

Hence, P(contains the number 20) = $\frac{1}{20}$

(iii) Does not contain the number 20.

Sol. The probability of not containing the number 20 is the complement of containing the number 20.

نمبر 20 پر مشتمل نہ ہونے کا امکان نمبر 20 پر مشتمل ہونے کے امکان کا مکمل متضاد ہے۔

To find out the probability of not containing the number 20, we will subtract the probability of containing the number 20 from 1.

معلوم کرنے کے لیے نمبر 20 پر مشتمل نہیں ہے، ہم نمبر 20 پر مشتمل ہونے کے امکان سے 1 منہ کریں گے۔

$$P(A) = 1 - P(A)$$

$$P(A) = 1 - \frac{1}{20}$$

$$= \frac{20-1}{20} = \frac{19}{20}$$

$$P(A) = \frac{19}{20}$$

14. Imran rolled a dice once and tossed a coin once.

Imran نے ایک بار ڈس گھمایا اور ایک بار سکہ پھلایا۔

(i) List all the possible outcomes by using tree diagram.

ذری ذریعہ درج کردہ تمام نتائج کی فہرست بنا لیں۔

(ii) Also calculate the probability of getting:

مطلوبہ نتائج کے امکان کا بھی حساب لگائیں۔

(a) 5 on dice and tail on coin

ڈس پر 5 اور سکہ کے پرنٹ

(b) 2, 4 or 6 on dice and head on coin

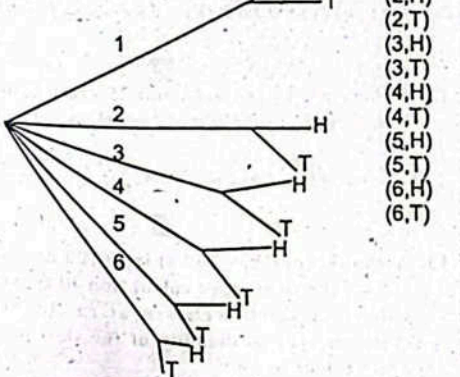
ڈس پر 2، 4 یا 6 اور سکہ کے پرنٹ

(c) Odd numbers on dice and tail on coin.

ڈس پر طاق اعداد اور سکہ کے پرنٹ

Sol. A tree diagram of a dice and a coin is rolled once.

ڈس اور سکہ ہارنگھنے والے سکہ کی ذری ذریعہ درج کردہ تمام نتائج ہیں۔



(a) Let A is the probability of getting 5 on rolling a dice then

فرض کیا A ڈس پر 5 حاصل ہونے کا امکان ہے تب۔

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

Let B is the probability of getting tail on a coin then.

فرض کیا B سکہ کے پرنٹ آنے کا امکان ہے تب۔

$$P(B) = \frac{1}{2}$$

P(5 on dice and tail on coin) = P(A ∩ B) = P(A) · P(B)

$$= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$

Hence, P(5 on dice and tail on coin) = $\frac{1}{12}$

(b) P(2, 4 or 6 on dice and head on coin)

$$= P(2,H) + P(4,H) + P(6,H)$$

$$= \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12}$$

$$= \frac{1+1+1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

(c) P(odd numbers on dice and tail on coin)

$$= P(1,T) + P(3,T) + P(5,T)$$

$$= \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12}$$

$$= \frac{1+1+1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

Hence, P(odd numbers on dice and tail on coin) = $\frac{1}{4}$

15. The candidate "A" solved 75% of the problems of mathematical exercise. The candidate "B" solved 10% of the problems of the same exercise. What will be the probability that the candidate A or B solve the problems at random.

امیدوار A نے ریاضی کی مشق کے 75% مسائل کو حل کیا۔ امیدوار B نے اسی مشق کے 10% مسائل کو حل کیا۔ اس بات کا کیا امکان ہوگا کہ امیدوار A یا B بے ترتیب مسائل کو حل کرتے ہیں۔

Sol. Candidate A solved 75% of the problems of mathematical exercise.

امیدوار A نے ریاضی کی مشق کے 75% مسائل کو حل کیا۔

Then P(A) = 75%

$$P(A) = \frac{75}{100} = 0.75$$

Candidate B solved 10% of the problems of same mathematical exercise.

امیدوار B نے اسی ریاضی کی مشق کے 10% مسائل حل کیے۔

Then, P(B) = 10%

$$P(B) = \frac{10}{100} = 0.1$$

Since A and B are independent events, Then by using formula.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \\ P(A \cup B) = 0.75 + 0.1 \\ P(A \cup B) = 0.85$$

Hence, P(Candidates A or B solve the problems at random) = 0.85

16. The probability that A will be alive about 25 years is 0.85 and the probability that B will be alive about 25 years. Find the probability that:

- (i) both of them will live.
 (ii) both of them will die.
 Sol. To solve this problem, we assume that the event A will be alive and B will be alive are independent thus, we can use the rules of probability for independent events.
 اس مسئلے کو حل کرنے کے لیے ہم فرض کرتے ہیں کہ ایونت A زندہ ہوگا اور ایونت B ہوگا آزاد ہیں۔ اس طرح ہم آزاد ایونتس کے امکان کے اصول استعمال کر سکتے ہیں۔

Let C be the event that A will live about 25 years.
 Then, P(C) = 0.85
 Let D be the event that B will live about 25 years.

- (i) P(Both of them will live) = P(C ∩ D) = P(C) · P(D) = (0.85)(0.82) = 0.697

- (ii) The probability that a person will die is the complement of the probability that they will be alive. Therefore,
 P(C dead) = 1 - P(C alive) = 1 - 0.85 = 0.15
 P(D dead) = 1 - P(D alive) = 1 - 0.82 = 0.18

For independent events, the probability of both occurring is the product of their individual probabilities
 آزاد ایونتس کے لیے دونوں امکانات کا مجموعہ ہونا ان کے انفرادی امکانات کا حاصل ضرب ہے۔
 P(C dead and D dead) = P(C dead) · P(D dead) = (0.15)(0.18) = 0.027
 Hence, the probability that both A and B will die is 0.027

OBJECTIVE TYPE QUESTIONS

Multiple Choice Questions (MCQ's) Taken from Previous Term Wise Papers (First Term, Second Term & Annual) of PEC

1. The example of discrete data is:
 (a) 5.5kg
 (b) 9.2 cm
 (c) 21.7 litre
 (d) 415 cups

2. If the heights of 4 students are 5ft, 4ft, 3ft and 4ft then the mean of heights will be:

- (a) 4ft (b) 8ft (c) 12ft (d) 16ft

3. If two coins are tossed, then the probability of getting two heads will be:

- (a) 1/2 (b) 1/3 (c) 1/4 (d) 1/6

4. An example of continuous data is:

- (a) 9 chairs (b) 8.4cm (c) 11 players (d) 89 cups

5. X and Y are two independent events, If P(X) = 0.5 and P(Y) = 0.53, the value of P(X ∩ Y) will be:

- (a) 0.165 (b) 0.265 (c) 0.365 (d) 0.465

6. Age of 6 students of a class are 12, 12, 14, 15, 15 and 16 years. The mean of the data is:

- (a) 12 (b) 14 (c) 15 (d) 16

7. The mode of the data 12, 4, 6, 8, 10, 4, 4, 8 is:

- (a) 4 (b) 6 (c) 8 (d) 12

8. The marks of a student in different subjects are 65, 78, 94, 99. The mean of his marks is:

- (a) 84 (b) 90 (c) 120 (d) 168

9. The types of data are:

- (a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

10. The sum of probability of all the outcomes is always equal:

- (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

11. X and Y are two independent events. If P(X) = 0.4 and P(Y) = 0.3, then the value of P(X ∩ Y) is:

- (a) 0.1 (b) 0.7 (c) 0.12 (d) 1

12. If there are 15 red balls and 25 green balls in a box, then the probability of getting a red ball will be:

- (a) 1/4 (b) 3/5 (c) 3/8 (d) 5/8

13. A shopkeeper has 200 shirts. 100 are of red colour, 60 are of green colour and 40 are of blue colour. A shirt is chosen at random by the customer. The probability of the shirt to be of green colour is:

14. A group of 20 children consists of 12 boys and 8 girls. if a child is chosen at random from the group, the probability that a girl is chosen will be:

- (a) 1/5 (b) 1/2 (c) 3/5 (d) 3/10

15. The formula of mean for grouped data is:

- (a) ΣFx / Σn (b) Σn / ΣFx (c) ΣFx / ΣF (d) ΣF / ΣFx

16. The range of data 15, 25, 35, 38, 48, 55, 60, is:

- (a) 15 (b) 35 (c) 45 (d) 60

17. The probability of an event always lies between:

- (a) 0 & 1 (b) 1 & 2 (c) 2 & 3 (d) 3 & 4

18. According to addition law of probability, P(A) + P(B) = ?

- (a) P(A ∩ B) (b) P(A ∪ B) (c) P(A ∩ B) (d) P(A ∪ B)

Short Answer Questions (CRQ's) Taken from Previous Term Wise Papers (First Term, Second Term & Annual) of PEC

O Give short answers.

(a) A bag contain 6 green balls, 4 yellow balls and 9 red balls at random. What will be the probability of selecting a green balls or red balls?

Sol. Green balls (Gb) = 6 i.e. (Gb) = 6
 Yellow balls (Yb) = 4 i.e. (Yb) = 4
 Red balls (Rb) = 9 i.e. (Rb) = 9

$$n(S) = n(Gb) + n(Yb) + n(Rb) \\ = 6 + 4 + 9 \\ = 19$$

$$P(Rb) = \frac{n(Rb)}{n(S)} = \frac{9}{19}, P(Gb) = \frac{n(Gb)}{n(S)} = \frac{6}{19}$$

As events are mutually exclusive,

$$So, P(Gb \cup Rb) = P(Gb) + P(Rb) \\ = \frac{6}{19} + \frac{9}{19} = \frac{15}{19}$$

(b) Define discrete data.

Ans. It can take only some specific values. Whole numbers are used to write the discrete data.

یہ صرف چند مخصوص قیمتوں کو لے سکتا ہے۔ مکمل اعداد کو غیر مسلسل مواد لکھنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔

(b) The probability that team will win the match is 0.7. What is the probability that the team will not win the match.

Sol. Let A be the event that the team will win the match.

So, the probability that the team will win the match = P(A) = 0.7

The probability that the team will not win the match is compliment of the team will win the match.

To find out the probability of the team will not win the match, we will subtract the probability of the team will win the math from 1.

$$P(\text{not will win the match}) = P(A') = 1 - P(A) = 1 - 0.7 \\ P(A') = 0.30$$

2(a). Sana rolled a dice. What will be the probability of getting 3? Also find the probability of not getting 3?

Sol. When a dice is rolled, the sample space is given by:

$$\text{Sample space} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Let A be the event of getting 3.

Where n(A) = Number of elements in A = 1

n(S) = Number of elements in sample space = 6

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

The probability of not getting 3 is the complement of getting 3.

To find out the probability of not getting 3, we will subtract the probability of getting 3 from 1.

$$P(A') = 1 - P(A) \\ = 1 - \frac{1}{6} \\ = \frac{6-1}{6} = \frac{5}{6}$$

(b) Define discrete data.

Ans. It can take only some specific values. Whole numbers are used to write the discrete data.

یہ صرف چند مخصوص قیمتوں کو لے سکتا ہے۔ مکمل اعداد کو غیر مسلسل مواد لکھنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔